Глава 3. Прогнозирование на основе экспертных суждений

3.1. Особенности применения экспертного оценивания и основы методики экспертного прогнозирования

Практический опыт в области разработки самого широкого спектра прогнозов сложных социо-экономических систем с использованием методов обработки фактографической информации неизбежно приводит исследователей к заключению, что строго формализованные методы прогнозирования, в том числе экономико-статистические и методы математического моделирования, все чаще терпят фиаско и являются не состоятельными в целом ряде ситуаций. В общем, это является проявлением несоответствия базовых характеристик изучаемого объекта допускам и возможностям методологии прогнозного исследования, а также используемого инструментария прогнозирования, сколь бы технологически совершенно он не был реализован. Примером тому могут быть события на фондовых рынках высоких технологий, происходившие в 2001-2002гг. Предсказать его крах оказалось невозможно ни с помощью теории технического анализа финансовых рынков, инструментально поддерживаемым таким мощным инструментом, как технологии искусственного интеллекта, в частности нейросетевое моделирование; ни с помощью фундаментального анализа, подкрепленного самым широким арсеналом средств дескриптивного динамического моделирования с использованием предварительных эконометрических построений.

Имманентными характеристиками объектов социально-экономического прогнозирования на сегодняшний день являются такие отличительные черты как сложность изучаемых систем, а также хаотичность развития, как систем, так и их фонового окружения. В основе этих явлений лежат, прежде всего, неконтролируемый лавинообразный рост феномена научно-технического прогресса с одной стороны, а с другой чрезвычайная инерционность форм существования социальных, социально-экономических институтов человеческого общества. Следствием такого несоответствия становится общая тенденция к усложнению и бюрократизации структур управления. Традиционно преодоление возникающих проблем ищется в направлении привнесения в типовые структуры и процессы управления возможностей информационных технологий управления, резерв которых на первый взгляд кажется неисчерпаемым. Однако бездумное следование известному кибернетическому принципу достаточного разнообразия, называемому иногда законом Эшби, очень скоро приводит к еще большему разрастанию системы управления, ее усложнению и, что самое главное, к росту нестабильности функционирования управляющего объекта и как следствие - объекта управления в целом. В итоге на порядок вырастает стоимость ошибки системы управления, а стремление к тотальному контролю завершается еще большим ростом потенциального уровня энтропии в системе и ее окружении, и процесс вновь повторяется. Все выше сказанное приводит к необходимости частой констатации отсутствия у объектов изучения хоть сколь ни будь стабильных во времени структурных и поведенческих характеристик. Исчезновение свойства инерционности, а, следовательно, невозможность выделения эволюционных этапов в развитии систем ведет к отсутствию как достоверной представительной статистической базы по объектам исследования, так и обоснованной теории развития изучаемых систем, невозможности или экономической нецелесообразности удовлетворительного преодоления этих проблем в рамках сроков, приемлемых с точки зрения практики управления.

Кроме того, следует не забывать что часто, особенно на начальных стадиях прогнозных разработок либо в ходе рассмотрения долгосрочных перспектив развития исследователь сталкивается с тем, что вынужден иметь дело лишь с качественным описанием объекта, явления. Более того, невозможностью порой не только четкой, но и вообще какой-либо внятной идентификации объекта исследования. Таким образом, следует признать наличие существенных ограничений, накладываемых на допустимые методы прогнозирования со стороны способа описания объекта, способа представления информации по исследуемой системе.

И, наконец, не следует забывать о необходимости решения в этих условиях нетривиальных задач прогнозирования. Как правило, они требуют определения целей развития исследуемой системы, осуществления их упорядочивания и сравнения, выделения существенных факторов достижения целей, обоснования и формирования стратегий достижения целей и механизмов их реализации, учитывающих комплексную эффективность прогнозирования альтернатив развития и их следствий и т.п.

