

**ОПРЕДЕЛЕНИЕ
ВАЖНОСТИ
ПЕРЕМЕННЫХ ПРИ
УСЛОВИИ НАЛИЧИЯ
КОНФЛИКТНЫХ ЦЕЛЕЙ**

Имеется 5 пищевых продуктов из зерновых культур, которые характеризуются по 5 признакам:

- цене,*
- содержанию полезных веществ,*
- содержанию сахара,*
- содержанию клетчатки и*
- качеству.*

Предположим, что потребитель проранжировал эти продукты, используя шкалу от 1 до 10 (оценка 10 – наивысшая).

Данные опроса

<i>Продукт</i>	<i>Цена</i>	<i>Содержа- ние полезных веществ</i>	<i>Содер- жание сахара</i>	<i>Содер- жание клет- чатки</i>	<i>Качеств о</i>
1	4	6	3	4	7
2	2	2	10	1	10
3	4	10	5	5	4
4	4	7	1	10	3
5	1	7	6	5	8

***Потребитель хотел бы знать
весовые оценки приведенных
признаков с целью определения общей
оценки каждого из продуктов.***

***Общая оценка продукта определяется
суммой произведений весовых оценок
признаков на соответствующие
оценки каждого фактора.***

Потребитель определил предпочтения относительно предложенных продуктов следующим образом:

- Продукт 2 предпочтительнее продукта 1;*
- Продукт 3 предпочтительнее продукта 2;*
- Продукт 3 предпочтительнее продукта 4;*
- Продукт 5 предпочтительнее продукта 1;*
- Продукт 5 предпочтительнее продукта 2.*

Необходимо определить такой набор весов, который будет наилучшим образом отражать высказанные предпочтения

Переменные:

C – весовая оценка цены продукта;

N – весовая оценка содержания полезных веществ;

S – весовая оценка содержания сахара;

F – весовая оценка содержания клетчатки;

P – весовая оценка качества продукта.

Если потребитель предпочитает второй продукт первому, то

$$4C + 6N + 3S + 4F + 7P \leq 2C + 2N + 10S + F + 10P$$

или

$$2C + 4N - 7S + 3F - 3P \leq 0$$

Для заданных набора весов и решения K
определяем штраф Z_K :

$$Z_K = \max \left\{ \begin{array}{l} 0, \text{ (оценка менее предпочтительного продукта в решении } K) - \\ - \text{ (оценка более предпочтительного продукта в решении } K) \end{array} \right\}$$

Если данный набор весов представляется
«обратно предпочтительным», то назначается
штраф, равный количеству обратной
предпочтительности

Для нахождения весов решается
задача

$$\min Z = Z_1 + Z_2 + Z_3 + Z_4 + Z_5$$

$$C + N + S + F + P = 1$$

$$Z_1 - 2C - 4N + 7S - 3F + 3P \geq 0$$

$$Z_2 + 2C + 8N - 5S + 4F - 6P \geq 0$$

$$Z_3 + 3N + 4S - 5F + P \geq 0$$

$$Z_4 - 3C + N + 3S + F + P \geq 0$$

$$Z_5 - C + 5N - 4S + 4F - 2P \geq 0$$

$$Z_K \geq 0 \quad (K = \overline{1,5}) \quad C, N, S, F, P \geq 0$$

Значения весовых оценок признаков:

$$Z_1 = Z_2 = Z_3 = Z_4 = Z_5 = 0.$$

$$C = 0.3958, N = 0.3125, S = 0.2917, F = P = 0,$$

Общие оценки каждого из продуктов

продукт 1:	4.333516,	(2)
продукт 2:	4.33333328,	(4)
продукт 3:	6.16666666,	(1)
продукт 4:	4.06250002,	(5)
продукт 5:	4.33333333.	(3)



Симплекс метод целевого программирования



- Пусть цели проранжированы в порядке убывания их важности

$$P_1 \ggg P_2 \ggg P_3 \ggg \dots \ggg P_n$$

Тогда модель приоритетного целевого программирования выглядит следующим образом

$$\min Z = P_1 S_1^- + P_2 S_2^- + P_3 S_3^-$$

$$7x_1 + 3x_2 + S_1^- - S_1^+ = 40,$$

$$10x_1 + 5x_2 + S_2^- - S_2^+ = 60,$$

$$5x_1 + 4x_2 + S_3^- - S_3^+ = 35,$$

$$100x_1 + 60x_2 \leq 600,$$

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, S_j^{+(-)} \geq 0, j = 1, 2, 3.$$

- Разделим целевую функцию n на компонент по числу рассматриваемых целей

$$Z_1 = P_1 S_1^-$$

$$Z_2 = P_2 S_2^-$$

$$Z_3 = P_3 S_3^-$$

- Чтобы подготовить задачу к решению с помощью симплекс метода целевого программирования рассчитаем n строк целевой функции, где i -я строка, соответствует i -й цели

