

МЕТОД КРИТИЧЕСКОГО ПУТИ

Основные временные параметры сетевого графика

- сроки свершения событий (ранние и поздние)
- критический путь
- критическое время

Основные временные параметры сетевого графика

- продолжительности выполнения отдельных работ
- сроки начала и окончания выполнения работ (операций)

Основные временные параметры сетевого графика

- резервы времени событий
- резервы времени операций
- полная продолжительность всех работ

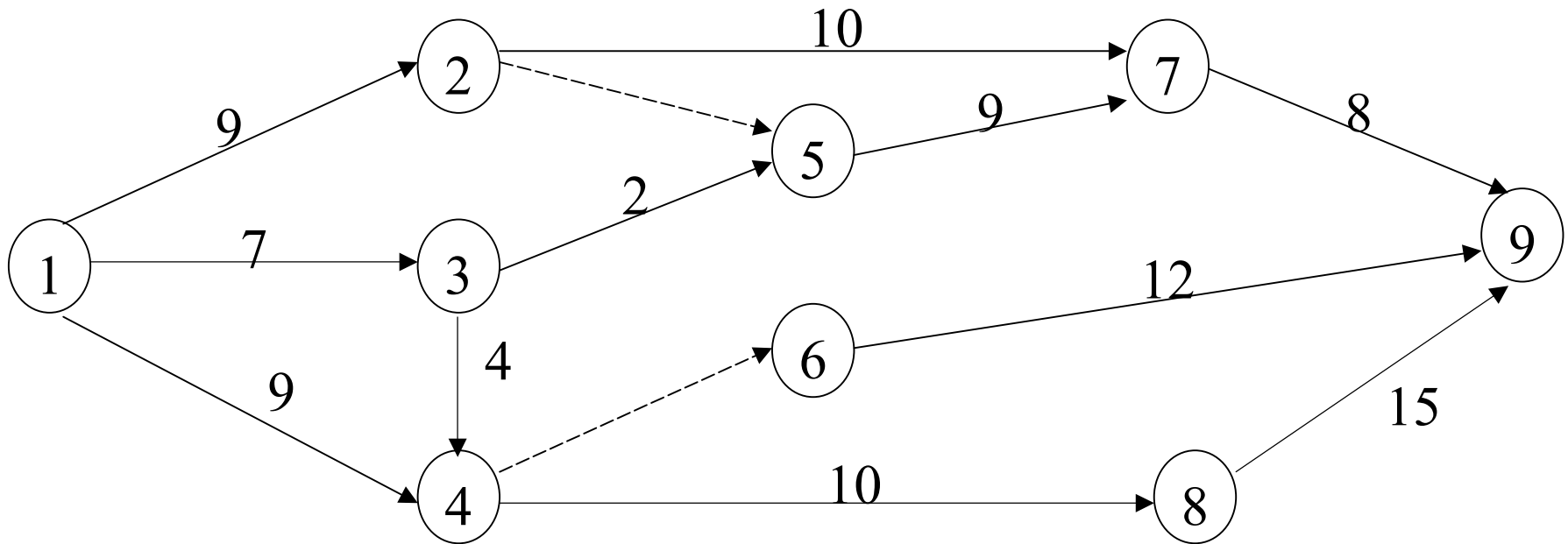
Сроки свершения событий

- Ранний срок

Определение

Ожидаемый (ранний) срок свершения события – это такой момент времени, раньше которого событие свершиться не может

Исходный сетевой график



Расчет ранних сроков

$$t_1 = 0 \quad t_2 = t_1 + t_{12} = 0 + 9 = 9$$

$$t_3 = t_1 + t_{13} = 0 + 7 = 7$$

$$\begin{aligned} t_4 &= \max\{t_1 + t_{14}, \underline{t_3 + t_{34}}\} = \\ &= \max\{0 + 9, \underline{7 + 4}\} = 11 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} t_5 &= \max\{\underline{t_2 + t_{25}}, \underline{t_3 + t_{35}}\} = \\ &= \max\{\underline{9 + 0}, \underline{7 + 2}\} = 9 \end{aligned}$$

