

ТЕМА 3

АНАЛИЗ ЧУВСТВИТЕЛЬНОСТИ И ДВОЙСТВЕННОСТЬ

Что произойдет, если

- Изменятся объемы поставок сырья?
- Изменится конъюнктура рынка, в результате чего изменится спрос на продукцию?

Что произойдет, если

- Изменится цена продаваемой продукции или покупаемого ресурса?
- Изменится технология производства продукции, в результате чего изменятся нормы затрат ресурсов и выхода готовой продукции?

Что произойдет, если

- Изменятся условия функционирования экономического объекта?
- Возникнет необходимость во включении в программу выпуска новых видов продукции или, наоборот, сокращении выпуска тех или иных изделий?

Анализ чувствительности –

изучение

влияния

изменения

параметров

модели

на

полученное

решение.

Направления анализа чувствительности

Изменение 1. Изменение
коэффициента целевой функции при
небазисной переменной;

Изменение 2. Изменение
коэффициента целевой функции при
базисной переменной;

Изменение 3. Изменение правой
части ограничения;

Изменение 4. Изменение колонки
коэффициентов при небазисной
переменной;

Изменение 5. Добавление новой
переменной или нового вида
деятельности;

Изменение 6. Добавление нового
ограничения.

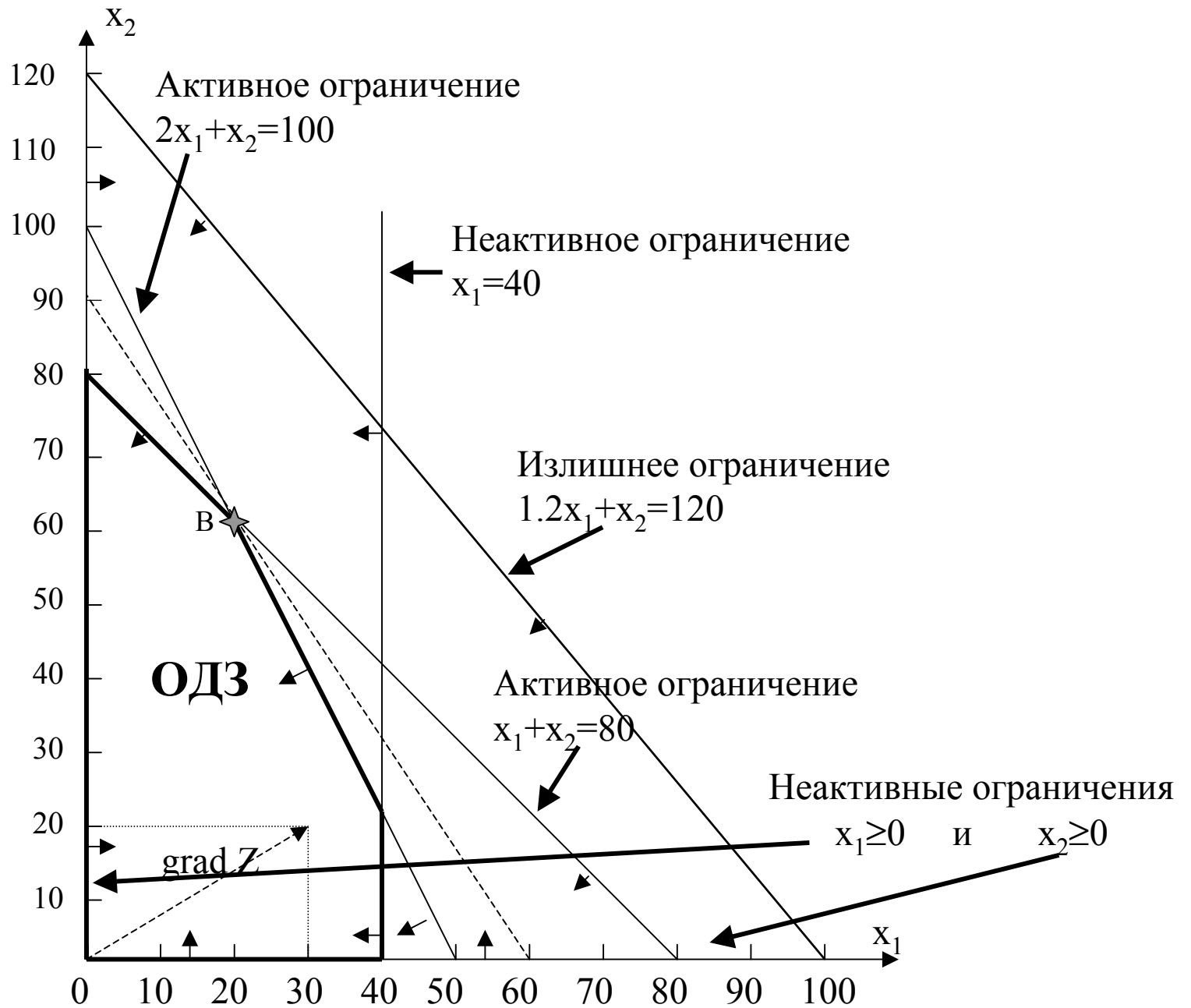
Типы ограничений задачи ЛП:

- Активные (связующие)
- Неактивные (несвязующие)
- Излишние (ненужные)

- Активное ограничение проходит через угловую точку, в которой получено оптимальное решение.

