

Многостадийная финансовая модель

Инвестиционная компания хотела бы определить стратегию по вкладыванию средств на последующие три года. В настоящее время имеется 100000 грн., которые можно инвестировать по пяти направлениям: А, В, С, D и Е. Денежные потоки, характеризующие отдачу от инвестирования одной гривни в каждый тип инвестиций, приведены в таблице.

<i>Инвестиции</i>	<i>Денежные потоки по периодам времени</i>			
	<i>0</i>	<i>1</i>	<i>2</i>	<i>3</i>
<i>A</i>	<i>-1</i>	<i>0.5</i>	<i>1</i>	<i>0</i>
<i>B</i>	<i>0</i>	<i>-1</i>	<i>0.5</i>	<i>1</i>
<i>C</i>	<i>-1</i>	<i>1.2</i>	<i>0</i>	<i>0</i>
<i>D</i>	<i>-1</i>	<i>0</i>	<i>0</i>	<i>1.9</i>
<i>E</i>	<i>0</i>	<i>0</i>	<i>-1</i>	<i>1.5</i>

Чтобы быть уверенным в диверсификации портфеля инвестиций, ставится условие, что не более 75000 грн. может быть помещено по любому из направлений. В дополнение к инвестициям А–Е, компания может вложить деньги в рыночные оборотные фонды, которые приносят 8% годовых. Доходы от инвестиций могут быть немедленно помещены в новые инвестиции.

Компания не может одалживать денег, поэтому средства, доступные для инвестирования, ограничиваются наличными, имеющимися на руках.

Необходимо сформулировать модель линейного программирования, которая бы позволила максимизировать количество наличных на руках через три года.

Переменные:

A – количество гривень, вложенных в инвестиции A ;

B – количество гривень, вложенных в инвестиции B ;

C – количество гривень, вложенных в инвестиции C ;

D – количество гривень, вложенных в инвестиции D ;

E – количество гривень, вложенных в инвестиции E ;

S_t – количество гривень, инвестированных в
рыночные оборотные фонды в период времени t

Целевая функция

$$\max Z = B + 1.9D + 1.5E + 1.08S_2$$

Деньги,
доступные в
период t

=

деньги,
инвестируемые
в период t

+

неинвестирован
ные остатки в
период t ,
переносимые на
период $t+1$

Ограничения:

1. Количество вложенных денег в начальный период времени по различным направлениям должно соответствовать имеющимся средствам

$$100000 = A + C + D + S_0$$

2. По количеству вложенных средств
через год

$$0.5A + 1.2C + 1.08S_0 = B + S_1$$

3. По количеству вложенных средств
через два года

$$A + 0.5B + 1.08S_1 = E + S_2$$

4. На максимально возможные объемы вложений средств в каждый тип инвестиций

$$A \leq 75000$$

$$B \leq 75000$$

$$C \leq 75000$$

$$D \leq 75000$$

$$E \leq 75000$$

Ограничения на знак переменных:

$$A, B, C, D, E, S_t \geq 0, \\ t = 0, 1, 2.$$

Многостадийная задача построения расписаний

- CSL – сеть ателье по обслуживанию компьютеров. Количество часов, необходимое для ремонта компьютеров на предстоящие 5 месяцев, показано ниже:

<i>I</i>	<i>январь</i>	–	<i>6000;</i>
<i>II</i>	<i>февраль</i>	–	<i>7000;</i>
<i>III</i>	<i>март</i>	–	<i>8000;</i>
<i>IV</i>	<i>апрель</i>	–	<i>9500;</i>
<i>V</i>	<i>май</i>	–	<i>11000.</i>

Многостадийная задача построения расписаний

В начале января на CSL работают 50 квалифицированных техников. Каждый из них может работать до 160 часов в месяц.

Для удовлетворения растущих потребностей в обслуживании компьютеров должны быть подготовлены новые техники. Необходим месяц для того, чтобы обучить нового техника. В течение этого месяца за техником-учеником наблюдает опытный техник (наставник). При этом он затрачивает 50 часов из своего месячного фонда времени.

Многостадийная задача построения расписаний

Каждый наставник получает 200 гривень в месяц (даже если он не работает все 160 часов в месяц, а тратит часть этого времени на наставничество). Новичок получает стипендию в размере 100 гривень в месяц.

К концу каждого месяца 5% опытных техников покидает CSL и переходит в другую компанию.

Сформулируйте модель линейного программирования, которая бы позволила CSL минимизировать затраты на оплату труда, связанные с ростом потребности в техниках на предстоящие месяцы.

Многостадийная задача построения расписаний

- Переменные

- x_t — количество техников, прошедших подготовку в течение месяца t ;

y_t — количество опытных техников к началу месяца t .

Многостадийная задача построения расписаний

Целевая функция: Общая стоимость затрат труда должна
быть минимизирована:

$$\min Z = 100(x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5) + 200(y_1 + y_2 + y_3 + y_4 + y_5)$$

Многостадийная задача построения расписаний

Ограничения

1. Для всех периодов времени должно выполняться условие:

Количество доступных часов работы техников в месяц $t \geq$
 $\geq$ количества часов работы техников по обслуживанию
компьютеров в месяц t

Многостадийная задача построения расписаний

Ограничения для каждого месяца в отдельности:

$$160y_1 - 50x_1 \geq 6000 \text{ (месяц 1)}$$

$$160y_2 - 50x_2 \geq 7000 \text{ (месяц 2)}$$

$$160y_3 - 50x_3 \geq 8000 \text{ (месяц 3)}$$

$$160y_4 - 50x_4 \geq 9500 \text{ (месяц 4)}$$

$$160y_5 - 50x_5 \geq 11000 \text{ (месяц 5)}$$

Многостадийная задача построения расписаний

2. В задаче необходимо произвести увязку переменных, относящихся к разным временным периодам:
количество квалифицированных техников, количество подготовленных новых техников и количество увольняемых техников (переходящих в другую фирму).

Количество
опытных
техников,
работающих
в начале
месяца t

=

количество
опытных
техников,
работающих
в начале
месяца $t-1$

+

количество
обученных
техников в
течение
месяца $t-1$

-

ожидаемое
количество
техников,
которое
переходит в
другую
фирму в
течение
месяца $t-1$

Многостадийная задача построения расписаний

Первый месяц (январь):

$$y_1 = 50,$$

остальные месяцы:

февраль: $y_2 = y_1 + x_1 - 0.05y_1 = 0.95y_1 + x_1$

март: $y_3 = 0.95y_2 + x_2$

апрель: $y_4 = 0.95y_3 + x_3$

май: $y_5 = 0.95y_4 + x_4$

Ограничения на знак переменных: $x_t \geq 0, y_t \geq 0, t = 1, 2, \dots, 5$