для цели 1: $Z_1 - P_1 S_1^- = 0$

для цели 2: $Z_2 - P_2 S_2^- = 0$

для цели 3: $Z_3 - P_3 S_3^- = 0$

Исходный допустимый базис $BV = \{S_1^-, S_2^-, S_3^-, S_4\}$

S_4 – свободная переменная для 4-го ограничения

Для каждой цели имеем

$$S_1^- = 40 - 7x_1 - 3x_2 + S_1^+,$$

$$S_2^- = 60 - 10x_1 - 5x_2 + S_2^+,$$

$$S_3^- = 35 - 5x_1 - 4x_2 + S_3^+.$$

Цель 1: $Z_1 + 7P_1x_1 + 3P_1x_2 - P_1S_1^+ = 40P_1$

Цель 2: $Z_2 + 10P_2x_1 + 5P_2x_2 - P_2S_2^+ = 60P_2$

Цель 3: $Z_3 + 5P_3x_1 + 4P_3x_2 - P_3S_3^+ = 35P_3$

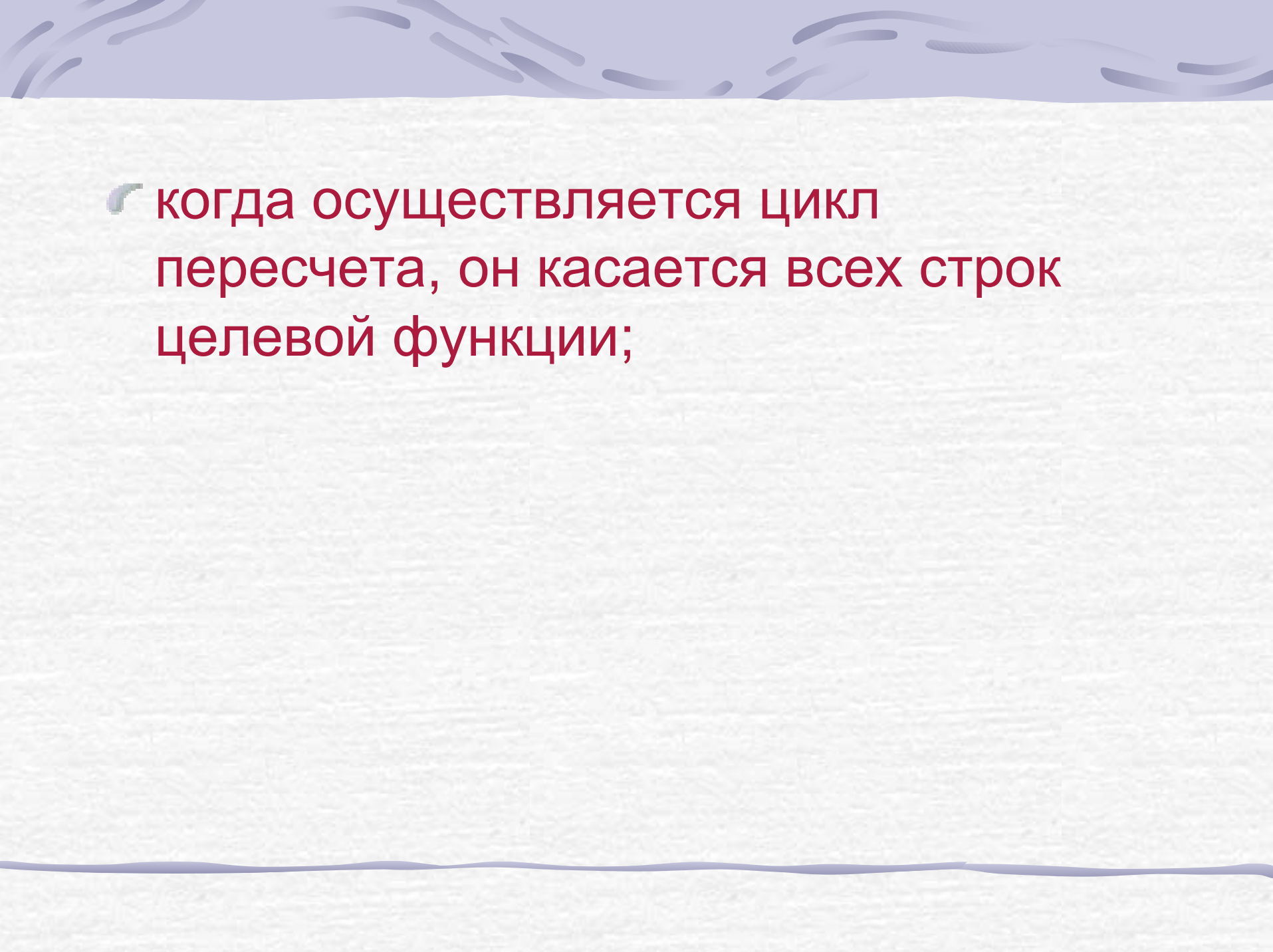
Различия между ЦСМ и основной его версией

- Стандартный СМ оперирует с одной строкой целевой функции, в то время как ЦСМ требует наличия n строк целевой функции (по числу целей);

Для определения переменной, входящей в базис, в ЦСМ используется следующий прием:

1. находится цель с наивысшим приоритетом (цель i^*), которая еще не достигнута; отыскивается переменная с наибольшим положительным коэффициентом в данной строке (для цели i^*);
2. эта переменная вводится в базис, что позволяет снизить значение Z_{i^*} и гарантирует приближение к цели i^* ;

3. если ни одна из переменных из строки i^* не может быть введена в базис, то невозможно приблизиться к достижению цели i^* без увеличения отклонения от некоторой другой цели с более высоким приоритетом (в этом случае переходим к следующей строке целевой функции, соответствующей цели i^*+1 , в попытке приблизиться к цели i^*+1);



когда осуществляется цикл пересчета, он касается всех строк целевой функции;

- таблица принесет оптимальный результат в том случае, либо когда все цели достигнуты (т.е. когда $Z_1 = Z_2 = \dots = Z_n = 0$), либо когда любая переменная, которая может быть введена в базис и снизить значение Z_{i^*} неудовлетворенной цели i^* , увеличит отклонение от некоторой цели i , имеющей более высокий приоритет

$$S_1^- = 40, S_2^- = 60, S_3^- = 35, S_4 = 600$$

Ба- зис	C_j	b_i	x_1	x_2	S_1^+	S_2^+	S_3^+	S_1^-	S_2^-	S_3^-	S_4	Симп. отн.
			0	0	0	0	0	P_1	P_2	P_3	0	
S_1^-	P_1	40	7	3	-1	0	0	1	0	0	0	$40/7 < 6$
S_2^-	P_2	60	10	5	0	-1	0	0	1	0	0	6
S_3^-	P_3	35	5	4	0	0	-1	0	0	1	0	7
S_4	0	600	100	60	0	0	0	0	0	0	1	6
$Z_1 - C_j$	-	$40P_1$	$7P_1$	$3P_1$	$-P_1$	0	0	0	0	0	0	
$Z_2 - C_j$	-	$60P_2$	$10P_2$	$4P_2$	0	$-P_2$	0	0	0	0	0	
$Z_3 - C_j$	-	$35P_3$	$5P_3$	$5P_3$	0	0	$-P_3$	0	0	0	0	

$$x_1 = \frac{40}{7}, S_2^- = \frac{20}{7}, S_3^- = \frac{45}{7}, S_4 = \frac{200}{7}$$

$$Z_1 = 0$$

Цель 1
достигнута

Ба- зис	C _j	b _i	x ₁	x ₂	S ₁ ⁺	S ₂ ⁺	S ₃ ⁺	S ₁ [−]	S ₂ [−]	S ₃ [−]	S ₄	Симп. отн.
			0	0	0	0	0	P ₁	P ₂	P ₃	0	
x ₁	0	40/7	1	3/7	−1/7	0	0	1/7	0	0	0	−
S ₂ [−]	P ₂	20/7	0	5/7	10/7	−1	0	−10/7	1	0	0	2
S ₃ [−]	P ₃	45/7	0	13/7	5/7	0	−1	−5/7	0	1	0	9
S ₄	0	200/7	0	120/7	100/7	0	0	−100/7	0	0	1	2
Z ₁ − C _j	−	0	0	0	0	0	0	−P ₁	0	0	0	
Z ₂ − C _j	−	20P ₂ /7	0	5P ₂ /7	10P ₂ /7	−P ₂	0	−10P ₂ /7	0	0	0	
Z ₃ − C _j	−	45P ₃ /7	0	13P ₃ /7	5P ₃ /7	0	−P ₃	−5P ₃ /7	0	0	0	

$$x_1 = 6, S_2^- = 0, S_3^- = 5, S_1^+ = 2 \quad Z_1 = Z_2 = 0$$

**Достигнуты
цели 1 и 2**

Ба- зис	C_j	b_i	x_1	x_2	S_1^+	S_2^+	S_3^+	S_1^-	S_2^-	S_3^-	S_4	Симп. отн.
			0	0	0	0	0	P_1	P_2	P_3	0	
x_1	0	6	1	3/5	0	0	0	0	0	0	1/100	
S_2^-	P_2	0	0	-1	0	-1	0	0	1	0	-1/10	
S_3^-	P_3	5	0	1	0	0	-1	0	0	1	-1/20	
S_1^+	0	2	0	6/5	1	0	0	-1	0	0	7/100	
$Z_1 - C_j$	-	0	0	0	0	0	0	$-P_1$	0	0	0	
$Z_2 - C_j$	-	0	0	$-P_2$	0	$-P_2$	0	0	0	0	$-P_2/10$	
$Z_3 - C_j$	-	$5P_3$	0	P_3	0	0	$-P_3$	0	0	0	$-P_3/20$	



Единственным способом достичь третью цель является нарушение второй цели, которая является более высокой по приоритету, чем третья цель. Так как это невозможно, то мы имеем дело с таблицей с оптимальным решением.

Оптимальное решение - покупка 6 мин. рекламы в период трансляции футбольных матчей и ни одной минуты во время трансляции сериалов.

Первая и вторая цели полностью достигнуты, а третья – не достигнута.

