

**СВЕДЕНИЕ ЗАДАЧИ С
НЕСКОЛЬКИМИ ИСТОЧНИКАМИ И
НЕСКОЛЬКИМИ СТОКАМИ К
ЗАДАЧЕ С ОДНИМ ИСТОЧНИКОМ И
ОДНИМ СТОКОМ**

Пусть задана сеть $G = (E, e)$, у которой
имеется несколько источников

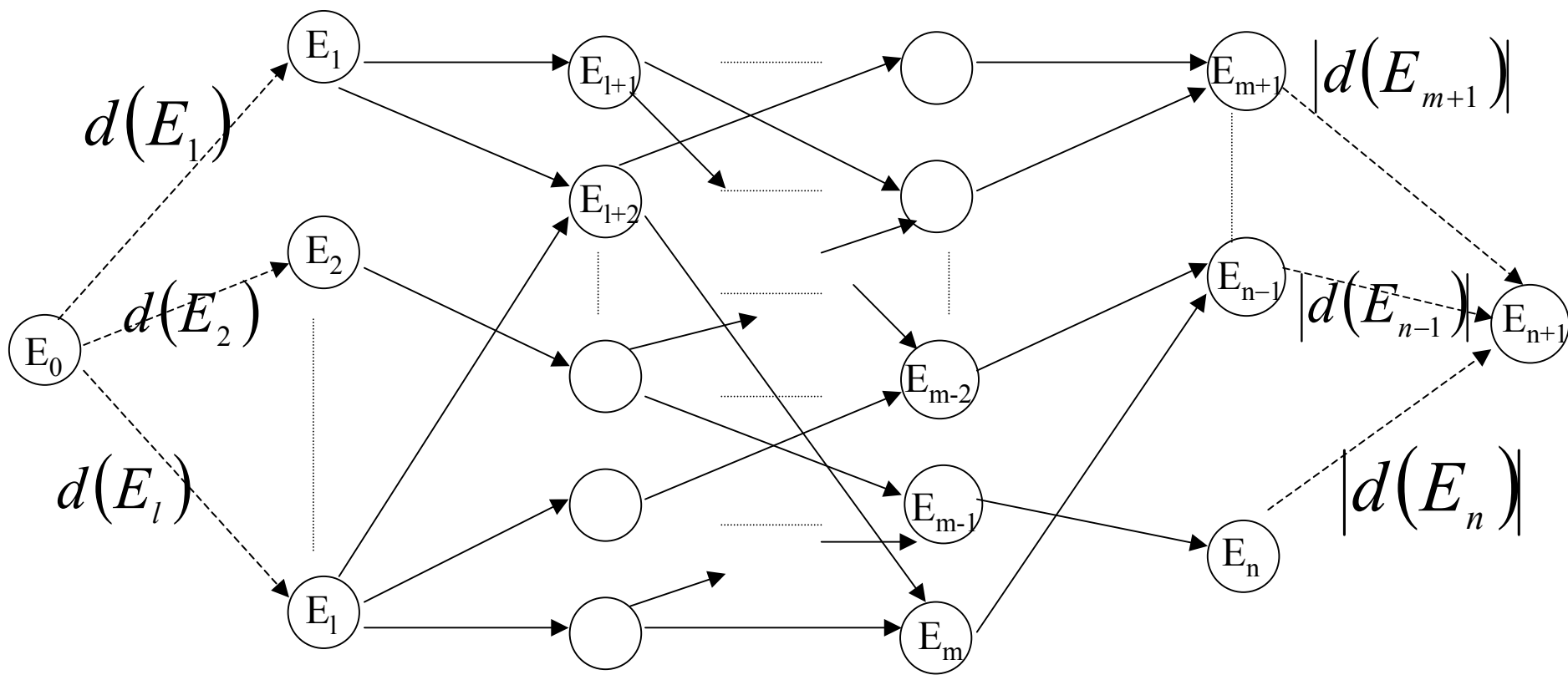
$$S = \{E_1, E_2, \dots, E_l\}$$

и несколько стоков

$$T = \{E_{m+1}, E_{m+2}, \dots, E_n\}$$

Кроме того, имеются промежуточные
вершины

$$N = \{E_{l+1}, E_{l+2}, \dots, E_m\}$$



$G' = (E', e')$ – расширенная сеть

E_0 – фиктивный источник

E_{n+1} – фиктивный сток

$$\left. \begin{array}{l} (E_0, E_j) \quad j = \overline{1, l} \\ (E_i, E_{n+1}) \quad i = \overline{m+1, n} \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{— фиктивные} \\ \text{дуги} \end{array}$$