- Неактивное ограничение — это такое ограничение, которое не проходит через точку с оптимальным решением, но определяет область допустимых значений задачи.

- Излишнее ограничение — это такое ограничение, удаление которого из модели не изменяет области допустимых значений (данные ограничения обычно находятся вне ОДЗ).



Выполнение ограничений

- Активные ограничения всегда выполняются как равенства.
- Если в модели встречаются ограничения типа «=», то они всегда активные.
- Неактивные и излишние ограничения всегда выполняются как строгие неравенства.

Сжатие и ослабление ограничений типа неравенств

- Сжатие – усложнение его с точки зрения выполнения.
- Ослабление – облегчение условий его выполнения.

Сжатие и ослабление ограничений типа неравенств

- Сжатие ограничений сокращает область допустимых значений задачи, ослабление – расширяет ее.
- Сжатие ограничения типа « $\leq$ » означает уменьшение значения его правой части:

$$2x_1 + x_2 \leq 100 \quad \Rightarrow \quad 2x_1 + x_2 \leq 70$$

Сжатие и ослабление ограничений типа неравенств

- Сжатие ограничения типа « $\geq$ » – увеличение значения его правой части:

$$x_1 + 3x_2 + 2x_3 \geq 40 \quad \Rightarrow \quad x_1 + 3x_2 + 2x_3 \geq 60$$

Сжатие и ослабление ограничений типа неравенств

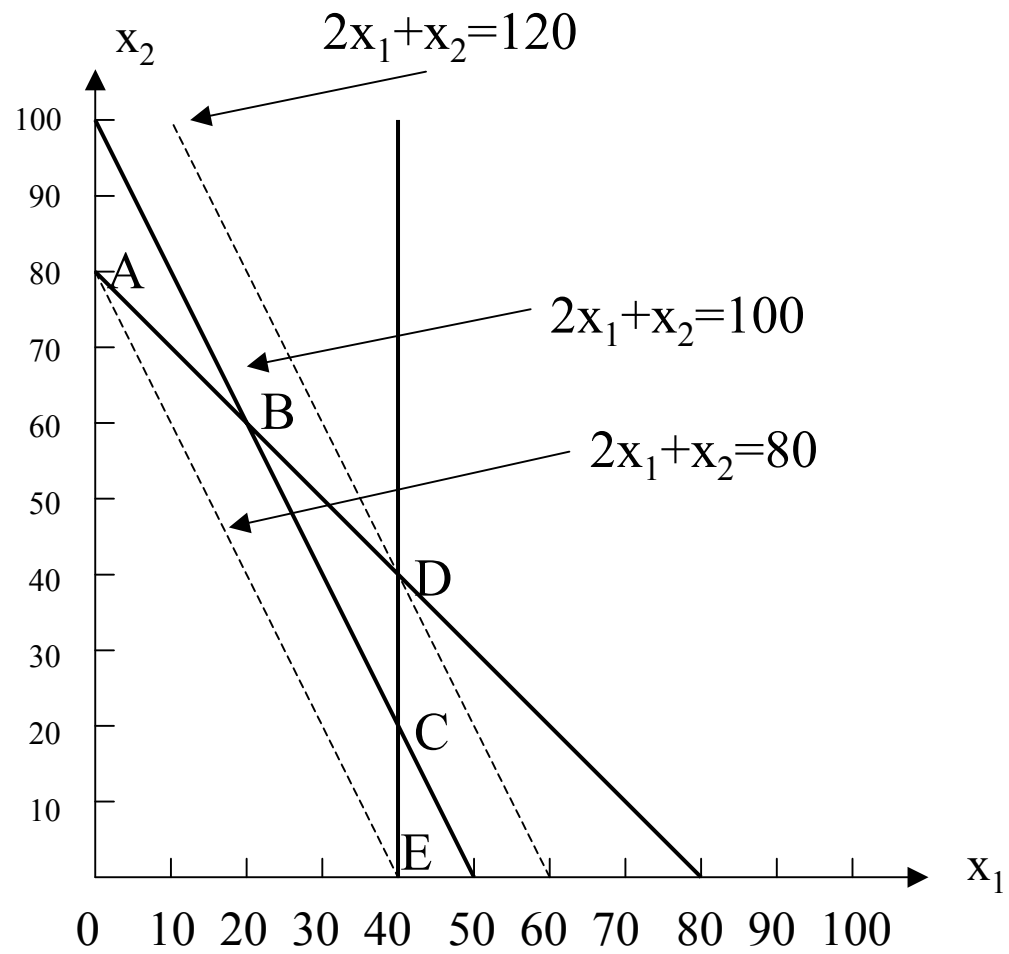
- Ослабление ограничения типа « $\leq$ » означает увеличение его правой части,
- Ослабление ограничения типа « $\geq$ » — уменьшение его правой части.

