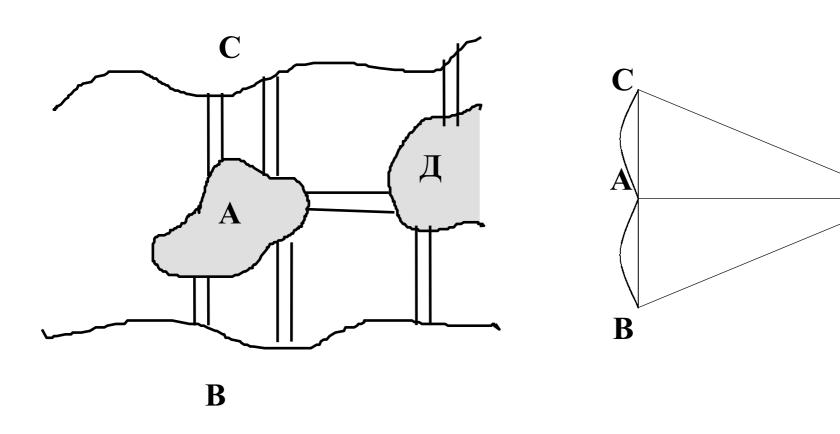
### МОДЕЛИРОВАНИЕ НА СЕТЯХ

Леонард Эйлер, 1736

#### Задача о Кенигсбергских мостах



#### НЕКОТОРЫЕ ПОНЯТИЯ И ОПРЕДЕЛЕНИЯ ИЗ ТЕОРИИ ГРАФОВ

- Граф это совокупность точек, соединенных линиями
- Математически конечным графом G называется пара (E,e), где E непустое конечное множество вершин, а e конечное (возможно пустое) множество дуг или ребер.

Обозначается граф через G = (E, e)

**Дугой** называется ориентированная пара  $(E_i, E_j)$  вершин, где  $E_i$  — начальная вершина дуги, а  $E_j$  — конечная.

Дуга на графе всегда имеет стрелку, которая показывает порядок вершин

Неориентированная пара  $\left(E_{i},E_{j}\right)$  вершин графа называется ребром

Путь – это конечная последовательность дуг, у которой начало каждой последующей дуги совпадает с концом предыдущей

Контур – это путь, начальная вершина которого совпадает с конечной

**Цепь** – последовательность ребер графа, у которой любые два соседних ребра имеют общую вершину

Если начальная и конечная вершины цепи совпадают, то мы имеем дело с **циклом** (иначе, **цикл** – это замкнутая цепь)

#### Определение сети

• Область графа, ограниченная несколькими точками (вершинами), некоторые из которых не имеют входящих или выходящих дуг, носит название **сети** 

#### Определение сетевой модели

• Сеть, моделирующая определенный процесс, называется сетевой моделью данного процесса.

Ориентация дуг осуществляется в соответствии с логикой (технологией) этого процесса

# Сетевое планирование и управление

• Сетевое планирование и управление (СПУ) — это разновидность систем организационного управления, предназначенная для управления производственной деятельностью коллективов людей

• Основа метода сетевого планирования и управления – сетевой график

#### Методологическая основа СПУ:

• методы исследования операций

• теория ориентированных графов

• некоторые разделы теории вероятностей

#### Методы СПУ отвечают на вопросы

• Каково ожидаемое время завершения проекта?

• Каковы возможные отклонения от этого времени?

•Каковы сроки начала и окончания каждого из конкретных действий, необходимых для выполнения проекта в целом?

• Какие действия являются «критическими» с точки зрения того, что они должны быть завершены точно в указанное время, чтобы полностью выполнить требования проекта?

• На какое время может задержаться реализация «некритических» действий (работ) без изменения запланированного срока окончания проекта?

• Как наилучшим образом сконцентрировать ресурсы на выполнении работ, чтобы ускорить завершение проекта?

