

Транспортная задача с перевалочными пунктами

- Склады
- Транспортные узлы (узловые станции)
- Промежуточные пункты хранения
- Промежуточные пункты переработки
- И т.д.

Чтобы решить ТЗсПП необходимо

- Привести ее к закрытому виду
- Построить исходную транспортную таблицу, где перевалочные пункты представлены как в строках, так и в столбцах
- Определить величины поставок и потребностей в соответствии со следующими правилами

Правило определения величин поставок и потребностей

- **Поставки от поставщиков = их
возможностям по поставкам**
- **Потребности потребителей = их
потребностям**

Правило определения величин поставок и потребностей

- **Поставки из промежуточных пунктов
= суммарным поставкам + поставки из
данных пунктов**
- **Потребности промежуточных пунктов
= суммарным поставкам +
потребности данных пунктов**

Пример

Имеются 3 отправителя и 2 получателя груза.
Возможности поставщиков и потребности потребителей представлены в таблице

	Потребитель 1 (80)	Потребитель 2 (30)
Поставщик 1 (40)		
Поставщик 2 (30)		
Поставщик 3 (30)		

В процессе перевозки груза может быть использован 1 перевалочный пункт, потребность которого равна 10 единицам

Постройте исходную таблицу для решения транспортной задачи с перевалочными пунктами

Решение

1. Добавляем фиктивного поставщика с поставкой, равной $(80+30+10)-(40+30+30)=20$ единицам груза

	Потребитель 1 (80)	Потребитель 2 (30)
Поставщик 1 (40)		
Поставщик 2 (30)		
Поставщик 3 (30)		
ФИКТ. поставщик (20)		

2. Дополняем таблицу строкой и столбцом для промежуточного пункта

	Промежуточ- ный пункт	Потребитель 1 (80)	Потребитель 2 (30)
Поставщик 1 (40)			
Поставщик 2 (30)			
Поставщик 3 (30)			
Фикт. поставщик (20)			
Промежуточ- ный пункт			

3. Определяем возможность промежуточного пункта как суммарную (реальную) поставку

$$40+30+30=100$$

4. Определяем потребность промежуточного пункта как суммарную (реальную) поставку + собственная потребность в грузе

$$40+30+30+10=110$$

	Промежуточ- ный пункт (110)	Потребитель 1 (80)	Потребитель 2 (30)
Поставщик 1 (40)			
Поставщик 2 (30)			
Поставщик 3 (30)			
Фикт. поставщик (20)			
Промежуточ- ный пункт (100)			

Задача о назначениях

Задача о назначениях ($n \times n$)

Имеется n машин (рабочих), которые могут выполнить любую из n работ. Затраты, связанные с назначением i -й машины (рабочего) на выполнение j -й работы, отличаются в зависимости от вида выполняемой работы. В задаче необходимо так распределить машины (рабочих) по работам, чтобы выполнить их с минимальными затратами. При этом должны выполняться два условия: каждая машина (рабочий) может выполнить только одну работу, а каждая работа должна быть закреплена за одной машиной (рабочим).

Задача о назначениях ($n \times n$)

- Обозначения

c_{ij} – затраты на выполнение i -й машиной (рабочим) j -й работы,

x_{ij} – переменная, определяющая назначение ($x_{ij}=1$) или неназначение ($x_{ij}=0$) i -й машины (рабочего) на выполнение j -й работы

Задача о назначениях (n×n)

Целевая функция: минимизация общих затрат, связанных с выполнением работ

$$\min Z = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n C_{ij} x_{ij}$$

Задача о назначениях (n×n)

Ограничения:

- 1) Каждая машина (рабочий) должна быть назначена на выполнение одной работы

$$\sum_{j=1}^n x_{ij} = 1, \quad i = \overline{1, n}$$

- 2) Каждая работа должна быть закреплена за одной машиной (рабочим)

$$\sum_{i=1}^n x_{ij} = 1, \quad j = \overline{1, n}$$

- 3) Условие изменения переменной

$$x_{ij} = 0 \vee 1, \quad i, j = \overline{1, n}$$

Задача о назначениях

(пример)

В цехе установлены четыре станка, которые должны быть закреплены за четырьмя работами. Время на подготовительные операции, необходимое для выполнения различных работ на данных станках, приведено в таблице.