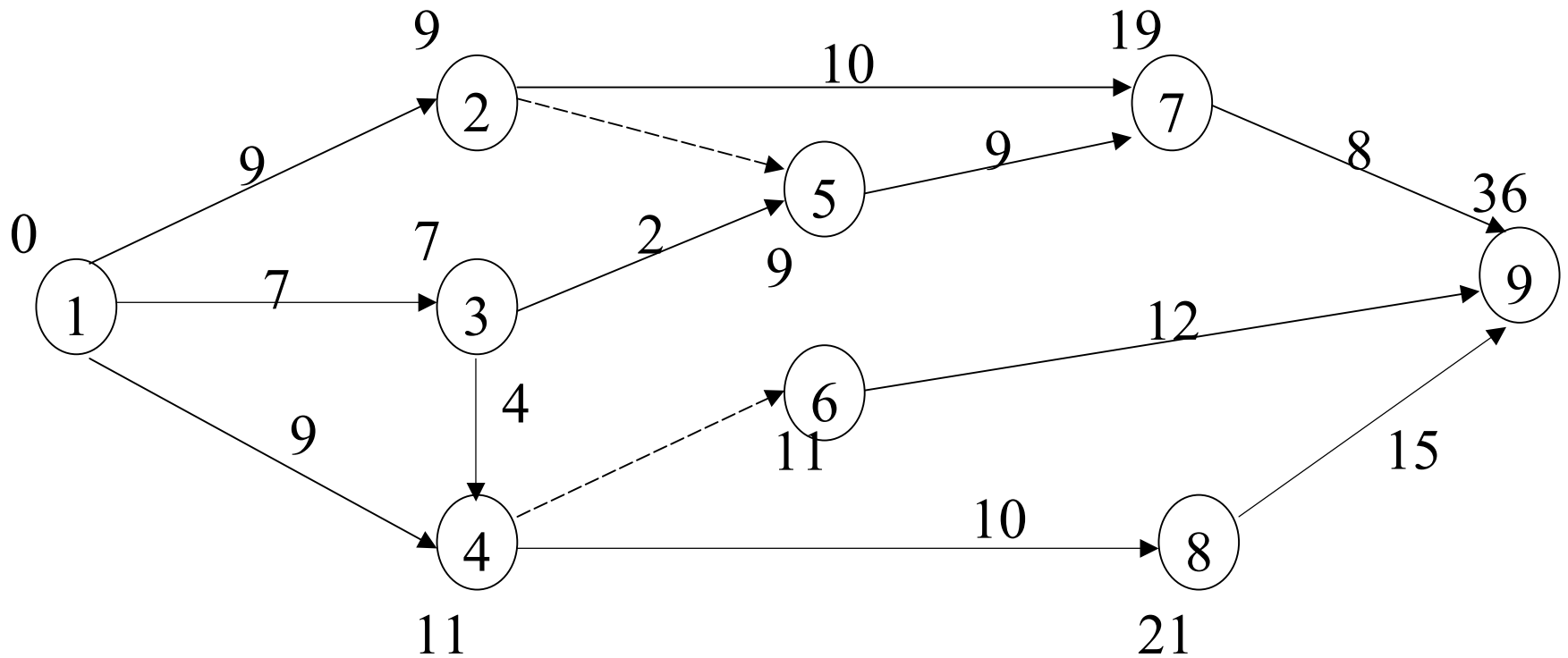
и т.д.

$$t_j = \max_{\substack{> \\ \{(i, j)\}}} \{t_i + t_{ij}\}$$

для всех

$$j = \overline{2, n}$$

Ранние сроки свершения событий



- Поздний срок

Определение

- *Предельный (поздний) срок свершения события – это такой момент времени, позже которого событие не должно произойти без увеличения общего времени выполнения комплекса операций*