#### Направления СПУ

• Метод критического пути (CPM – Critical Path Method)

Разработка – 1957 г., США Дж.Келли (Ремингтон Рэнд), М.Волкер (Дюпон)

**Первое использование** — компания Дюпон, совершенствования плана строительства нового предприятия

#### Направления СПУ

#### • ПЕРТ-анализ

(PERT – *Program Evaluation and Review Technique*)

Разработка - 1958 г., США

Военно-морские силы США совместно с консультационной фирмой «Буз, Эллен и Хэмилтон» (Booz, Allen, and Hamilton)

**Первое использование** — создание системы управления ракетами «Поларис»

#### Определение

• Сетевой график — информационнодинамическая модель, в которой отражены взаимосвязи и результаты всех работ, необходимых для достижения конечной цели

#### Основные элементы сетевого графика

• Работа (операция)

• Событие

Работа – целенаправленное действие,приводящее к определенным результатам (событиям)

### Виды работ

• действительные

• работы-ожидания

• фиктивные работы

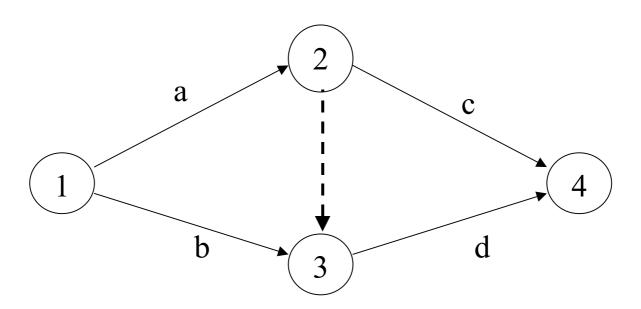
<u>Действительная</u> работа требует затрат и ресурсов и времени

Работа-ожидание – только затрат времени

<u>Фиктивная</u> работа устанавливает логическую (технологическую зависимость между операциями

#### Пример фиктивной операции

Операция d может выполняться только после выполнения операций a и b, а операция c — только после a:



#### Определение

• Событие - результат выполнения одной или нескольких работ

(событие не произойдет, пока не выполнятся все входящие в него работы)

#### Различают 3 вида событий

- 1. исходные
- 2. промежуточные
- 3. завершающие

Исходное событие — это такое событие, с которого начинается выполнение комплекса операций

Завершающее событие — это событие, которым заканчивается выполнение комплекса операций

Событие, за которым непосредственно начинается работа (работы), называется **начальным** для данной работы (работ) и обозначается символом i

Событие, которому непосредственно предшествует данная работа (работы), называется конечным для данной работы (обозначается символом *j*)

#### Обозначение события на сетевом графике:



#### Правила построения сетевого графика

• Сеть не должна содержать событий, кроме исходного, в которые не входит ни одна работа

• На сетевом графике не должно быть событий, кроме завершающего, из которых не выходит ни одна работа

#### Правила построения сетевого графика

• В сети не должно быть контуров

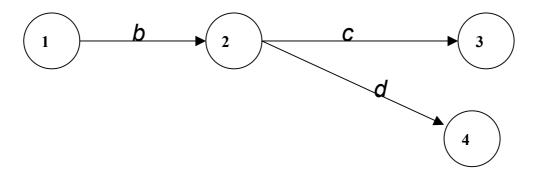
• Любая пара событий должна быть соединена только одной работой

#### Правила построения сетевого графика

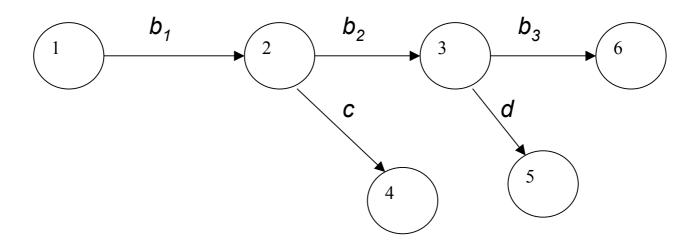
• Если какие-либо операции могут быть начаты до полного окончания непосредственно предшествующей им операции, то последнюю целесообразно представить как ряд последовательно выполняемых операций, завершающихся определенными событиями

#### Пример

Выполнение операций *с* и *d* может быть начато до полного окончания выполнения операции *b* 



# Операцию b рекомендуется разбить на элементарные операции $b_1$ , $b_2$ и $b_3$



#### Путь на сетевом графике

• Путь — это любая последовательность работ (операций), в которой начало каждой последующей работы совпадает с концом предыдущей

#### Виды пути на сетевом графике

• Полный путь – путь от исходного события до завершающего

• Предшествующий событию путь — путь от исходного события до данного

#### Виды пути на сетевом графике

• Следующий за событием путь — путь от данного события до завершающего

• Критический путь — путь от исходного события до завершающего, имеющий наибольшую продолжительность

## Структурная таблица – способ задания сетевого графика

Номер операции	Шифр	Наименова- ние	Длитель- ность	Опирает- ся на операцию