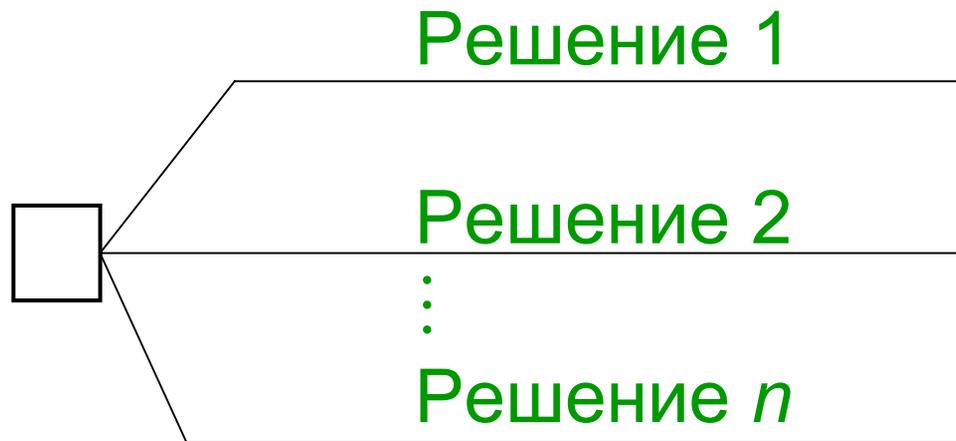


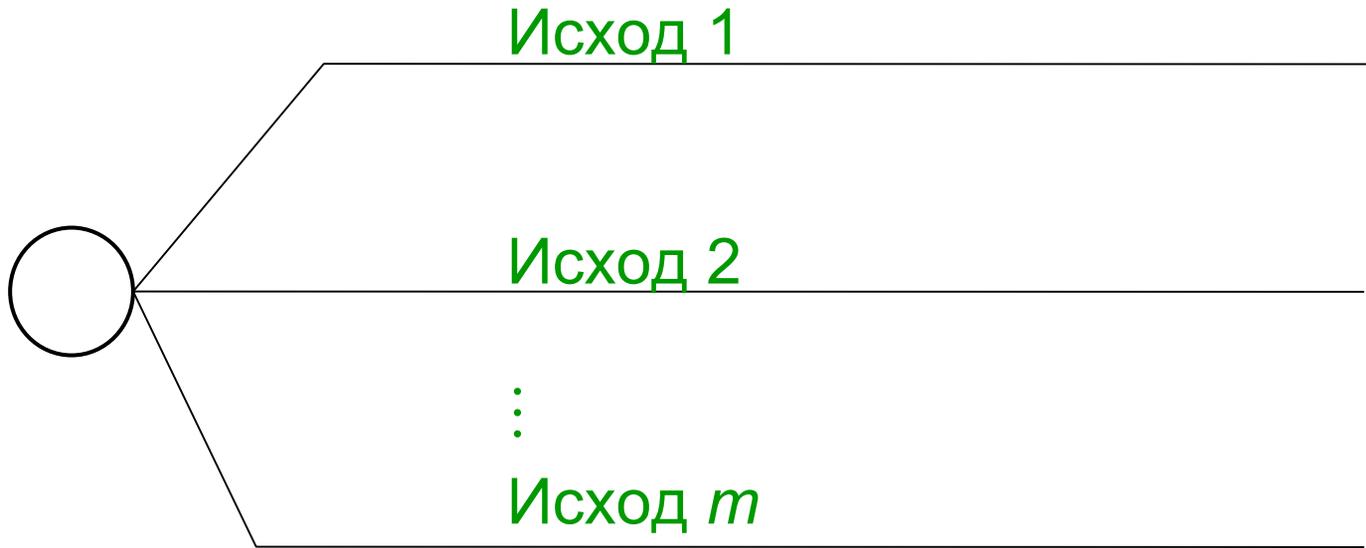
ДЕРЕВО РЕШЕНИЙ

- **Дерево решений** – это графический подход для анализа решений в условиях риска