Расчет поздних сроков свершения событий

$$t_n^* = t_n \qquad t_9^* = t_9 = 36$$

$$t_8^* = t_9^* - t_{89} = 36 - 15 = 21$$

$$t_7^* = t_9^* - t_{79} = 36 - 8 = 28$$

$$t_6^* = t_9^* - t_{69} = 36 - 12 = 24$$

$$t_5^* = t_7^* - t_{57} = 28 - 9 = 19$$

$$t_4^* = \min \{ \underline{t_8^* - t_{48}}, t_6^* - t_{46} \} =$$

$$= \min \{ \underline{21 - 10}, 24 - 0 \} = 11$$

$$t_3^* = \min \{ t_5^* - t_{35}, \underline{t_4^* - t_{34}} \} =$$

$$= \min \{ 19 - 2, \underline{11 - 4} \} = 7$$

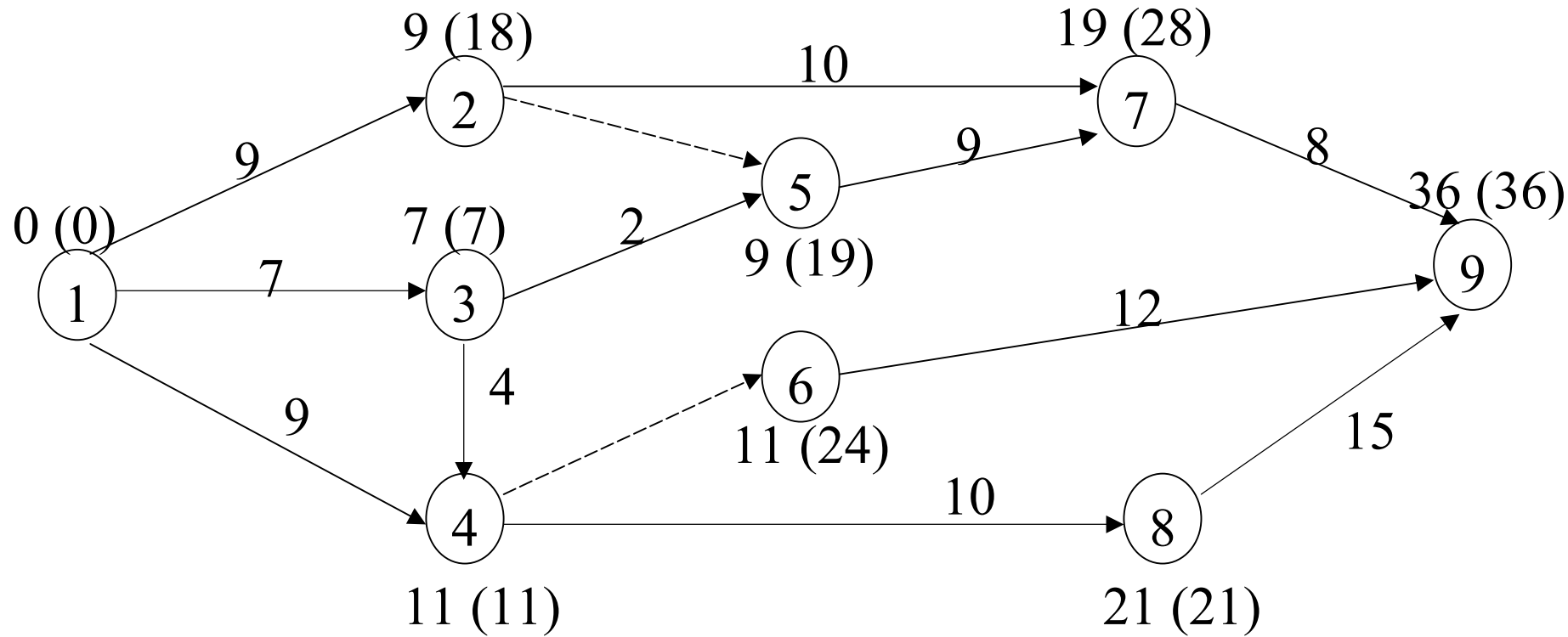
И т.д.