Эффект изменения правых частей ограничений

1) Изменение значений правых частей **активных (связующих) ограничений** приводит к перемещению местонахождения угловой точки. Если изменение незначительное, то базис может остаться прежним. В противном случае возможны изменения базиса.

Эффект изменения правых частей ограничений

2) Изменение значений правых частей **неактивных ограничений** не влияет на базис, если ограничение ослабляется. Если оно сжимается, то ОДЗ может сократиться, что повлечет за собой изменение угловой точки, где наблюдается оптимум.



$$80 \leq b_1 \leq 120 \quad \rightarrow \quad b_1 = 100 + \Delta_1$$

$$-20 \leq \Delta_1 \leq 20$$

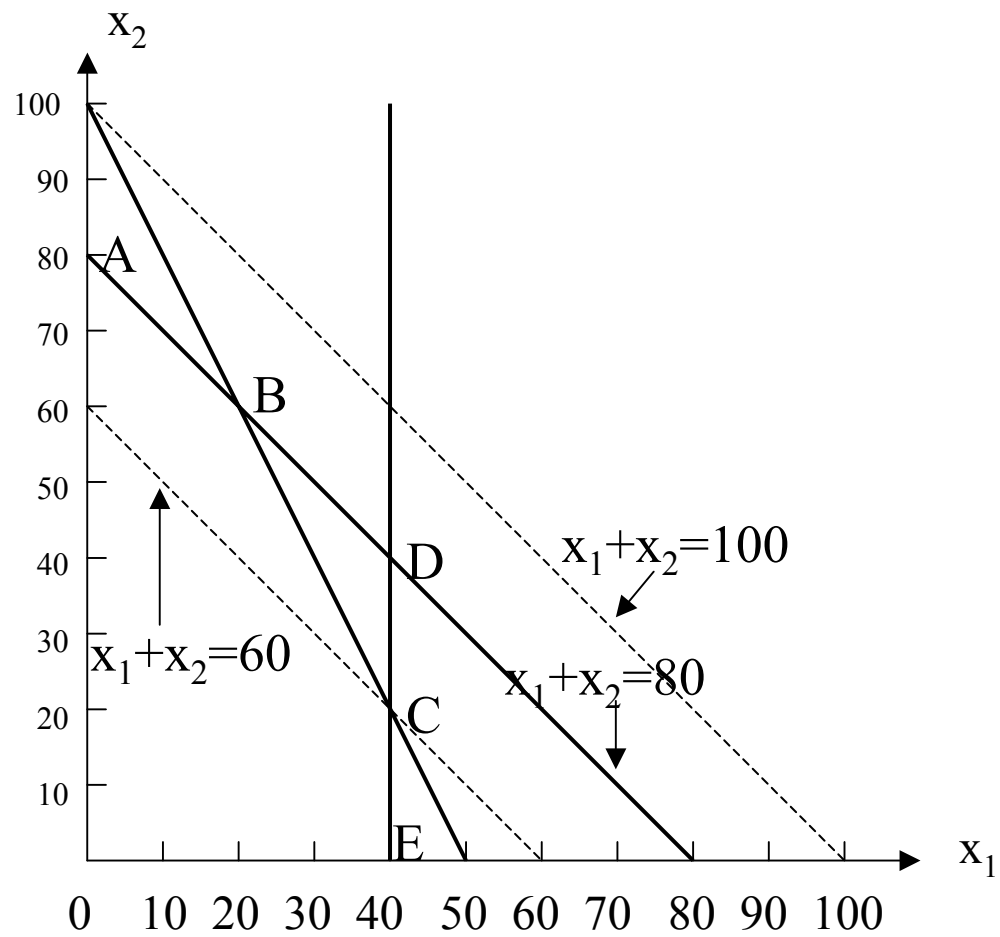
Каковы значения переменных?