Выявление такого рода проблем прогнозирования, связанных с особенностями функционирования социально-экономических систем и их окружения подразумевает взаимодействие в ходе ведения соответствующих исследований объекта, по крайней мере, двух типов субъектов проведения работ. К первым будем относить лиц непосредственно заинтересованных в выявлении проблемной ситуации, требующей получения прогнозной информации, и ее разрешении, вторые – выступают собственно источниками информации по объекту. Субъект экспертизы первого рода - это, как правило, лицо, принимающее решение в ранге линейного или функционального руководителя соответствующего звена управления. В любом случае это те, кто по статусу признает выявленную проблему значимой, инициирует и обеспечивает проведение ее специальных исследований. Возглавить организацию проводимых исследований может либо непосредственно уже упомянутый руководитель, либо назначаемый им администратор. По существу, на практике, различие в функциях между постановщиком слабо формализуемой проблемы и администратором исследования весьма велико, однако для рассматриваемых в работе вопросов это не будет иметь существенного значения и терминологически в дальнейшем могут взаимозаменяться.

Второй субъект проведения изыскательских работ требуется непосредственно для описания и оценки будущих событий. Для чего привлекают специалистов, лиц компетентных в исследуемой проблеме, предметной области - экспертов. При этом используют специфические методы получения информации, ее формального описания и обработки. Соответствующие методы получили в литературе наименование методов экспертных оценок [3-6, 10, 12, 23], либо что, пожалуй, в большей мере отражает суть проводимых работ – экспертизы [21, 22].

Все выше перечисленные ситуации, требующие использования инструментария экспертного прогнозирования, сопряжены в подавляющем большинстве случаев с обоснованием прогнозных суждений в области долго и дальнесрочных прогнозов в условиях крайней неопределенности не только процессов и взаимодействий, но и главным образом самих объектов прогноза. Последние в свою очередь связанны, прежде всего, в основной своей массе с областями взаимодействия социо-экономических систем и феноменом научно-технического прогресса со всеми вытекающими последствиями, а также с формулировкой и обоснованием стратегических решений по поводу преобразования этих сфер человеческой деятельности. В этой связи становиться понятно, почему в соответствующей научной и учебно-образовательной зарубежной литературе часто для обозначения данного инструментария исследования используют синонимичные обозначения типа технологические методы прогнозирования, качественные методы прогнозирования либо просто - методы долгосрочного прогноза [27-30].

В дальнейшем, ведя рассуждения о специфике методов экспертного оценивания, в качестве наиболее характерных его черт, мы будем иметь в виду, прежде всего следующие моменты, существенно отличающие его от методов, основанных на обработке фактографической информации:

- генератором прогнозной информации по проблеме выступает непосредственно специалист в данной предметной области либо группа специалистов;
- информация по исследуемой проблеме представленная в качественной форме зачастую превалирует над ее количественными оценками.

Экспертиза (методы экспертного оценивания) в настоящее время может быть признана одним из немногих, а может быть и единственным инструментом практического обоснования и выработки прогнозов в условиях слабой определенности (либо неопределенности) и структурированности объектов прогнозирования и их окружения, прежде всего при долгосрочном периоде упреждения прогноза. Следует заметить, что иногда для выражения той же сущности используют синонимичные термины «методы обработки экспертных оценок» либо «экспертное оценивание», что в общем случае не является корректным соответствием. Понятие «экспертиза» является более емким и подразумевает под собой всю совокупность оценочно-аналитической деятельности, выполняемой с привлечением экспертов для оценки и/или анализа объектов экспертизы [22]. Термин «экспертное оценивание» относительно понятия «экспертиза» несет более частный характер и выражает способ получения информации относительно изучаемого объекта. Экспертиза как процедура выработки решений по получению прогнозной информации может включать в себя, в том числе и методы обработки экспертной информации. В дальнейшем под объектами экспертизы мы будем понимать объекты и процессы социально-экономического прогнозирования.

Методы, используемые в экспертизе, представляют собой совокупность научных методов анализа сложных проблем развития систем. Они предполагают организацию специальной процедуры получения информации, когда специалисты в области решаемой проблемы, используют количественные методы оценивания и сравнений, как при организации процедуры экспертной оценки, так и при обработке ее результатов. При этом в качестве первичного источника информации об объекте исследования выступает мнение отдельного лица, специалиста в данной области – эксперта. Полученное в результате обработки индивидуальных оценок экспертов их обобщенное мнение принимается как решение проблемы. Таким образом, основой методов экспертных оценок выступает интуитивно-логический анализ проблемы с последующей количественной оценкой суждений и формализованной процедурой обработкой результатов оценивания на основе использования экономико-математических методов [6].