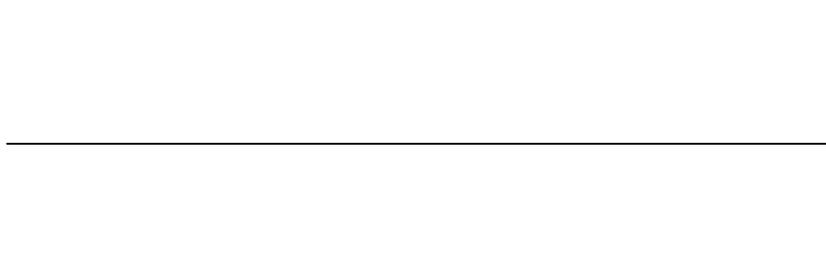
- **Вилка решений** представляет точку во времени, когда необходимо принять то или иное решение



- **Вилка событий** рисуется тогда, когда внешние факторы определяют, какое из возможных случайных событий произойдет. Каждая ветвь вилки событий представляет возможный исход, а число (p_i) , ассоциируемое с каждой ветвью, представляет собой вероятность, с какой данное событие происходит



- **Конечная ветвь**



ПРИМЕР

Завод электрических приборов «Светлячок», имеющий материальные ценности на сумму в 300000 грн., хотел бы определить, начинать или не начинать производить новый вид электрических чайников. «Светлячок» имеет три альтернативы:

Провести исследование местного рынка и затем, используя полученные результаты, определить, стоит ли производить и продавать новый вид электрических чайников по всей стране.

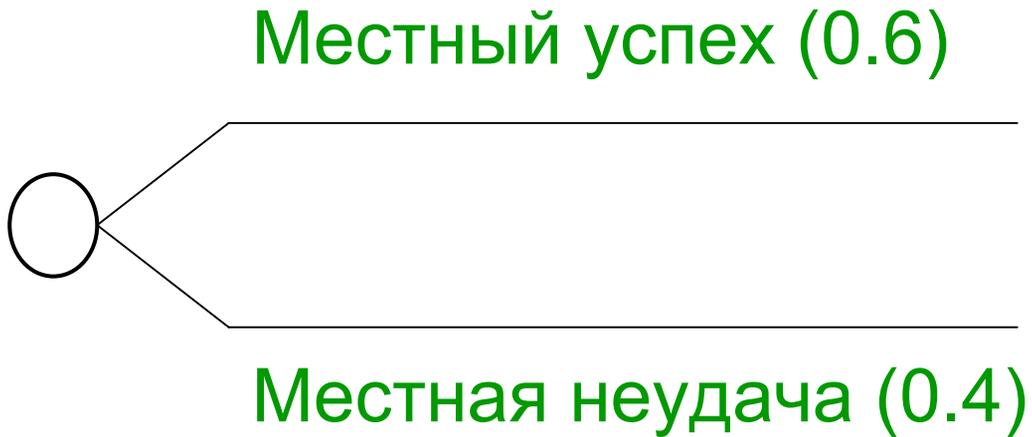
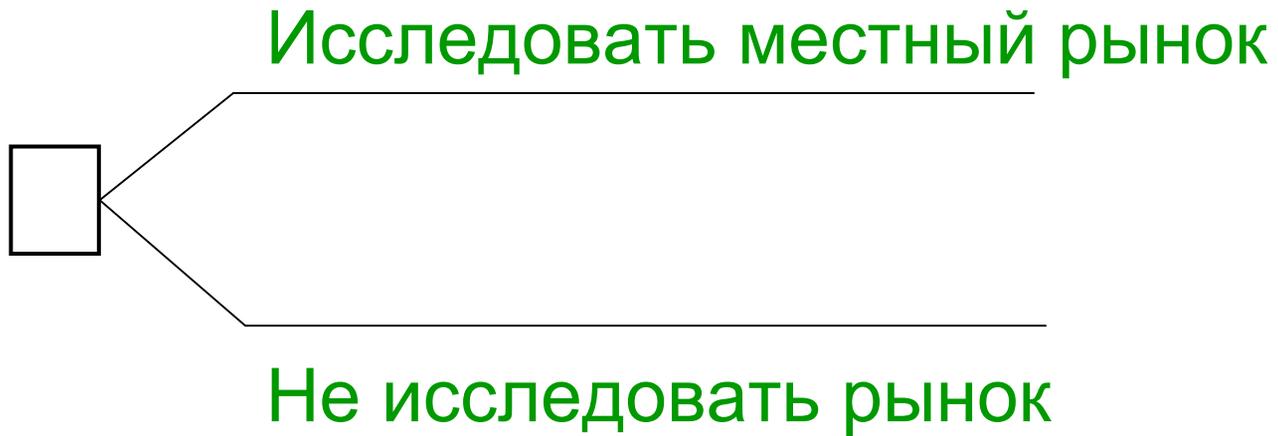
Немедленно (без исследования рынка) начать производить чайники и продавать их по всей стране