	<i>Работа 1</i>	<i>Работа 2</i>	<i>Работа 3</i>	<i>Работа 4</i>
<i>Станок 1</i>	14	5	8	7
<i>Станок 2</i>	2	12	6	5
<i>Станок 3</i>	7	8	3	9
<i>Станок 4</i>	2	4	6	10

Задача о назначениях (пример)

Руководство цеха хотело бы определить такое назначение станков на выполнение работ, при котором суммарное подготовительное время было бы минимальным.

Задача о назначениях (решение)

Переменные:

$x_{ij}=1$ — i -й станок назначается на
выполнение j -й работы;

$x_{ij}=0$ — i -й станок не назначается на
выполнение j -й работы.

Задача о назначениях

Целевая функция: минимум затрат
времени на выполнение работ

$$\begin{aligned} \min Z = & 14x_{11} + 5x_{12} + 8x_{13} + 7x_{14} + 2x_{21} + 12x_{22} + 6x_{23} + \\ & + 5x_{24} + 7x_{31} + 8x_{32} + 3x_{33} + 9x_{34} + 2x_{41} + 4x_{42} + 6x_{43} + 10x_{44} \end{aligned}$$

Задача о назначениях

$$x_{11} + x_{12} + x_{13} + x_{14} = 1$$

$$x_{21} + x_{22} + x_{23} + x_{24} = 1$$

$$x_{31} + x_{32} + x_{33} + x_{34} = 1$$

$$x_{41} + x_{42} + x_{43} + x_{44} = 1$$

Ограничения
по машинам

Задача о назначениях

$$x_{11} + x_{21} + x_{31} + x_{41} = 1$$

$$x_{12} + x_{22} + x_{32} + x_{42} = 1$$

$$x_{13} + x_{23} + x_{33} + x_{43} = 1$$

$$x_{14} + x_{24} + x_{34} + x_{44} = 1$$

Ограничения
по работам

$$x_{11} = 0 \vee 1, x_{12} = 0 \vee 1,$$

$$x_{13} = 0 \vee 1, \dots, x_{44} = 0 \vee 1$$

Условия изменения
переменных.

Венгерский метод

- **Шаг 1.** *В каждой строке матрицы затрат находим минимальный элемент и вычитаем его из каждого элемента соответствующей строки. Для полученной матрицы, в каждом столбце выбираем минимальный элемент и вычитаем его из каждого элемента соответствующего столбца.*

Венгерский метод

- **Шаг 2.** *Используя минимальное число прямых линий (горизонтальных или вертикальных), зачеркиваем все нулевые элементы матрицы. Если число линий совпадает с n , то в полученной матрице можно найти оптимальное решение. Если число линий меньше, чем n , то необходимо перейти к шагу 3.*

Венгерский метод

- **Шаг 3.** *Находим наименьший элемент среди незачеркнутых и вычитаем его из всех незачеркнутых элементов матрицы, и прибавляем к тем, которые перечеркнуты двумя линиями. Возвращаемся к шагу 2.*

Исходная матрица затрат имеет вид:

14	5	8	7
2	12	6	5
7	8	3	9
2	4	6	10

Шаг 1. Находим минимальные элементы в строках матрицы:

1 строка – 5;

2 строка – 2;

3 строка – 3;

4 строка – 2.

Вычитаем их из соответствующих строк. В результате получаем матрицу:

9	0	3	2
0	10	4	3
4	5	0	6
0	2	4	8

В полученной матрице находим минимальные элементы в столбцах:

1 столбец – 0;

2 столбец – 0;

3 столбец – 0;

4 столбец – 2.

Вычитаем их из соответствующих столбцов. Получаем матрицу:

9	0	3	0
0	10	4	1
4	5	0	4
0	2	4	6

Шаг 2. Зачеркиваем нулевые элементы минимальным числом линий:

9	0	3	0
0	10	4	1
4	5	0	4
0	2	4	6

Шаг 3. Вычитаем из всех незачеркнутых элементов и прибавляем к зачеркнутым дважды минимальный элемент – 1. Получаем матрицу:

10	0	3	0
0	9	3	0
5	5	0	4
0	1	3	5

Переходим к шагу 2. Производим зачеркивания:

	10	0	3	0	
	0	9	3	0	
	5	5	0	4	
	0	1	3	5	

Оптимальное закрепление выглядит следующим образом
(соответствующие клетки выделены):

14	5	8	7
2	12	6	5
7	8	3	9
2	4	6	10