Экспертное оценивание - это формализованная качественная или количественная оценка экспертами характеристик объектов применения метода экспертных оценок с возможным последующим сравнением исследуемых объектов по соответствующим характеристикам.

Область применения экспертного оценивания в настоящее время весьма широка и, безусловно, имеет четкую тенденцию к дальнейшему увеличению. Любая попытка перечисления конкретных приложений данных методов вряд ли будет полным. Однако имеет смысл обозначить наиболее характерные постановки типовых задач управления, связанные с прогнозированием развития систем и требующие использования в ходе своего решения инструментария экспертного оценивания. В качестве такого рода задач можно выделить следующие смысловые постановки:

- определение качественно или количественно идентифицируемых ожидаемых событий в соответствующей предметной области с возможной оценкой вероятности их появления;
- определение наиболее вероятного времени наступления события;
- определение целей и задач развития и управления объектом исследования с их возможным упорядочиванием по степени приоритетности;
- определение альтернативных вариантов решения задач, стратегий реализации, с возможной оценкой их предпочтительности;
- определение альтернативных вариантов распределения ограниченных ресурсов с целью достижения поставленных задач с возможной оценкой их предпочтительности.

Все множество формализуемых или слабо формализуемых проблем социально-экономического прогнозирования, решаемых методами экспертного оценивания, принято разделять на два класса, в зависимости от принятия гипотезы относительно когнитивных свойств генератора прогнозной информации относительно изучаемой области прогнозирования.

К первому классу относят проблемы, в отношении которых у эксперта уже существуют достаточно четкие и устойчивые представления, так называемый «достаточный информационный потенциал» проблемы [6, с.11]. Их специфика может, например, заключаться в качественной постановке проблемы, наличию многовариантности или многокритериальности и т.п. Извлечение прогнозной информации относительно такого рода ситуаций сводится обычно лишь к стандартному применению процедур экспертного оценивания, а основные задачи, которые в данном случае приходится решать при использовании методов экспертных оценок, состоят в поиске экспертов и правильной организации процедуры экспертизы. Основной принцип, в рамках которого проводятся такого рода оценки – представление об эксперте, как априорно эффективном генераторе прогнозной информации в заданной предметной области. Данное предположение подразумевает выполнение следующих гипотез:

- эксперт обладает обширной и разносторонней информацией по исследуемому вопросу, которую он может рационально обрабатывать, т.е. он может рассматриваться как совершенный «информационный измеритель», допускающий лишь небольшие погрешности в своих оценках;
- все привлекаемые к экспертизе эксперты в среднем обладают одинаковыми возможностями по эффективной генерации прогнозной информации относительно заданного объекта прогноза, т.е. в этом смысле за множеством экспертов признается свойство однородности;
- усредненное мнение группы экспертов соответствует в общем случае истинному значению оцениваемых параметров объекта экспертизы.

Признание аналитиками экспертизы данных гипотез истинными, делает возможным использовать в качестве обоснования базовых методов извлечения и обработки экспертной информации результаты теории измерений и математической статистики. Примерами задач первого класса могут быть названы, например, проблемы предсказания исхода президентских выборов, самый широкий круг проблем в области маркетингового анализа и прогноза, выявление и прогноз типологии социального поведения и т.д.

Ко второму классу проблем относят ситуации, в отношении которых нет достаточного информационного потенциала, т.е. эксперт не может в общем случае признаваться совершенным информационным носителем. К ним относятся, как правило, проблемы, возникающие при решении большинства задач долгосрочного прогнозирования или экспресс-анализу чрезвычайных ситуаций. Обработка мнений экспертов для получения обобщенных оценок в данном случае не состоит в усреднении индивидуальных оценок, так как может оказаться, что мнение какого-либо эксперта, плохо сочетающееся со «среднеарифметическим» мнением, в последующем и окажется истинным. Поэтому важнейшую роль здесь приобретают эвристические процедуры, явно учитывающие качественные характеристики привлекаемых к работе экспертов. При решении проблем второго класса особое внимание уделяется тщательному обоснованию отбора экспертов, а процедуры извлечения и методы обработки экспертной информации, как правило, явно или опосредованно учитывают частные характеристики «качества» эксперта. В качестве проблем прогнозирования второго класса можно назвать определение стратегических целей и задач макро и микро экономического развития, выявление альтернативных путей развития в науке, технике и технологиях, различного рода долгосрочные предсказания социально-экономических мутаций и т.п.