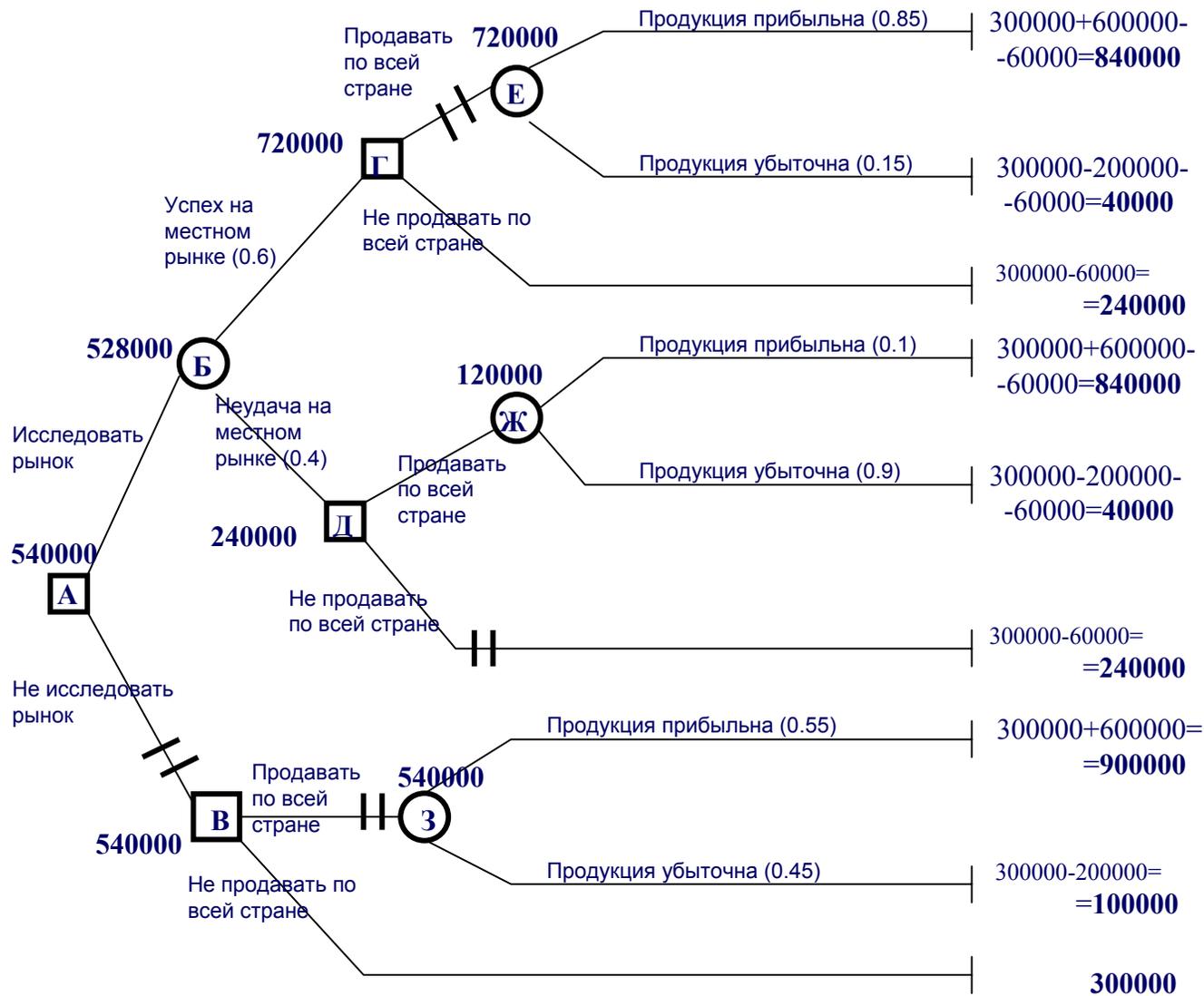
Немедленно (без исследования рынка) отказаться от производства чайников и их продажи по всей стране.