$$2x_1 + x_2 = 100 + \Delta_1$$

$$x_1 + x_2 = 80$$



$$x_1 = 20 + \Delta_1; \quad x_2 = 60 - \Delta_1$$



$$60 \leq b_2 \leq 100 \quad \longrightarrow \quad b_2 = 80 + \Delta_2$$



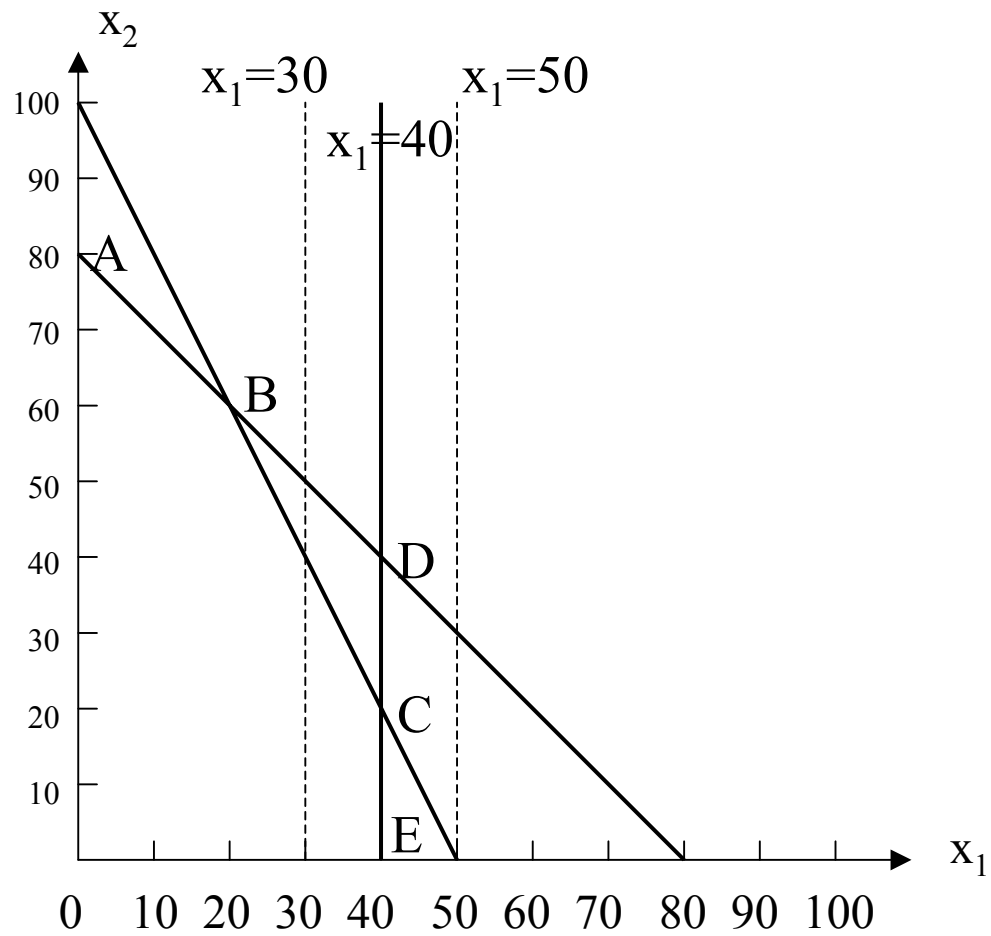
$$-20 \leq \Delta_2 \leq 20$$

Каковы значения переменных?

$$2x_1 + x_2 = 100$$

$$x_1 + x_2 = 80 + \Delta_2$$

$$x_1 = 20 - \Delta_2; \quad x_2 = 60 + 2\Delta_2$$



$$20 \leq b_3 \leq \infty \quad \rightarrow \quad b_3 = 40 + \Delta_3$$


$$\Delta_3 = -20$$

Каковы значения переменных?

$$2x_1 + x_2 = 100$$

$$x_1 + x_2 = 80$$

$$x_1 = 20$$

$$x_2 = 60$$

Иллюстрация «последствий» изменения коэффициента целевой функции (увеличение значения коэффициента)