$$\left. \begin{array}{l} b_{0j} = d(E_j), \quad j = \overline{1, l}, \\ b_{i, n+1} = |d(E_i)|, \quad i = \overline{m+1, n} \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{— фиктивные} \\ \text{пропускные} \\ \text{способности} \end{array}$$

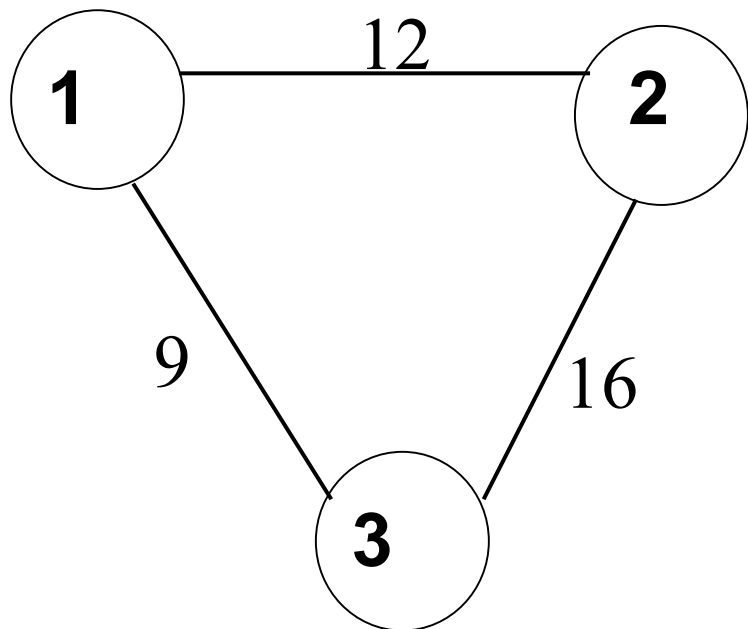
ПРОБЛЕМА МИНИМАЛЬНО СВЯЗНОГО ДЕРЕВА

Постановка задачи

- Пусть имеется некоторая сеть

$$G = (E, e)$$

Связи между вершинами сети заданы ребрами. Необходимо найти такую совокупность ребер, которая бы соединяла все вершины сети и при этом сумма длин этих ребер была минимальной



Три связных дерева:

- 1) (1,2) и (1,3);
- 2) (1,2) и (2,3);
- 3) (1,3) и (2,3).

Алгоритм

- Шаг 1.

Все множество вершин разбито на два подмножества: C и C^ , причем $C = \emptyset$, а $C^* = \{E\}$.*

- Выбираем некоторую вершину из подмножества C^* , например i -ю, и включаем ее в подмножество C .
Присоединяем к ней другую вершину из подмножества C^* , например j -ю, которая находится ближе всех к вершине i .

Вершины i и j образуют **соединенное**
множество вершин

$$C = \{i, j\}$$

Ребро (i, j) входит в минимально
связное дерево

Оставшиеся вершины сети,
принадлежащие подмножеству C^* ,
относятся к несоединенному множеству
вершин

$$\{i, j\} \notin C^*$$

- **Шаг 2.**

Выберем одну из вершин из подмножества C^ , например, k , которая находится наиболее близко к некоторой вершине из подмножества C*