$$t_i^* = \min_{\{(i, j) \mid i < j\}} \{t_j^* - t_{ij}\}$$

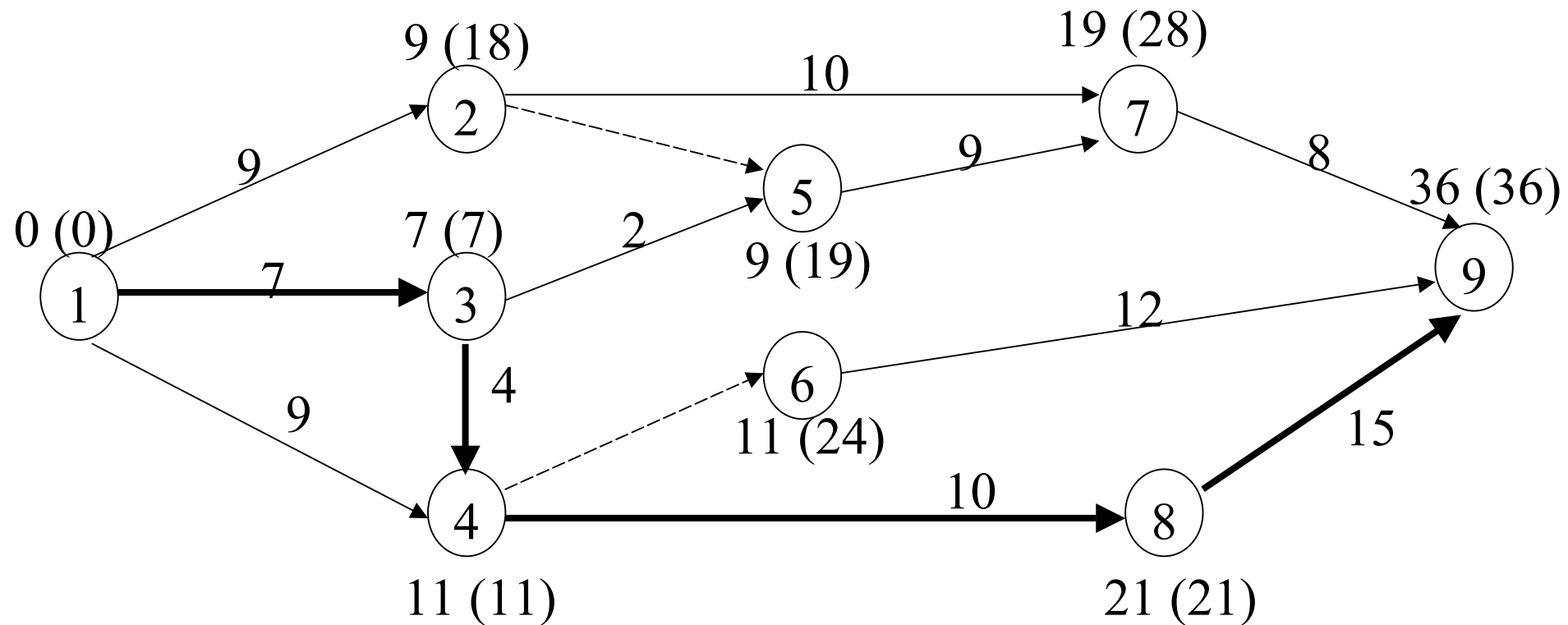
для всех

$$i = \overline{1, n-1}$$

Поздние сроки свершения событий



Критический путь



$\mu_{кр.} = (1-3-4-8-9)$ $t_{кр.} = 36$

Резервы времени событий

- Определение

Резерв времени события показывает, на какой предельно допустимый срок может задержаться свершение события без изменения срока свершения завершающего события

$$R_i = t_i^* - t_i$$

События, лежащие на критическом пути,
резервов времени не имеют

Расчет резервов

$$R_1 = 0 - 0 = 0$$

$$R_2 = 18 - 9 = 9$$

$$R_3 = 7 - 7 = 0$$

$$R_4 = 11 - 11 = 0$$

$$R_5 = 19 - 9 = 10$$

$$R_6 = 24 - 11 = 13$$

$$R_7 = 28 - 19 = 9$$

$$R_8 = 21 - 21 = 0$$

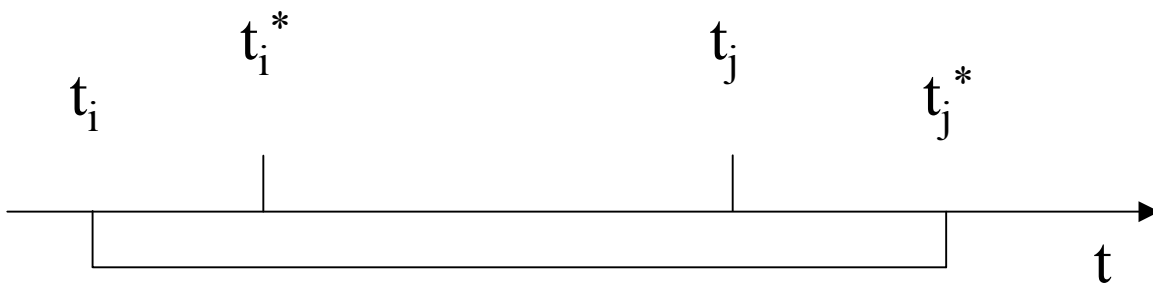
$$R_9 = 36 - 36 = 0$$

Резервы времени операций

- полный
- свободный
- частный резерв времени первого порядка
- частный резерв времени второго порядка
(независимый резерв)