В отсутствие маркетингового исследования «Светлячок» верит, что производство нового вида чайника имеет 55 шансов из 100 принести прибыль при продаже его по всей стране и 45 шансов из 100 принести убытки. Если чайник будет иметь успех, то это увеличит материальные ценности завода на 600000 грн. В случае неудачи ценности сократятся на 200000 грн.

Если «Светлячок» предпримет маркетинговое исследование местного рынка (по цене 60000 грн.), то он имеет 60-процентный шанс получить благоприятный исход и 40-процентный шанс потерпеть неудачу. Если местный успех достигнут, то продажа чайника имеет шанс в 85% быть прибыльной на национальном уровне. Если на местном уровне наблюдается неудача, то имеется шанс только в 10% из 100, что новый вид электрического чайника будет выгодно производить.

Если завод «Светлячок» относится нейтрально к риску, то какую стратегию ему необходимо выбрать, чтобы максимизировать ожидаемую стоимость материальных ценностей?





Дерево решений проблемы завода «Светлячок»

Вилка **Е**: продавать по всей стране после местного успеха

$$0.85 \times 840000 + 0.15 \times 40000 = 720000 \text{ грн.}$$

Вилка **Ж**: продавать по всей стране после местной неудачи

$$0.1 \times 840000 + 0.9 \times 40000 = 120000 \text{ грн.}$$

Вилка **З**: продавать по всей стране, не исследуя рынка

$$0.55 \times 900000 + 0.45 \times 100000 = 540000 \text{ грн.}$$

Вилка Г: ожидаемая стоимость имущества — 720000 грн.

Вилка Д: ожидаемая стоимость имущества — 240000 грн.

Вилка В: ожидаемая стоимость имущества — 540000 грн.

Вилка *Б*:

$$0.6 \times 720000 + 0.4 \times 240000 = 528000 \text{ грн.}$$

Вилка *А*:

$$\max \{528000; 540000\} = 540000 \text{ грн.}$$

- **Оптимальная стратегия:** не исследовать рынок и затем продавать новый вид электрического чайника по всей стране

ОЦЕНКА ОЖИДАЕМОЙ ЦЕННОСТИ ВЫБОРОЧНОЙ ИНФОРМАЦИИ (EVSI)