Методы проведения экспертиз часто используются не только в качестве одного из возможных инструментов прогнозирования развития сложных систем, но и как способ обоснования тех или иных управленческих решений. Поэтому следует отдельно отметить разницу в понимании использования терминологии экспертного оценивания с целью проведения прогнозных исследований и обоснования принимаемых решений в практике управления сложными социально-экономическими системами. Говоря о прогнозе на основе методов экспертного оценивания, мы будем

a) в любом случае исходить из понимания того, что источником (измерителем) первичной информации об объекте оценки является сам эксперт, его субъективное мнение и суждения;
b) в связи с п.а) результат индивидуального оценивания всегда носит окончательную форму и вероятностный характер, имеется ввиду, что постановщика проблемы в этом случае не интересует внутренняя мотивировка и механизм принятия решения индивидуумом, если за ним признается право называться экспертом.

Результаты осуществления прогнозных расчетов методами экспертного оценивания могут служить основой для обоснования и выработки управленческих решений, которые по сути своей в окончательном варианте не могут не принять вид императива, предлагаемого к исполнению в директивном или индикативном порядке.

Организационно-практическое содержание прогнозной экспертизы представляет собой четко регламентированную процедуру, в рамках которой осуществляется конкретная реализация оценочно-аналитических исследований объекта прогнозирования, а результатом – экспертное заключение. Каждый ее этап призван решить некий логически и функционально законченный блок действий. Типовая последовательность этапов процедуры экспертного прогнозирования представлена на рис.8. Эти этапы носят общий характер и осуществляются при использовании любых разновидностей метода экспертных оценок на основе обработки суждений индивидуального эксперта либо группы экспертов. Причем, как правило, индивидуальное экспертное оценивание используется лишь в очень специальных условиях, например чрезвычайных ситуациях, т.е. режиме нехватки времени, либо чрезвычайной специфичности исследуемой проблемы, т.е. элементарной невозможности найти достаточного числа специалистов по соответствующей проблеме. В дальнейшем мы будем рассматривать случаи выработки суждений группой специалистов, исключающие такого рода чрезвычайности.

Обычно при проведении экспертизы принято выделять несколько взаимосвязанных основных этапов, внутри которых также возможно выделение логически завершенных шагов. Кратко остановимся на их содержании.

Основанием для начала действий по проведению процедуры экспертного прогнозирования является выявление и осознание менеджментом субъекта управления необходимости снижения рисков неопределенности развития объекта прогноза, а также понимание невозможности в силу каких-либо обстоятельств эффективного применения альтернативных инструментов прогнозирования. В этом случае инициируется экспертное исследование.

На первом - организационном этапе, создается группа управления (администрирования) экспертизы, приказом назначается ее руководитель (главный администратор, менеджер экспертизы) и разрабатывается руководящий документ экспертизы. В нем определяются цели и задачи экспертизы, обосновывается ее необходимость; определяются основные этапы и порядок осуществления экспертизы, сроки выполнения отдельных работ и экспертизы в целом; указываются состав, задачи, обязанности и права группы управления; определяются источники финансового и материального обеспечения работ. В задачу группы управления входит решение всех

Рис 8. Типовая последовательность этапов процедуры экспертного прогнозирования.

вопросов, оговоренных руководящим документом. Результатом данного этапа является документ «Задание на экспертизу». Для того чтобы приступить к последующим шагам экспертного оценивания созданная группа администрирования должна еще раз уточнить цель, задачи, возможные масштабы проведения исследования, выявить круг смежных проблем и соответствующих им специалистов, предварительно определяются оценочные критерии фиксации эффективности проводимых прогностических исследований.

На втором этапе, этапе формирования экспертной группы, осуществляются подбор и формирование состава экспертной группы. Общее требование, налагаемое на работу по подбору экспертов, - обеспечение эффективного достижения поставленных целей и решения намечаемых задач прогнозирования. Оно означает обеспечение высокой достоверности экспертного оценивания при заданном уровне затрат на него и в отведенные сроки. Достоверность экспертного оценивания, в том числе тем выше, чем выше индивидуальные качественные характеристики привлекаемых к экспертизе специалистов, чем четче сбалансирован состав экспертной комиссии, как по численности, так и по представительности в ней специалистов из различных сопряженных объекту исследования областей. В общем случае на этом этапе проведения экспертизы решаются следующие задачи.

