

Правило 100%

Анализ чувствительности,
когда изменяется более
одного параметра

Изменение коэффициентов целевой функции

1 случай

Все переменные, значения коэффициентов которых изменены в целевой функции, являются небазисными.

2 случай

По крайней мере, одна переменная, при которой изменен коэффициент в целевой функции, является базисной.

$$\min Z = 150x_1 + 60x_2 + 90x_3 + 240x_4$$

$$400x_1 + 200x_2 + 150x_3 + 500x_4 \geq 500$$

$$30x_1 + 20x_2 \geq 60$$

$$20x_1 + 20x_2 + 40x_3 + 40x_4 \geq 100$$

$$20x_1 + 40x_2 + 10x_3 + 50x_4 \geq 80$$

$$x_j \geq 0 \quad (j = \overline{1,4})$$

Пере- менная	Значе- ние	Альтер- нативная цена	Коэффици- ент целевой функции	Мини- мальное значение коэффици- ента	Макси- мальное значение коэффици- ента
x_1	0	-82.5	150	67.5	$+\infty$
x_2	3	0.0	60	45.0	115
x_3	1	0.0	90	0.0	120
x_4	0	-150.0	240	90.0	$+\infty$

Огра- ни- чение	Теку- щее зна- чение	Тене- вая цена	Недовы- полнение/ перевы- полнение	Минималь- ное значение правой части ограниче- ния	Макси- мальное значение правой части ограни- чения
1)	≥ 500	0.0	250.0	$-\infty$	750
2)	≥ 60	-0.75	0.0	31.42857	100
3)	≥ 100	-2.25	0.0	60	$+\infty$
4)	≥ 80	0.0	50.0	$-\infty$	130
$Z_{min}=270$					

- **Пример 1.**

- *Цена тульских пряников возрастает до 1 грн. 80 коп., а цена пиццы снижается до 1 грн. 50 коп.*
- *Остается ли текущий базис оптимальным? Каким будет новое оптимальное решение?*

Решение.

Первый случай.

Базис останется оптимальным, если

$$67.5 \leq \text{цена за тульский пряник} \leq \infty$$

$$90 \leq \text{цена за пиццу} \leq \infty$$

$$67.5 \leq 180 \leq \infty$$

$$90 \leq 150 \leq \infty$$

Пример 2.

Цена пряника снижается до 1 грн. 20 коп., а цена пиццы до 75 коп.

Будет ли базис все еще оптимальным?

Второй случай. Обозначения

c_j – коэффициент при x_j ;

Δc_j – изменение c_j ;

I_j – максимально допустимое увеличение коэффициента c_j ;

D_j – максимально допустимое снижение коэффициента c_j .

Расчетные формулы

$$r_j = \frac{\Delta c_j}{I_j}, \quad \Delta c_j > 0$$

$$r_j = \frac{-\Delta c_j}{D_j}, \quad \Delta c_j < 0$$

$$r_j = 0, \quad \Delta c_j = 0$$

$$\sum_{j=1}^n r_j \leq 1 \quad \Rightarrow \quad \text{базис останется оптимальным}$$

$$\sum_{j=1}^n r_j > 1 \quad \Rightarrow \quad \text{базис может перестать быть оптимальным}$$

$$\max Z = 60x_1 + 30x_2 + 20x_3$$

$$8x_1 + 6x_2 + x_3 \leq 48$$

$$4x_1 + 2x_2 + 1.5x_3 \leq 20$$

$$2x_1 + 1.5x_2 + 0.5x_3 \leq 8$$

$$x_1, x_2, x_3 \geq 0$$

Переменная	Значение	Альтернат. цена	КЦФ	Мин. знач. к.ц.ф.	Макс. знач. к.ц.ф.
x_1	2	0	60	56	80
x_2	0	5	30	$-\infty$	35
x_3	8	0	20	15	22.5

Ограни- чение	Текущее значение	Теневая цена	Недо- вып./ перевып.	Мин. знач. п.ч.о.	Макс. знач. п.ч.о.
1)	≤ 48	0	24	24	$+\infty$
2)	≤ 20	10	0	16	24
3)	≤ 8	10	0	6.67	10

$Z_{max} = 280$

Пример 3.

Цена письменных столов возрастает до 70 грн., а цена стула снижается до 18 грн.

Будет ли текущий базис оптимальным? Каково новое значение целевой функции?

Решение (второй случай).