$$EVWSI = 528000 + 60000 = 588000 \text{ грн.}$$

$$EVCS = 540000 \text{ грн.}$$

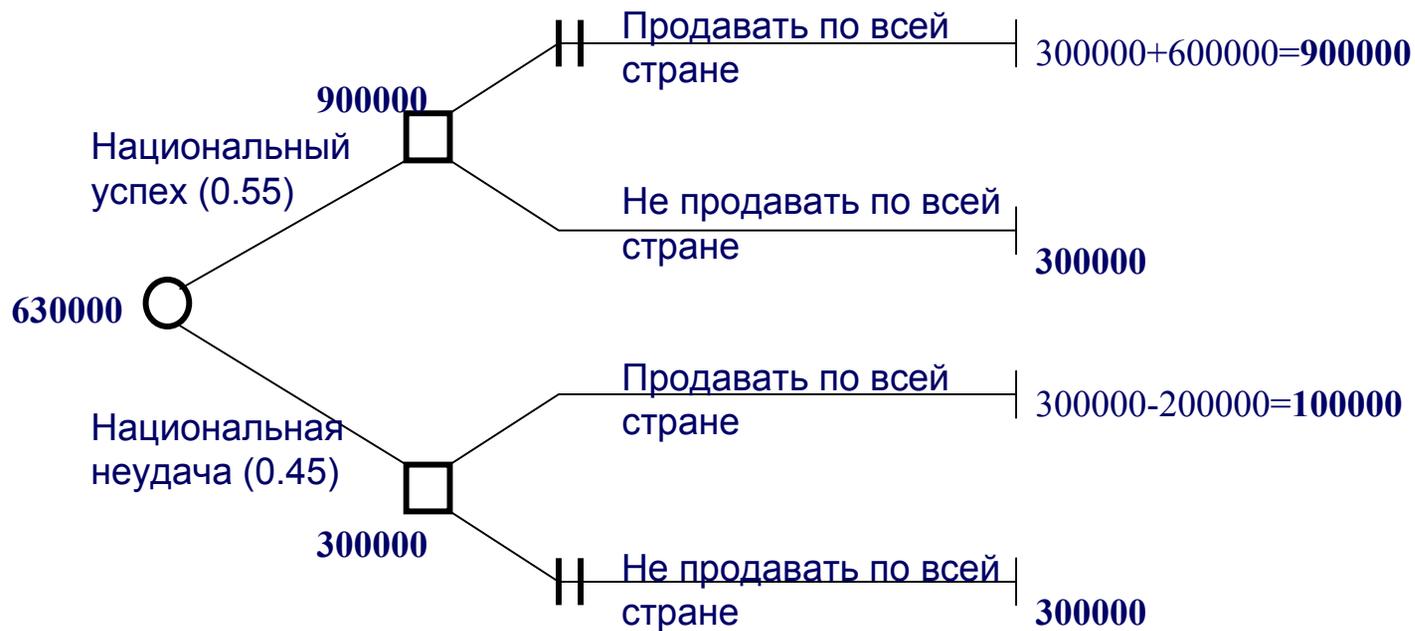
$$EVSI = EVWSI - EVCS$$

$$EVSI = 588000 - 540000 = 48000 \text{ грн.}$$

Оценка **EVSI** показывает максимально возможную цену, которую завод может заплатить за исследование рынка и все еще иметь тот же уровень благосостояния, как если бы исследования рынка вообще не было.

ОЦЕНКА ОЖИДАЕМОЙ ЦЕННОСТИ ПОЛНОЙ ИНФОРМАЦИИ (EVPI)

Условие: все неожиданные события, которые могут повлиять на окончательную позицию завода по стоимости имущества, происходят с заданными вероятностями



$$EVWPI = 0.55 \times 900000 + 0.45 \times 300000 = 630000 \text{ грн.}$$

$$EVPI = EVWPI - EVCS$$

$$EVPI = 630000 - 540000 = 90000 \text{ грн.}$$

Оценка **EVPI** определяет верхнюю границу затрат на получение информации о тестировании рынка

ФОРМУЛА БАЙЕСА И ДЕРЕВО РЕШЕНИЙ

Априорные вероятности – оценки вероятностей состояний до исследования рынка

$$P(HY) = 0.55$$

$$P(HH) = 0.45$$

S_1, S_2, \dots, S_n – ВОЗМОЖНЫЕ СОСТОЯНИЯ

O_1, O_2, \dots, O_m – ВОЗМОЖНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ
ЭКСПЕРИМЕНТА

$P(S_i / O_j)$ – УСЛОВНЫЕ ВЕРОЯТНОСТИ
(*апостериорные вероятности*)
($i = \overline{1, n}, j = \overline{1, m}$)

Апостериорные вероятности

$$P(HY/MY) = 0.85,$$

$$P(HY/MH) = 0.10,$$

$$P(HH/MY) = 0.15,$$

$$P(HH/MH) = 0.90.$$

$P(O_j / S_i)$ – вероятности исхода эксперимента O_j
при условии, что наступило событие S_i

(например, достижения успеха на местном
рынке при условии, что по всей стране
продукция не пошла)