Определение:

- *Полный резерв показывает, на сколько единиц времени можно отложить начало выполнения операции или увеличить ее продолжительность, не изменяя ожидаемого срока свершения начального события при условии, что конечное для данной операции событие свершится не позднее своего предельного срока*



$$R_{ij}^n = t_j^* - (t_i + t_{ij}) = t_j^* - t_{ij}^{p.o.}$$

Расчет полных резервов времени операций

$$R_{12}^{n.} = 18 - (0 + 9) = 9;$$

$$R_{13}^{n.} = 7 - (0 + 7) = 0;$$

$$R_{14}^{n.} = 11 - (0 + 9) = 2;$$

$$R_{25}^{n.} = 19 - (9 + 0) = 10;$$

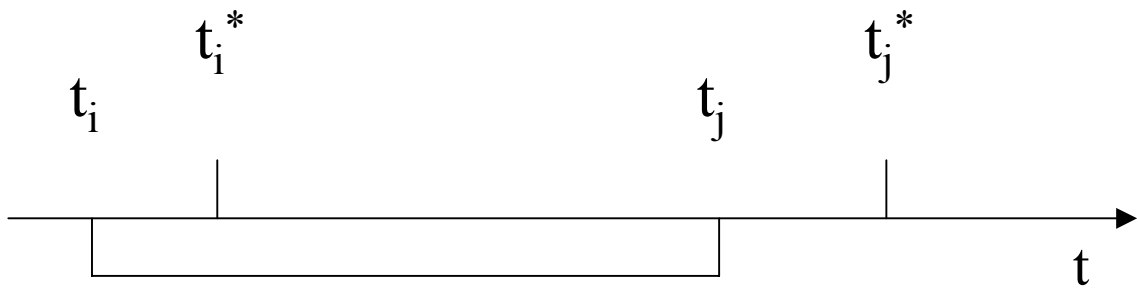
$$R_{27}^{n.} = 28 - (9 + 10) = 9;$$

$$R_{34}^{n.} = 11 - (7 + 4) = 0;$$

и т.д.

Определение:

- *Свободный резерв показывает, на сколько единиц времени можно увеличить продолжительность или отсрочить начало выполнения операции при условии, что начальное и конечное ее события свершаются в ожидаемое время*



$$R_{ij}^c = t_j - (t_i + t_{ij}) = t_j - t_{ij}^{p.o.}.$$

Расчет свободных резервов времени операций

$$R_{12}^{c.} = 9 - (0 + 9) = 0;$$

$$R_{13}^{c.} = 7 - (0 + 7) = 0;$$

$$R_{14}^{c.} = 11 - (0 + 9) = 2;$$

$$R_{25}^{c.} = 9 - (9 + 0) = 0;$$

$$R_{27}^{c.} = 19 - (9 + 10) = 0;$$

$$R_{34}^{c.} = 11 - (7 + 4) = 0;$$

и т.д.

Определение:

- *Частный резерв времени первого порядка* – запас времени, которым можно располагать при выполнении операции, если предположить, что начальное и конечное ее события свершаются в предельные сроки