Рассчитаем Δc_j и найдем $\sum_{j=1}^3 r_j$

$$\Delta c_1 = 70 - 60 = 10 \quad I_1 = 20 \quad r_1 = \frac{10}{20} = 0.5$$

$$\Delta c_3 = 18 - 20 = -2 \quad D_3 = 5 \quad r_3 = -\frac{(-2)}{5} = 0.4$$

$$\Delta c_2 = 0 \quad r_2 = 0$$

$$r_1 + r_2 + r_3 = 0.9 < 1$$

$$280 + 2 \times 10 - 8 \times 2 = 284 \text{ грн.}$$

Пример 4.

Что произойдет, если цена за кухонные столы возрастет до 33 грн., а цена письменных столов упадет до 58 грн.?

Решение (второй случай).

Рассчитаем Δc_j и найдем $\sum_{j=1}^3 r_j$

$$\Delta c_1 = 58 - 60 = -2 \quad D_1 = 4 \quad r_1 = -\frac{(-2)}{4} = 0.5$$

$$\Delta c_2 = 33 - 30 = 3 \quad I_2 = 5 \quad r_2 = \frac{3}{5} = 0.6$$

$$\Delta c_3 = 0 \quad r_3 = 0$$

$$r_1 + r_2 + r_3 = 1.1 > 1$$

ИЗМЕНЕНИЕ ПРАВЫХ ЧАСТЕЙ ОГРАНИЧЕНИЙ

1 случай

Все ограничения, чьи правые части были изменены, являются несвязующими (неактивными).

2 случай

По крайней мере, одно из ограничений, чьи правые части были модифицированы, является связующим (активным).

Пример 5.

Потребность в калориях снижается до 400, а потребность в жирах возрастает до 100 граммов.

Будет ли текущий базис оставаться неизменным? Каково новое оптимальное решение?

Решение

1-й случай

Пределы изменений ограничений:

- $-\infty \leq \text{потребность в калориях} \leq 750$
- $-\infty \leq \text{потребность в жирах} \leq 130$

$$\begin{aligned} & -\infty \leq 400 \leq 750 \\ & -\infty \leq 100 \leq 130 \end{aligned}$$

- **Пример 6.**

- Потребность в калориях снизилась до 400, а потребность в жирах возросла до 150 граммов.
- Будет ли текущий базис оптимальным?

Второй случай. Обозначения

b_i – текущее значение правой части i -го ограничения;

Δb_i – изменение b_i ;

I_i – максимально возможное увеличение b_i ;

D_i – максимально допустимое снижение b_i .

Расчетные формулы

$$r_i = \frac{\Delta b_i}{I_i}, \quad \text{если } \Delta b_i > 0,$$

$$r_i = \frac{-\Delta b_i}{D_i}, \quad \text{если } \Delta b_i < 0,$$

$$r_i = 0, \quad \text{если } b_i \text{ не меняется.}$$

$$\sum_{i=1}^m r_i \leq 1 \quad \Rightarrow \quad \text{базис останется} \\ \text{ОПТИМАЛЬНЫМ}$$

$$\sum_{i=1}^m r_i > 1 \quad \Rightarrow \quad \text{базис может перестать} \\ \text{БЫТЬ ОПТИМАЛЬНЫМ}$$

Пример 7.

Пусть в распоряжении фабрики имеются 22 часа на отделочные работы и 9 часов на столярные работы.

Будет ли текущий базис оставаться оптимальным?

Решение (2-й случай).

Рассчитаем Δb_i и r_i

$$\Delta b_1 = 0$$

$$r_1 = 0$$

$$\Delta b_2 = 22 - 20 = 2 \quad I_2 = 4 \quad r_2 = \frac{2}{4} = 0.5$$

$$\Delta b_3 = 9 - 8 = 1 \quad I_3 = 2 \quad r_3 = \frac{1}{2} = 0.5$$

$$r_1 + r_2 + r_3 = 1$$

- **Пример 8.**

- Потребность в шоколаде возрастает до 8 граммов, а потребность в сахаре снижается 7 граммов.
- Будет ли текущий базис оптимальным?

Решение (второй случай).

$$\Delta b_1 = \Delta b_4 = 0$$

$$r_1 = r_4 = 0$$

$$\Delta b_2 = 8 - 6 = 2 \quad I_2 = 4 \quad r_2 = \frac{2}{4} = 0.5$$

$$\Delta b_3 = 7 - 10 = -3 \quad D_3 = 4 \quad r_3 = -\frac{(-3)}{4} = 0.75$$

$$r_1 + r_2 + r_3 = 1.25 > 1$$