Для каждого состояния данные
вероятности показывают возможности
наступления любого из исходов
эксперимента

$$P(MY / HY) = 51/55$$

$$P(MH / HY) = 4/55$$

$$P(MY / HH) = 9/45$$

$$P(MH / HH) = 36/45$$

Совместные вероятности каждого из состояний и возможного исхода эксперимента

$$P(HY \cap MY) = P(HY)P(MY / HY) = 0.55 \cdot \frac{51}{55} = 0.51$$

$$P(HY \cap MH) = P(HY)P(MH / HY) = 0.55 \cdot \frac{4}{55} = 0.04$$

$$P(HH \cap MY) = P(HH)P(MY / HY) = 0.45 \cdot \frac{9}{45} = 0.09$$

$$P(HH \cap MH) = P(HH)P(MH / HH) = 0.45 \cdot \frac{36}{45} = 0.36$$

Вероятности возможного исхода эксперимента

$$P(MY) = P(HY \cap MY) + P(HH \cap MY) = 0.51 + 0.09 = 0.60,$$
$$P(MH) = P(HY \cap MH) + P(HH \cap MH) = 0.04 + 0.36 = 0.40.$$

Формула Байеса для нахождения апостериорных вероятностей

$$P(HY / MY) = \frac{P(HY \cap MY)}{P(MY)} = \frac{0.51}{0.60} = 0.85$$

$$P(HH / MY) = \frac{P(HH \cap MY)}{P(MY)} = \frac{0.09}{0.60} = 0.15$$

$$P(HY / MH) = \frac{P(HY \cap MH)}{P(MH)} = \frac{0.04}{0.40} = 0.10$$

$$P(HH / MH) = \frac{P(HH \cap MH)}{P(MH)} = \frac{0.36}{0.40} = 0.90$$

Алгоритм

- **Шаг 1**

Определяем совместные вероятности

$P(S_i \cap O_j)$, перемножая априорные $P(S_i)$

и условные вероятности $P(O_j / S_i)$

- **Шаг 2**

*Определяем вероятности каждого
возможного исхода эксперимента $P(O_j)$,
суммируя соответствующие
совместные вероятности $P(S_k \cap O_j)$*

- **Шаг 3**

*Определяем каждую апостериорную
вероятность $P(S_i / O_j)$ путем деления
совместных вероятностей $P(S_i \cap O_j)$
на вероятности исходов
эксперимента $P(O_j)$*

Пример.

Завод «Фрукт» по производству компьютеров производит чипы памяти партиями по 10 чипов. Исходя из прошлого опыта, «Фрукт» знает, что 80% всех партий содержит 10% (один из десяти) дефектных чипов и 20% всех партий содержит 50% (пять из десяти) дефектных чипов. Если «хорошая» партия (с 10% дефектов) передана на следующую стадию производства, то производственные затраты составляют \$1000, если же «плохая» партия (с 50% дефектов) передана на следующую стадию производства, то производственные затраты составляют \$4000. «Фрукт» также имеет альтернативу переделать партию по цене \$1000. Переделанная партия является хорошей партией (без дефектов).

С другой стороны, «Фрукт» может выборочно протестировать по одному чипу из каждой партии (при затратах в \$100) с целью определения, является ли партия дефектной.

Определите, как «Фрукт» может минимизировать ожидаемые затраты в расчете на одну партию. Рассчитайте также оценки $EVSI$ и $EVPI$.

Имеются следующие состояния:

G – партия хорошая,

B – партия плохая.

Априорные вероятности:

$$P(G) = 0.8 \quad P(B) = 0.2$$

Допустимы два исхода:

D – найден дефектный чип,

ND – найден чип без дефекта.