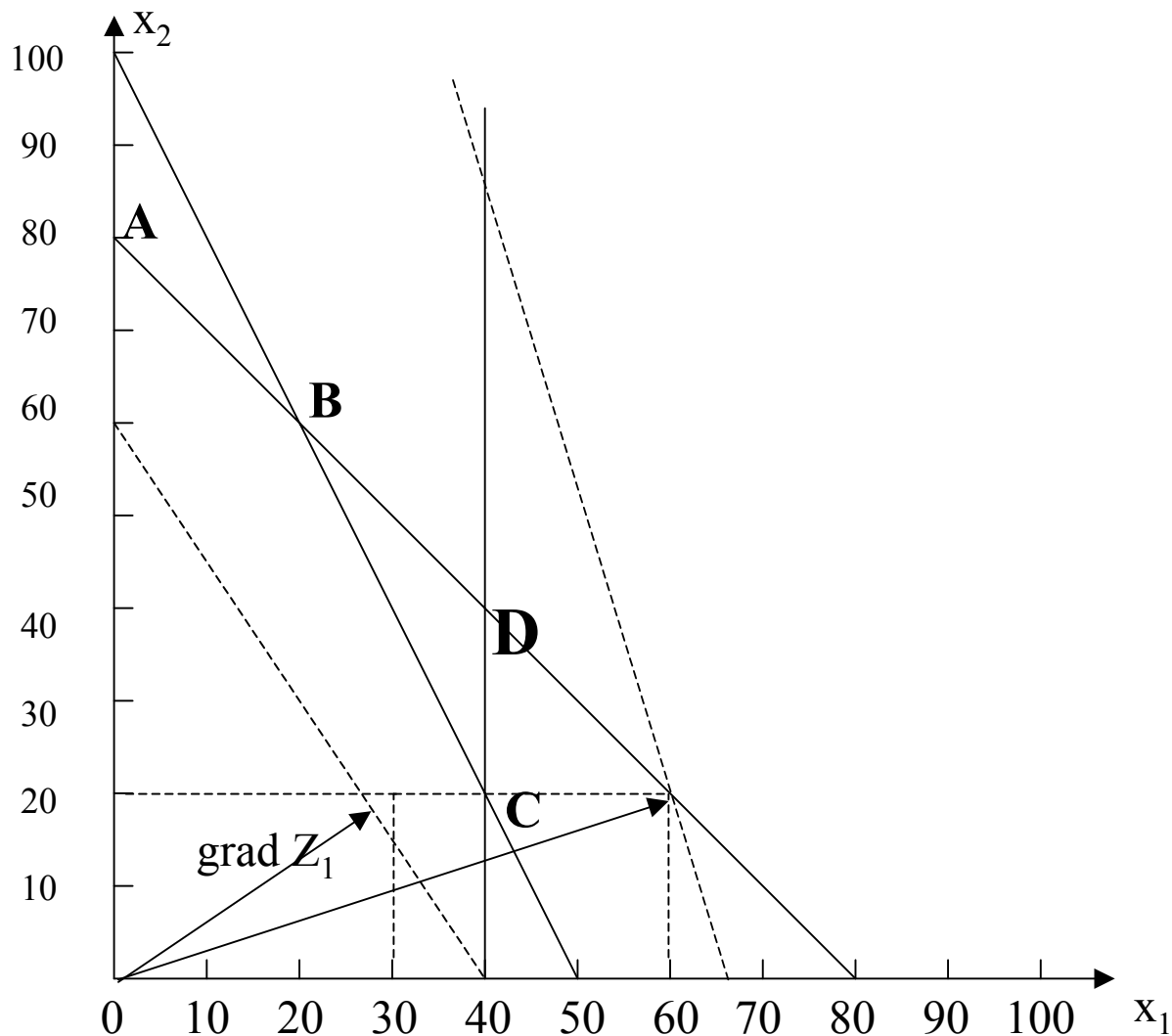
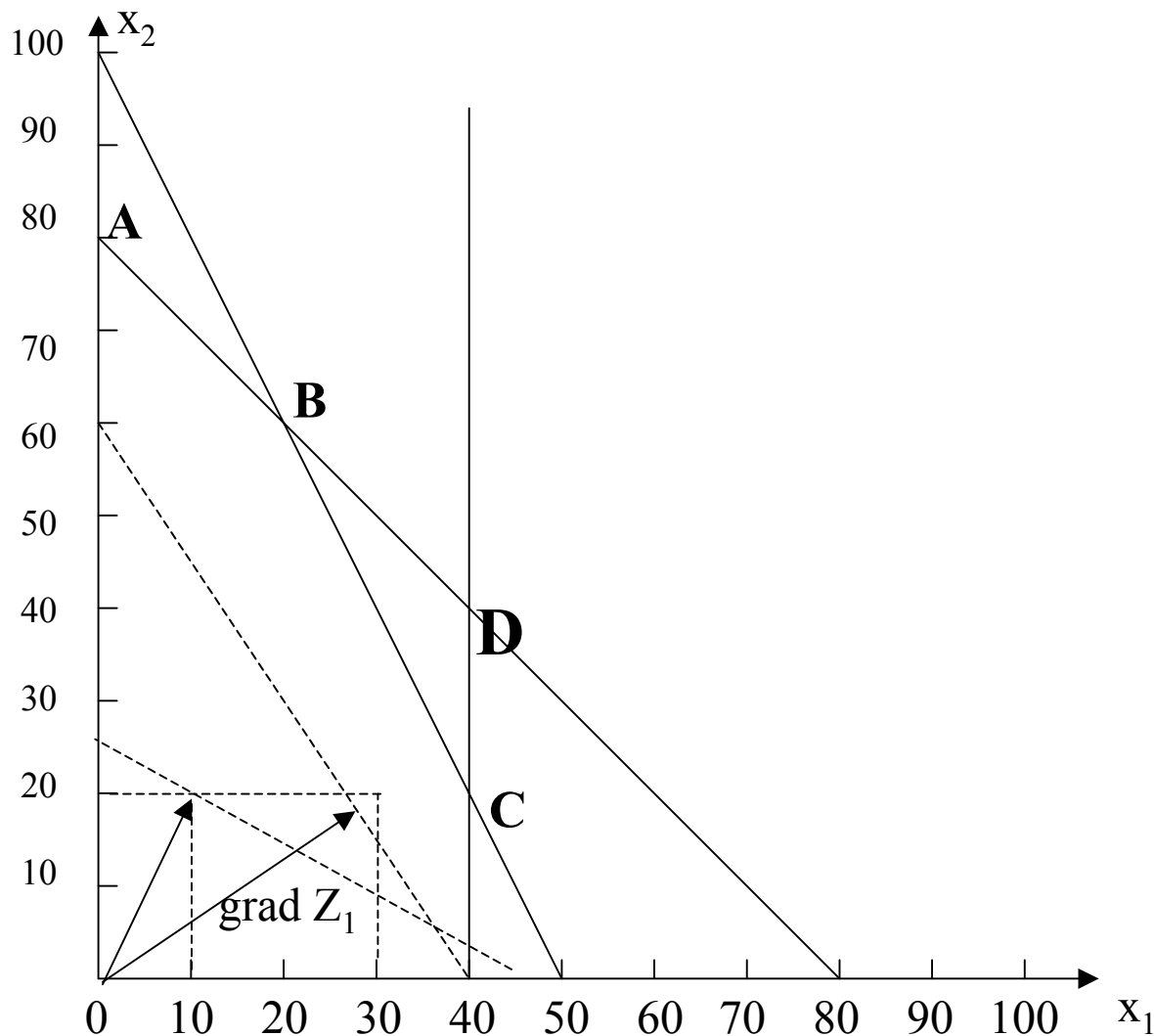