1. Формирование предварительного исходного списка специалистов потенциально пригодных для участия в экспертизе в качестве экспертов.
2. Обоснование и формирование методики определения качественного и количественного состава экспертной группы.
3. Проведение процедуры оценки количественного и качественного отбора членов экспертной группы.

В результате выполнения второго этапа на основе уяснения решаемой проблемы и определения круга деятельности, связанной с проблемой, устанавливают количественный и долевой состав экспертной группы.

Параллельно со вторым этапом работ администрация приступает к деятельности по методическому обеспечению непосредственно экспертного оценивания.

Третий этап - этап обоснования и определения технологии и формы извлечения информации из экспертов. Он посвящен разработке способа организации и методики проведения опроса экспертов.

Для начала устанавливается способ описания объекта прогнозирования, а также способы измерения его характеристик, т.е. формы представления экспертных оценок, по сути языка, на котором эксперту предлагается говорить об объекте прогноза.

Следующие действия администрации связаны с определением технологии извлечения знаний из экспертов. Экспертные процедуры и методы извлечения знаний из экспертов в практике экспертного оценивания весьма разнообразны, с некоторой степенью условности их обобщенно можно представить в виде пяти основных групп [21].

К первой группе относят так называемые «методы психологической активизации творчества», сюда относят метод «мозговой атаки» и его многочисленные модификации: мозгового штурма, мозговой осады, обратного штурма, массовая мозговая атака и т.д., а также метод фокальных объектов с его модификациями. Общая направленность этих методов заключается в тотальном стимулировании самого широкого диапазона поиска ответов на стоящие вопросы.

Во вторую группу методов относят процедуры, позволяющие не только увеличить, но, прежде всего, систематизировать перебор возможных альтернатив развития ситуации, исключая возврат к ранее высказанным версиям и решениям. Эти методы образуют так называемую группу систематизации поиска. К ним могут быть отнесены: морфологический анализ с его модификациями, списки контрольных вопросов и т.п.

Третья группа включает модели информационного взаимодействия групп экспертов, как правило, с наложением ограничений на число итераций оценивания (обычно не превышает четырех), а также возможным запретом прямого взаимодействия членов экспертной группы. К наиболее известным многотуровым процедурам этого класса можно отнести метод «Дельфи» и все его модификации. К безусловным достоинствам модификаций метода «Дельфи» следует отнести возможность повышения качества групповой оценки, заложенную непосредственно в механизм процедуры генерации прогнозной информации.

В четвертый класс можно отнести процедуры, реализующие с той или иной степенью успешности принцип системного подхода в экспертном прогнозе. Чаще всего в этой связи применяются методы построения экспертных сценариев, а также метод ситуационного анализа, их многочисленные модификации. К существенным преимуществам этих подходов можно отнести то, что наряду с отработкой принципов пассивности прогноза, исследователи-эксперты одновременно вырабатывают тактику и/или стратегию его корректировки, тем самым, реализуя активный прогноз. Важным представляется также как правило, его комплексность. Отмеченные достоинства как следствие предполагают достаточную трудоемкость в построениях, а также особые качественные требования к составу экспертной группы, а также ее обеспечивающей поддержке.

К последней группе методов можно отнести все остальные процедуры комплексного решения проблем развития сложных систем с использованием экспертных оценок, а также широким применением алгоритмических и/или графических процедур упорядочивания поиска удовлетворительных альтернатив прогноза, являющихся собственно ядром метода. В качестве примеров данных подходов можно привести экспертное прогнозирование с использованием процедур ПАТТЕРН, ПРОФАЙЛ, КВЕСТ, МАИ, а также метод прогнозного графа, анализ на проблемных сетях, метод решающих матриц, метод перекрестного воздействия и многие другие.

Все выше перечисленные группы методов извлечения информации в той или иной степени реализуют два основных принципа поиска новых знаний: а) увеличение хаотичности поиска, б) систематизация переборов вариантов решений.