Заданы вероятности:

$$P(D/G) = 0.1,$$

$$P(ND/G) = 0.9),$$

$$P(D/B) = 0.5,$$

$$P(ND/B) = 0.5).$$

Рассчитаем совместные вероятности:

$$P(G \cap D) = P(G)P(D / G) = 0.8 \cdot 0.1 = 0.08,$$

$$P(B \cap D) = P(B)P(D / B) = 0.2 \cdot 0.5 = 0.1,$$

$$P(G \cap ND) = P(G)P(ND / G) = 0.8 \cdot 0.9 = 0.72,$$

$$P(B \cap ND) = P(B)P(ND / D) = 0.2 \cdot 0.5 = 0.1.$$

Вероятности каждого исхода эксперимента:

$$P(D) = P(G \cap D) + P(B \cap D) = 0.08 + 0.1 = 0.18,$$

$$P(ND) = P(G \cap ND) + P(B \cap ND) = 0.72 + 0.1 = 0.82.$$

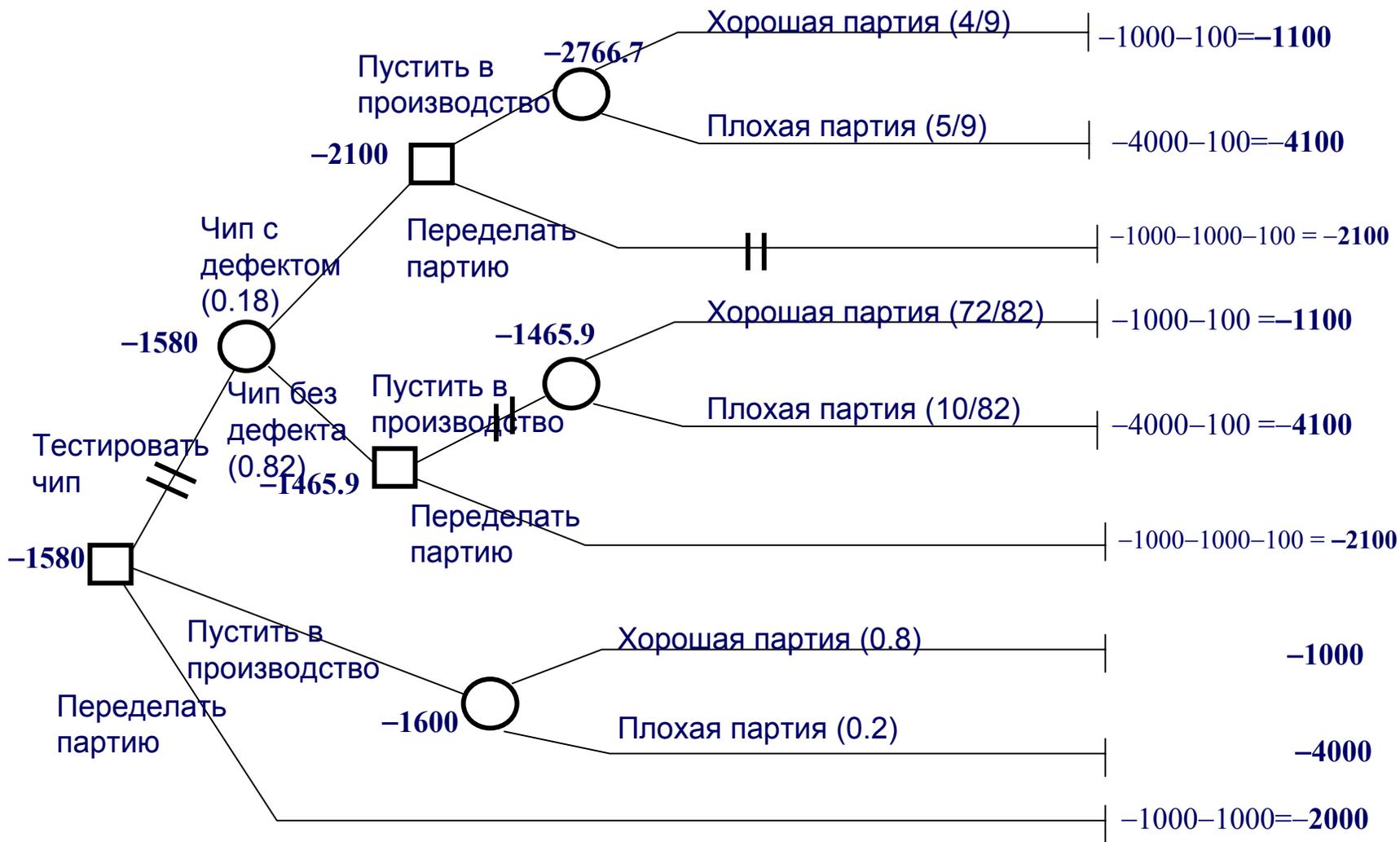
Апостериорные вероятности