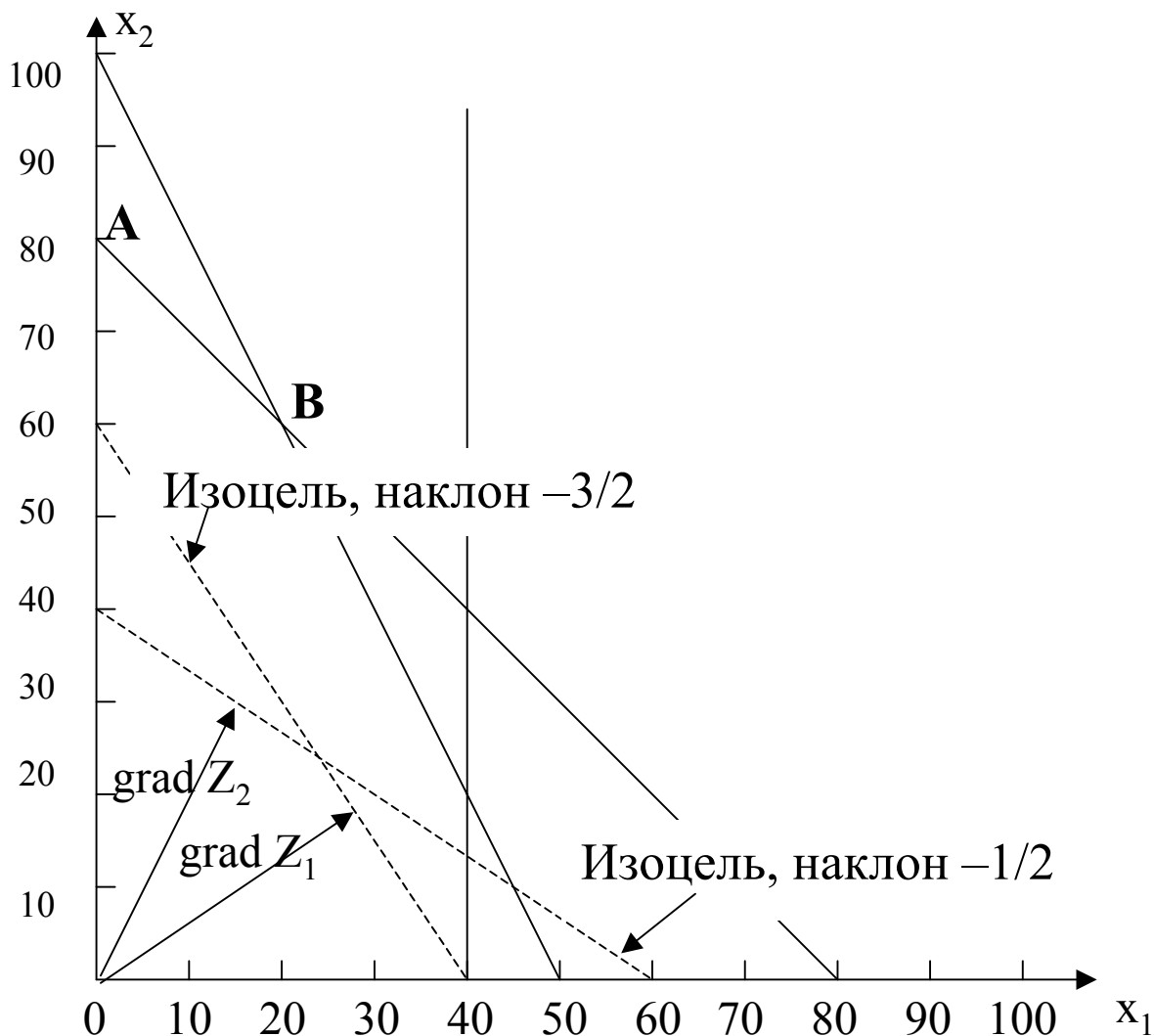