Кроме определения общей методологии извлечения знаний, на этом этапе экспертизы уточняется и ряд специальных моментов, связанных с практикой технологии, формы организации и проведения экспертизы:

- место и время работы экспертной группы;
- способ предъявления вопросов экспертам (очный, заочный, устный, письменный);
- способ постановки вопросов (открытые, т.е. свободные по форме, или закрытые, т.е. с набором возможных ответов; прямые, косвенные и т.п.);
- порядок фиксации и сбора результатов опроса;
- дополнительное информационное обеспечение работы экспертов и процедуры доступа к нему и т.п.

Таким образом, формально на этом этапе проведения экспертизы в общем случае решаются следующие основные задачи в соответствии с рис7.

1. Обоснование шкалы измерения объекта прогноза и/или его свойств.
2. Обоснование и разработка организационных процедур и/или методов проведения экспертного опроса.
3. Разработка документальной регламентации проведения экспертного опроса.

При успешном окончании работ, предусматриваемых на третьем этапе, можно приступать к реализации задач четвертого этапа экспертного прогнозирования – этапа разработки методики и способа организации обработки результатов экспертного опроса. Цель обработки - получение обобщенных данных и новой информации, содержащейся в явной либо скрытой форме в экспертных оценках. На основе результатов обработки формируется вероятностное суждение о перспективах развития объекта. Исходным моментом для обоснования ядра методики обработки результатов экспертизы – метода обработки данных, является способ представления данных, т.е. шкала оценивания объекта прогноза. Именно ее свойства позволяют специалистам, обрабатывающим экспертные оценки, однозначно определится в способе решения двух основных задач данного этапа.

1. Обоснование формы и метода получения итоговых обобщенных результатов экспертизы;
2. Обоснование формы и метода оценки работы экспертов при осуществлении опроса для учета степени надежности и согласованности мнений экспертов, а, следовательно, качества полученного группового суждения.

Содержанием пятого этапа экспертизы является непосредственное проведение экспертного опроса, а результатом его в большинстве случаев является получение совокупности индивидуальных оценок объекта прогноза экспертами группы.

На шестом шаге процедуры экспертного оценивания осуществляется обработка результатов пятого этапа в соответствии с методиками обработки, полученными на четвертом этапе. Результатом его является окончательный вариант прогноза развития объекта исследования как результат обработки мнений всех членов группы с указанием характеристик качества полученных оценок. Далее группа управления экспертизой анализирует и интерпретирует полученный результат. В ходе чего итог осуществления экспертного оценивания признается либо приемлемым с точки зрения набора критериев оценки качества проведения экспертизы, либо нет. В первом случае происходит утверждение полученного прогноза с его оформлением в виде отчета по экспертизе. Во втором - исследуются источники неудачи, а также способы улучшения качественных показателей эффективности оценки, как правило, с возвратом к начальным этапам процедуры оценивания.

В заключение отметим, что практически на всех шагах обобщенной процедуры экспертного оценивания, представленного на рис.1, в той или иной мере используются количественные методы анализа и обработки информации об объектах либо субъектах прогнозной экспертизы. Фундамент специальных знаний, на которых строятся эти методы, достаточно широк. Это, прежде всего

– математика, математическая статистика, теория измерений, системный анализ и др. В этой связи определим круг вопросов наиболее важных с точки зрения специалистов в области экономико-математического моделирования и требующих дальнейшего более детального дополнительного рассмотрения. Это количественные методы и процедуры:

- обоснования качественного и количественного состава экспертной группы;
- обоснования способов оценки объекта экспертизы, т.е. видов экспертных оценок;
- выбора метода обработки экспертной информации;
- разработки и анализа критериев оценки качества групповой экспертизы.

Остановимся подробнее на изложении существа указанного перечня процедур, требующих количественного обоснования решений принимаемых в ходе их реализации.