Ребро (j, k) входит в минимально
связное дерево

Обновляем подмножества вершин

C и C^*

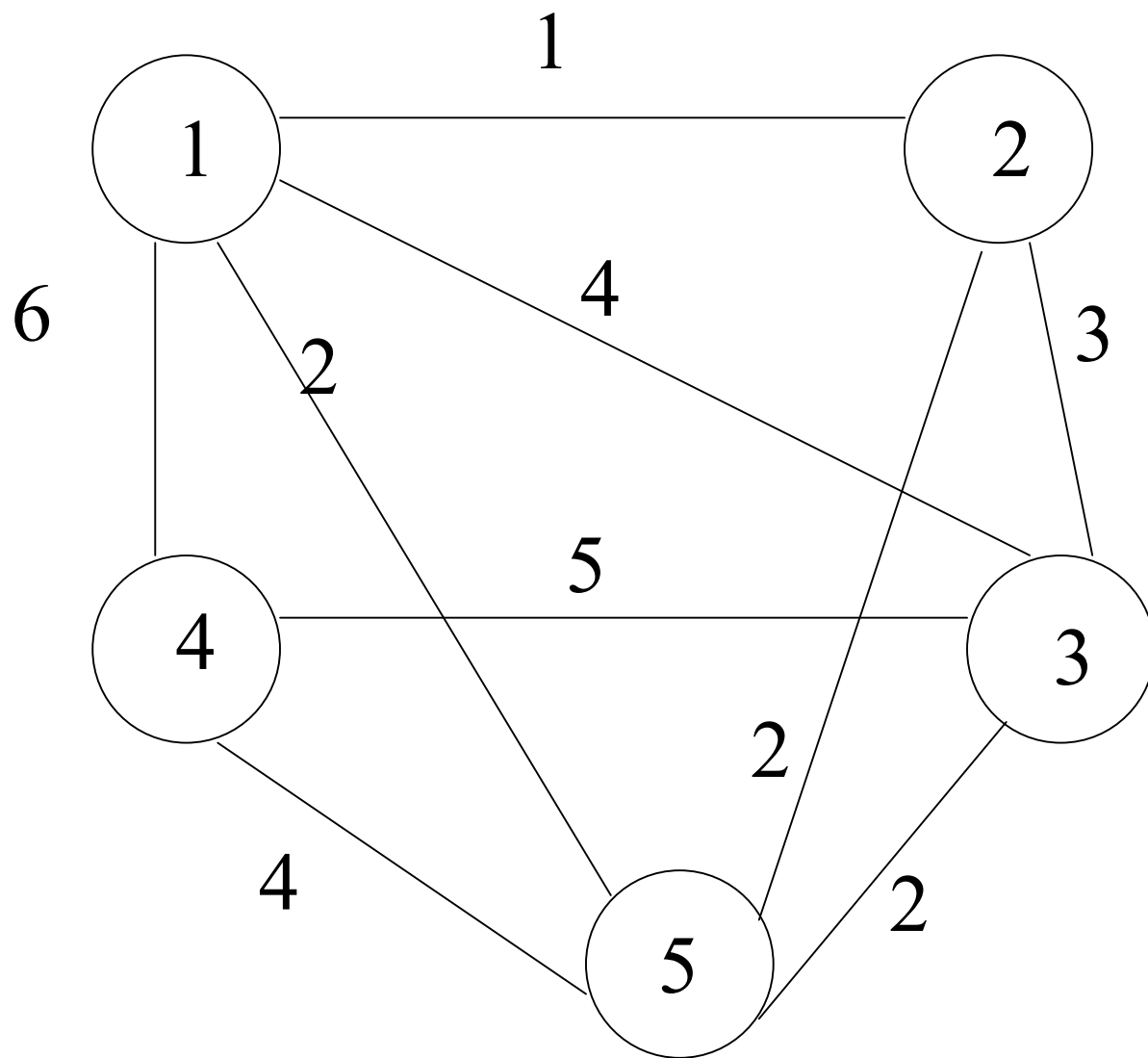
$$C = \{i, j, k\}$$

- **Шаг 3**

Повторяем этот процесс до тех пор пока минимально связное дерево не будет найдено

Пример

- Пусть университетский вычислительный комплекс пополнился пятью компьютерами, которые необходимо увязать в сеть. Расстояния между каждой парой компьютеров (в сотнях метров) приведены на рисунке.