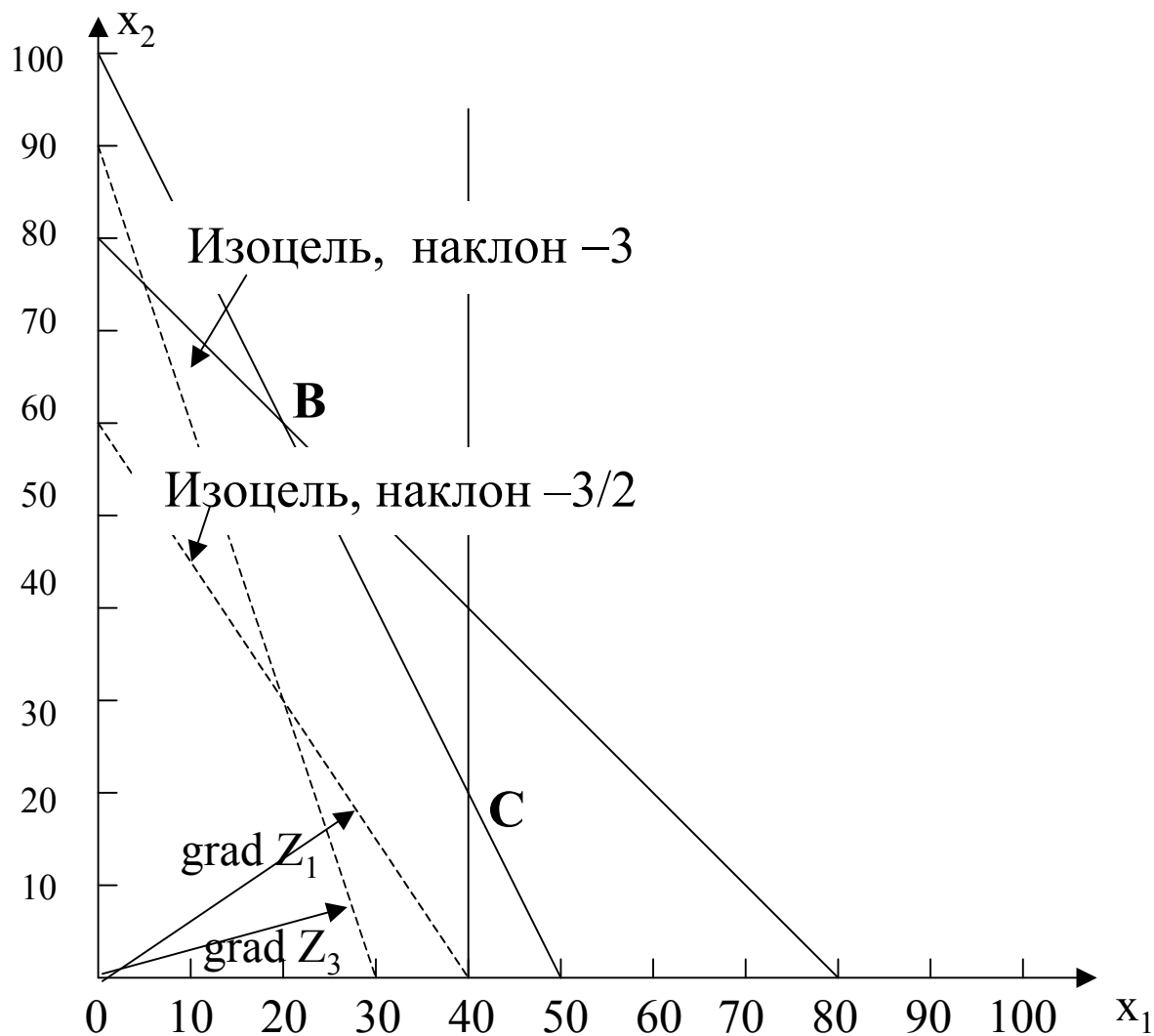
Иллюстрация «последствий» изменения коэффициента целевой функции (уменьшение значения коэффициента)