3.2. Обоснование способов представления экспертных суждений

В рамках экспертного прогноза источником суждений в виде индивидуального или же коллективного мнения об объекте прогнозирования выступают люди – эксперты в данной области. Следовательно, неотъемлемой характеристикой прогнозной информации, полученной в ходе процедуры экспертного оценивания, всегда будет ее субъективизм. Т.е. в общем случае аналитики всегда в праве подразумевать различие между истинным содержанием, сутью изучаемого объекта, а также его свойств и их восприятием конкретным индивидуумом. Последний, выступая в роли своеобразного поглотителя и анализатора поступающей из вне информации производит ее восприятие, оценку и выносит некие заключения о возможных перспективах явления. Источниками ошибок «прибора» измерения в значительной их части могут быть как его специфические психофизические и социо-гуманитарные кондиции, так обще и специально образовательные характеристики субъекта, его когнитивная «настройка». При этом особый практический интерес для нас представляет способ формализации внешнего отражения внутренним восприятием эксперта сути изучаемой проблемы. В самом концентрированном виде проблема может заключиться в идентификации объектов, оценке объектов, построении объектов, построении и оценке объектов.

Приведем следующий пример. Для того чтобы дать прогноз относительно возможности успешной сдачи группой студентов в конце семестра экзамена по соответствующей дисциплине администрация учебного заведения может делать свои выводы, исходя из предварительной полусеместровой информации, предоставленной преподавателями. Понятно, что в данной ситуации именно они являются экспертами, производящими оценивание потенциала каждого обучаемого. При этом непосредственная оценка может производиться с использованием терминов: «сдаст – не сдаст», «зачтено – не зачтено», «успевает - не успевает». Другая форма отображения информации – представление упорядоченного списка студентов, по мнению преподавателя, соответствующего степени знания или незнания студентами предмета. Третья возможность – проставить каждому студенту заслуженную им оценку, т.е. иначе говоря, балл. При этом масштаб измерений может быть весьма различен, например, от 1 до 5 или от 1 до 15 и т.п. Если преподаватель очень дотошен в поиске истины, он может, например, рассуждая о возможности некого студента оценить его потенциал следующим способом: 5 может получить с вероятностью 5%, 4 с вероятностью 15% и 3 с вероятностью 80%. Очевидно, что перечень возможностей формализации оценки одного и того же объекта исследования легко продолжить. Заметим лишь, что по всей вероятности преподаватель, оценивший знания данного студента как отличные, поместит его в группу учащихся, которые успеваю по предмету. При этом не очевидно, что студент, причисленный к группе успевающих, сдаст грядущий экзамен на оценку 5.

В силу объективных условий исследуемые и оцениваемые с помощью методов экспертных оценок объекты прогнозирования различаются на основе их свойств (характеристик, параметров, показателей, качеств и т.п.), которые явно или не явно имеют ввиду эксперты. Как правило, каждый из объектов социально-экономического прогнозирования характеризуется набором показателей, каждый из которых отражает некоторое свойство объекта либо их совокупность. В общем случае это свойство может быть отображено несколькими способами. В то же время, какой бы из способов мы ни избрали, должны сохраняться некоторые соотношения значений показателя для различных объектов.

В ходе решения этих задач следует выбрать способ настройки шкалы нашего «измерительного прибора», то есть общий принцип формализации характеристик объекта, конкретный способ его воплощения, что собственно представляет способ отражения изучаемой эмпирической системы в виде ее модельного образа.

Введем несколько понятий, позволяющих эффективно осуществлять процедуру генерации экспертных суждений, т.е. экспертного оценивания объектов прогноза.

Пусть O , где $O = (O_j)$, $j \in J$ – множество эмпирических объектов с заданным на нем набором отношений $R=(R_i)$, где $i \in I$. Отношения определяют свойства системы, его структуру. Множество эмпирических объектов с эмпирически определенным на нем множеством отношений называют эмпирической системой M или системой с отношениями, и обозначается как $M = \langle O;R \rangle$.

Аналогичным образом можно ввести понятие символьной системы $H = \langle S; W \rangle$, где $S = (S_l)$, $l \in L$ - множество объектов символьной системы, а $W = (W_k)$, $k \in K$ - множество отношений, определенных на нем.

Структура множества *S* может определяться не только отношением, но и операциями. В этом случае система Н называется алгеброй, при условии, что все отношения из *W* являются операциями.

Под числовой *n*-мерной системой понимается система, в которой $S=D^n$, где *D* – множество действительных чисел, а *W* – множество операций над ними. При этом особая роль в теории измерений отводится так называемым одномерным шкалам (где $S=D$), единственным с точностью до некоторого линейного преобразования множества *D*.