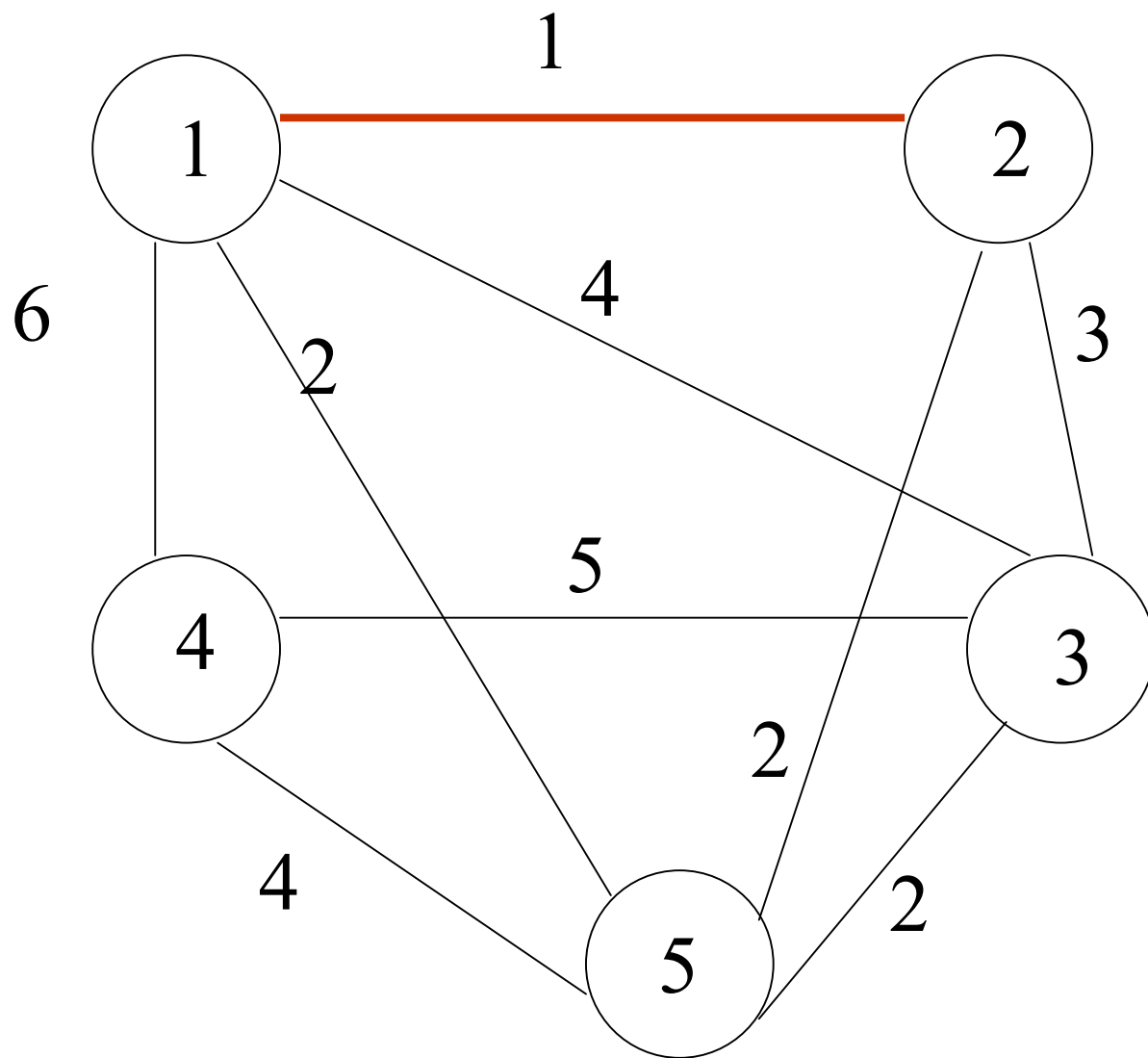
- *Отсутствие связи между вторым и четвертым компьютерами говорит о невозможности проложить между ними кабель по техническим причинам*
- *Какова минимальная длина кабеля, которая обеспечит соединение компьютеров в единую сеть?*