$$P(B / D) = \frac{P(B \cap D)}{P(D)} = \frac{0.10}{0.18} = \frac{5}{9},$$

$$P(G / D) = \frac{P(G \cap D)}{P(D)} = \frac{0.08}{0.18} = \frac{4}{9},$$

$$P(B / ND) = \frac{P(B \cap ND)}{P(ND)} = \frac{0.10}{0.82} = \frac{10}{82},$$

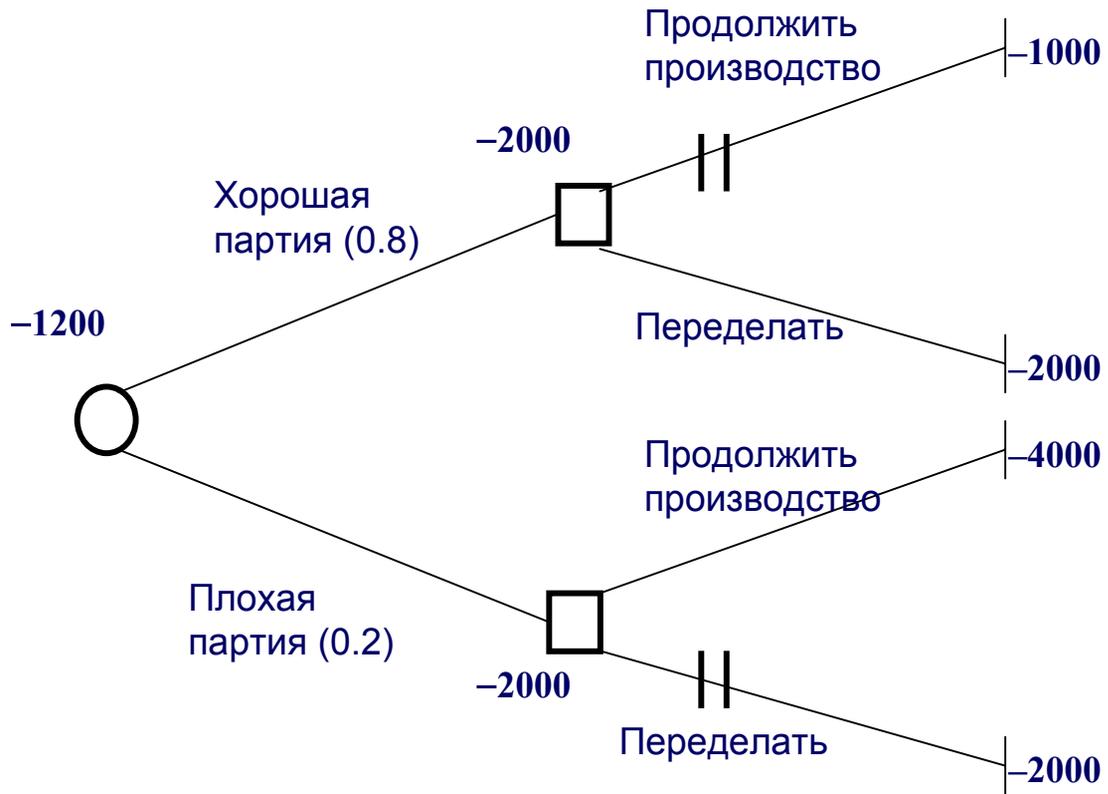
$$P(G / ND) = \frac{P(G \cap ND)}{P(ND)} = \frac{0.72}{0.82} = \frac{72}{82}$$



Дерево решений для задачи на производство чипов

Ожидаемая ценность текущего состояния
составляет $-\$1600$

$$EVSI = -\$1480 - (-\$1600) = \$120$$



Дерево решений для нахождения оценки *EVPI*

$$EVWPI = -\$1200$$

$$EVPI = -\$1200 - (-\$1600) = \$400$$