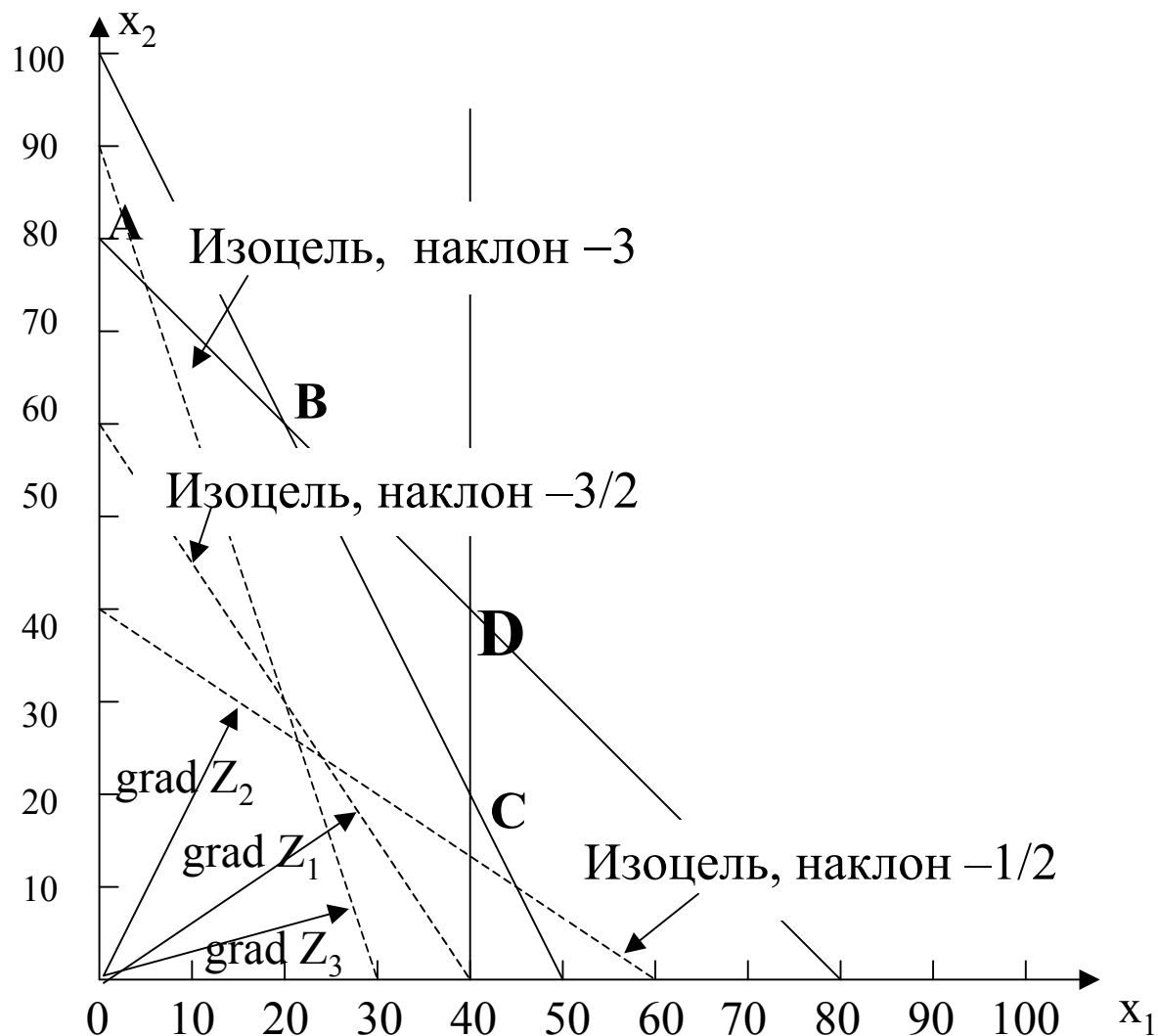
Графическая иллюстрация изменения наклона изоцели



Графическая иллюстрация изменения наклона изоцели



Графическая иллюстрация изменения наклона изоцели





**Каков диапазон изменения
направления градиента, при
котором базис остается
оптимальным**



**Каков диапазон изменения
значения коэффициента**

$$3x_1 + 2x_2 = \textit{const}$$

или иначе

$$x_2 = -\frac{3}{2}x_1 + \frac{\textit{const}}{2}.$$

$$x_2 = -x_1 + 80$$

$$-c_1/2 > -1$$

или

$$c_1 < 2$$

$$k = -2$$

$$-c_1/2 < -2 \quad \text{или} \quad c_1 > 4$$

$$2 \leq c_1 \leq 4$$



**Каков диапазон изменения
направления градиента, при
котором базис остается
оптимальным**



**Каков диапазон изменения
значения коэффициента**