$$C = \emptyset$$

$$C^* = \{1, 2, 3, 4, 5\}$$

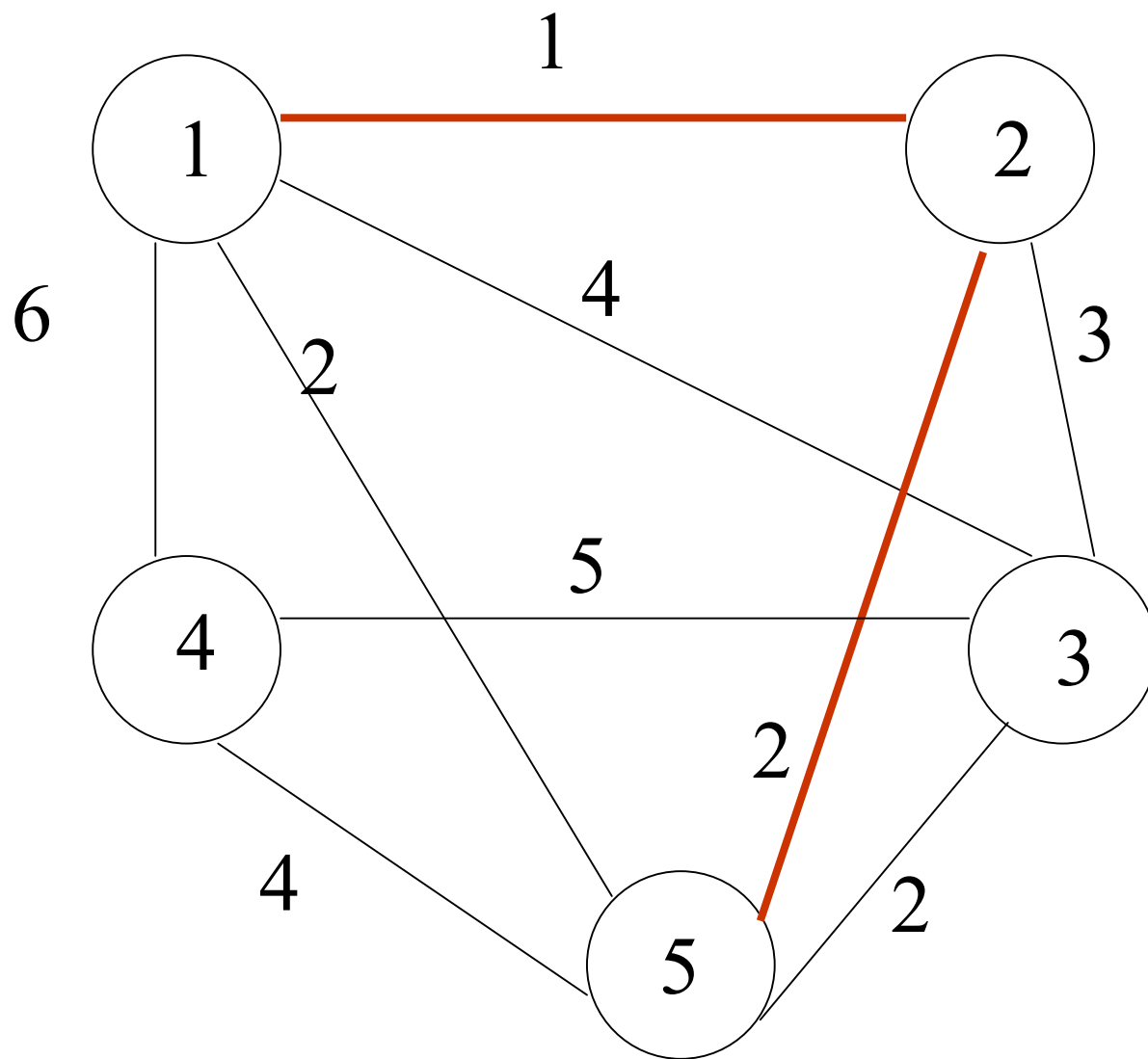
$$C = \{1, 2\}$$

$$C^* = \{3, 4, 5\}$$