$$R_{ij}^I = t_j^* - (t_i^* + t_{ij}) = t_{ij}^{n.H.} - t_i^*$$

Расчет частных резервов времени операций первого порядка

$$R_{12}^I = 18 - (0 + 9) = 9;$$

$$R_{13}^I = 7 - (0 + 7) = 0;$$

$$R_{14}^I = 11 - (0 + 9) = 2;$$

$$R_{25}^I = 19 - (18 + 0) = 1;$$

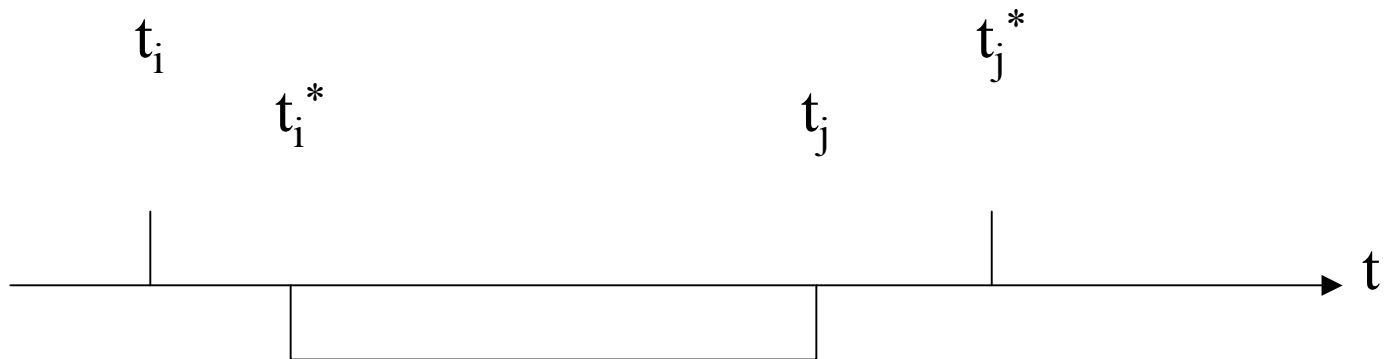
$$R_{27}^I = 28 - (18 + 10) = 0;$$

$$R_{34}^I = 11 - (7 + 4) = 0;$$

и т.д.

Определение:

- *Частный резерв времени второго порядка (независимый резерв) – запас времени, которым можно располагать при выполнении операции, если предположить, что ее начальное событие свершится в предельное, а конечное – в ожидаемое время*



$$R_{ij}^{II} = \max(t_j - t_i^* - t_{ij}; 0)$$

Расчет частных резервов времени операций второго порядка

$$R_{12}^{II} = \max(9 - 0 - 9; 0) = 0,$$

$$R_{13}^{II} = \max(7 - 0 - 7; 0) = 0,$$

$$R_{14}^{II} = \max(11 - 0 - 9; 0) = 2,$$

$$R_{25}^{II} = \max(9 - 18 - 0; 0) = 0,$$

$$R_{27}^{II} = \max(19 - 18 - 10; 0) = 0,$$

$$R_{34}^{II} = \max(11 - 7 - 4; 0) = 0,$$

и т.д.

Сроки выполнения работ

а) Ранний срок начала выполнения работы (операции)

$$t_{ij}^{p.n.} = t_i$$

$$t_{12}^{p.H.} = t_1 = 0; \quad t_{13}^{p.H.} = t_1 = 0; \quad t_{14}^{p.H.} = t_1 = 0;$$

$$t_{25}^{p.H.} = t_2 = 9; \quad t_{27}^{p.H.} = t_2 = 9; \quad t_{34}^{p.H.} = t_3 = 7;$$

и т.д.

б) Ранний срок окончания работы

$$t_{ij}^{p.o.} = t_{ij}^{p.n.} + t_{ij}$$

ИЛИ

$$t_{ij}^{p.o.} = t_i + t_{ij}$$

$$t_{12}^{p \cdot o \cdot} = t_1 + t_{12} = 0 + 9 = 9$$

$$t_{13}^{p \cdot o \cdot} = t_1 + t_{13} = 0 + 7 = 7$$

$$t_{14}^{p \cdot o \cdot} = t_1 + t_{14} = 0 + 9 = 9$$

$$t_{25}^{p \cdot o \cdot} = t_2 + t_{25} = 9 + 0 = 9$$

$$t_{27}^{p \cdot o \cdot} = t_2 + t_{27} = 9 + 10 = 19$$

и т.д.

в) Поздний срок окончания работы

$$t_{ij}^{n.o.} = t_j^*$$

$$t_{12}^{n.o.} = t_2^* = 18; \quad t_{13}^{n.o.} = t_3^* = 7; \quad t_{14}^{n.o.} = t_4^* = 11$$

$$t_{25}^{n.o.} = t_5^* = 19; \quad t_{27}^{n.o.} = t_7^* = 28; \quad t_{34}^{n.o.} = t_4^* = 11$$

и т.д.