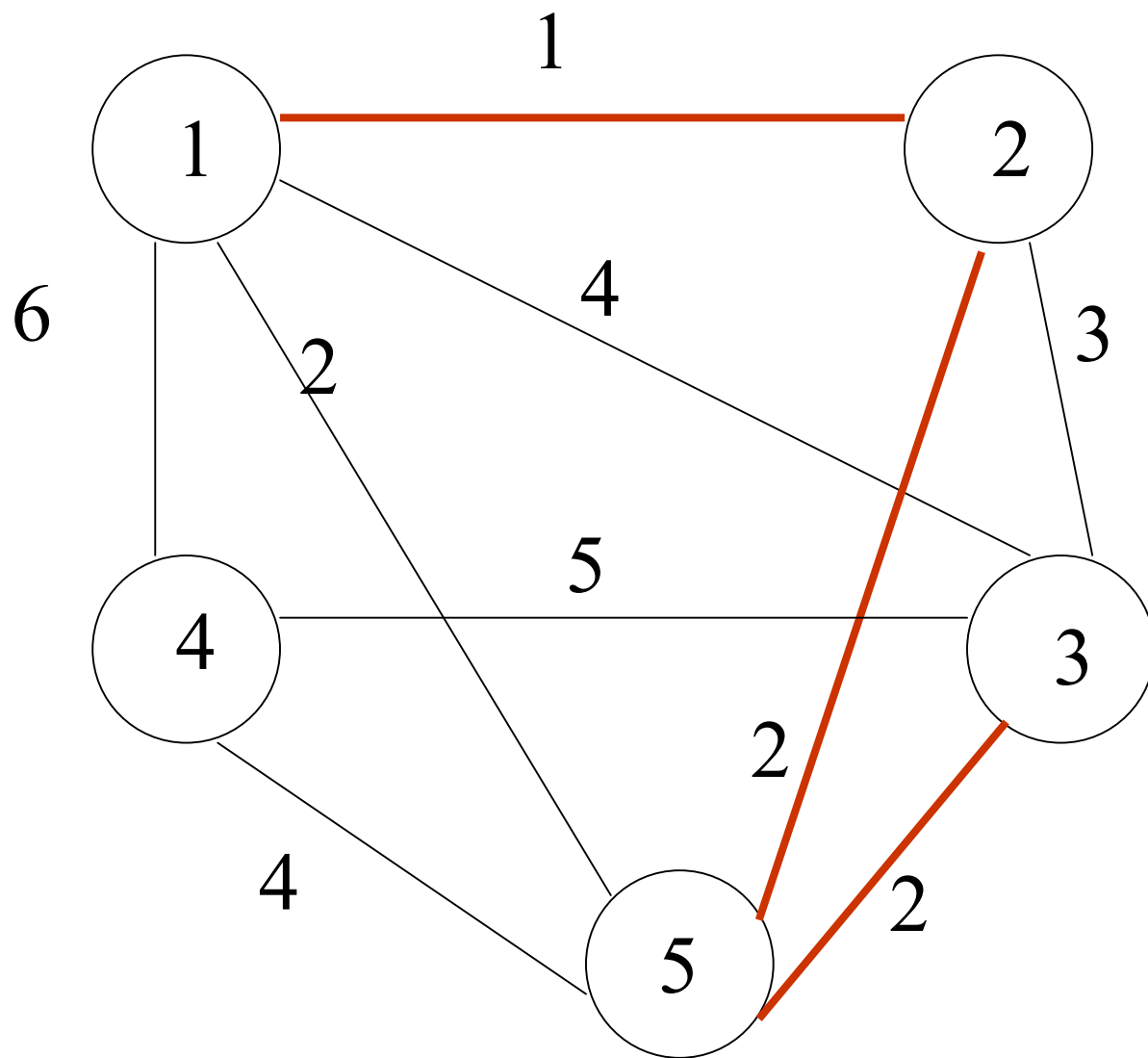
$$C = \{1, 2, 5\}$$

$$C^* = \{3, 4\}$$



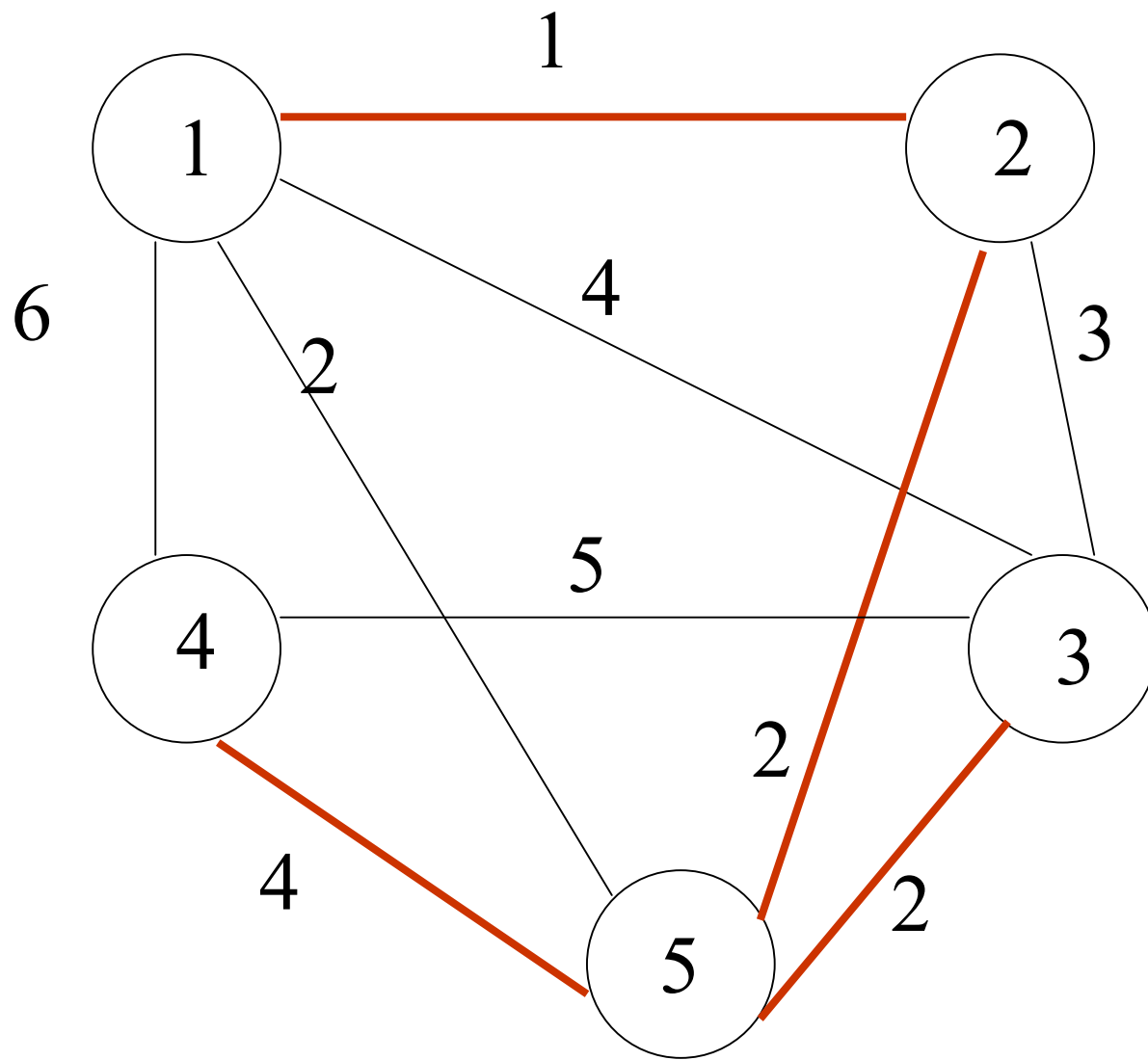
$$C = \{1, 2, 3, 5\}$$

$$C^* = \{4\}$$



$$C = \{1, 2, 3, 4, 5\}$$

$$C^* = \emptyset$$



Длина минимально связного дерева

$$100 + 200 + 200 + 400 = 900 \text{ (метров)}$$