г) Поздний срок начала работы

$$t_{ij}^{n.H.} = t_j^* - t_{ij}$$

ИЛИ

$$t_{ij}^{n.H.} = t_{ij}^{n.O.} - t_{ij}$$

$$t_{12}^{n.H.} = t_2^* - t_{12} = 18 - 9 = 9;$$

$$t_{13}^{n.H.} = t_3^* - t_{13} = 7 - 7 = 0;$$

$$t_{14}^{n.H.} = t_4^* - t_{14} = 11 - 9 = 2;$$

и т.д.

<i>Опера- ция (i,j)</i>	<i>t_{ij}</i>	<i>$t_{ij}^{p.н.}$</i>	<i>$t_{ij}^{p.o.}$</i>	<i>$t_{ij}^{н.н.}$</i>	<i>$t_{ij}^{н.o.}$</i>	<i>$R_{ij}^n.$</i>	<i>$R_{ij}^c.$</i>	<i>R_{ij}^I</i>	<i>R_{ij}^{II}</i>	<i>Статус</i>
<i>(1,2)</i>	<i>9</i>	<i>0</i>	<i>9</i>	<i>9</i>	<i>18</i>	<i>9</i>	<i>0</i>	<i>9</i>	<i>0</i>	<i>Н/кр.</i>
<i>(1,3)</i>	<i>7</i>	<i>0</i>	<i>7</i>	<i>0</i>	<i>7</i>	<i>0</i>	<i>0</i>	<i>0</i>	<i>0</i>	<i>Критич</i>
<i>(1,4)</i>	<i>9</i>	<i>0</i>	<i>9</i>	<i>2</i>	<i>11</i>	<i>2</i>	<i>2</i>	<i>2</i>	<i>2</i>	<i>Н/кр.</i>
<i>(2,5)</i>	<i>0</i>	<i>9</i>	<i>9</i>	<i>19</i>	<i>19</i>	<i>10</i>	<i>0</i>	<i>1</i>	<i>0</i>	<i>Н/кр.</i>
<i>(2,7)</i>	<i>10</i>	<i>9</i>	<i>19</i>	<i>18</i>	<i>28</i>	<i>9</i>	<i>0</i>	<i>0</i>	<i>0</i>	<i>Н/кр.</i>
<i>(3,4)</i>	<i>4</i>	<i>7</i>	<i>11</i>	<i>7</i>	<i>11</i>	<i>0</i>	<i>0</i>	<i>0</i>	<i>0</i>	<i>Критич</i>
<i>(3,5)</i>	<i>2</i>	<i>7</i>	<i>9</i>	<i>17</i>	<i>19</i>	<i>10</i>	<i>0</i>	<i>10</i>	<i>0</i>	<i>Н/кр.</i>
<i>(4,6)</i>	<i>0</i>	<i>11</i>	<i>11</i>	<i>24</i>	<i>24</i>	<i>13</i>	<i>0</i>	<i>13</i>	<i>0</i>	<i>Н/кр.</i>
<i>(4,8)</i>	<i>10</i>	<i>11</i>	<i>21</i>	<i>11</i>	<i>21</i>	<i>0</i>	<i>0</i>	<i>0</i>	<i>0</i>	<i>Критич</i>
<i>(5,7)</i>	<i>9</i>	<i>9</i>	<i>18</i>	<i>19</i>	<i>28</i>	<i>10</i>	<i>1</i>	<i>0</i>	<i>0</i>	<i>Н/кр.</i>
<i>(6,9)</i>	<i>12</i>	<i>11</i>	<i>23</i>	<i>24</i>	<i>36</i>	<i>13</i>	<i>13</i>	<i>0</i>	<i>0</i>	<i>Н/кр.</i>
<i>(7,9)</i>	<i>8</i>	<i>19</i>	<i>27</i>	<i>28</i>	<i>36</i>	<i>9</i>	<i>9</i>	<i>0</i>	<i>0</i>	<i>Н/кр.</i>
<i>(8,9)</i>	<i>15</i>	<i>21</i>	<i>36</i>	<i>21</i>	<i>36</i>	<i>0</i>	<i>0</i>	<i>0</i>	<i>0</i>	<i>Критич</i>