В теории измерений под шкалой понимается гомоморфизм *f* эмпирической системы отношений *M* в символьную систему *H*. Таким образом, шкала представляет собой, по сути, правило, определяемое тройкой $<M,H,f>$. Модели, образы реальной системы в символике формальной системы носят наименование «шкальных значений». Процедура сравнения объектов по выбранным признакам носит название измерения, или измерения в заданной шкале.

Более узким является определение шкал в терминах репрезентативной теории измерений [16, с.23]. Здесь под *n*-мерной шкалой понимается гомоморфизм *f* эмпирической системы отношений *M* в *n*-мерную числовую систему отношений $=< D^n, W>$.

Следовательно, данные об исследуемом объекте получают в процессе измерений. В результате сравнения осуществляется присвоение объектам некоторых символов в соответствии с некоторым правилом. Символы могут быть буквенными и составлять классы (категории), а могут быть числовыми и составлять либо категории, либо числа. В последнем случае над ними можно использовать арифметические правила.

Возникает вопрос о взаимосвязи различных отображений одной и той же эмпирической системы.

Понятно, что отображение множества *O* в множество *S*, т.е. гомоморфизм *f*, в общем случае не единственен. Существует множество шкал, отображающих заданную систему *M* в числовую символику *H*. Такого рода шкалы носят название класса эквивалентных шкал – *F(M,H)*. Любая шкала из класса эквивалентных может быть охарактеризована внутренними свойствами системы *H*. Т.о., $F(M,H) = \{\gamma(f) : \gamma \in \Gamma_H(f(M))\}$. Элементы множества $\Gamma_H(f(M))$,- т.е. γ, - будем называть допустимыми преобразованиями шкалы *f*, т.к. они переводят шкалу *f* в эквивалентное представление.

Иначе говоря, имея две шкалы <*M, H, f*> и <*M, H, g*> с различными отображениями *f* и *g*, следует определить некую функцию γ - назовем ее "допустимым преобразованием шкалы", позволяющую переходить от одной шкалы к другой без потери информативности. Или иначе $f(O_j) = \gamma\,[g(O_j)]$.

Свойства функции γ и определяют тип шкалы, а, следовательно, позволяют проводить классификацию шкал измерений.

В практике социально-экономических измерений различают три (иногда возможно неформальное сведение к четырем) основные типа шкал.

Отображение системы *M* в систему *H*, где *R* и *W* соответствуют лишь отношению эквивалентности либо его отсутствию, носит название шкалы наименований (номинальной, классификаций). Она используется для описания принадлежности объектов определенным классам, с заранее заданными свойствами. В рамках этой шкалы сохраняются отношения эквивалентности и различия. Для нее арифметические действия не определены. Идентифицировать отношения «больше», «лучше», «более предпочтительно» или «менее предпочтительно» и т.п. не представляется возможным.

Имея дело со шкалой наименований, следует понимать, с каким типом отображения систем ведется работа. Например, если речь идет о некотором полном наименовании населенного пункта его отображением в символьную систему может быть соответствующий почтовый индекс. Это пример взаимнооднозначного соответствия в номинальной шкале. В данном случае отношение тождества или различия значений соответствующей характеристики сохранится при любом преобразовании оценки, обладающим единственным обязательным свойством: преобразование, обратное данному, должно быть однозначным.

Несколько более совершенной шкалой, часто встречающаяся в прикладных задачах является шкала, допускающая преобразования в виде произвольной, монотонно возрастающей функции.

Шкала *f*, отображающая множество *O* в множество *D*, называется шкалой порядка в том случае, если она единственна с точностью до монотонного непрерывного отображения множества *f(O)* в *D*. Она позволяет не только разбивать объекты на классы, но и упорядочивать сами классы в соответствии со степенью увеличения или уменьшения некоторого наперед заданного признака. Для порядковой шкалы допустимо любое монотонное преобразование, арифметические действия в ее рамках смысла не имеют.

Примером показателей, имеющих такую шкалу измерения, являются разного рода рейтинги или коэффициенты инвестиционной привлекательности проектов, ценных бумаг, регионов, стран и т.п.

Например, если сравниваются два вида облигаций X и Y по степени их надежности, то оценка облигаций X и Y в рейтинге компании Standard and Poor’s могут оказаться соответственно АА и В (соответствуют 2-у и 6-у из 9-и возможных рангов), а в рейтинге, например, Canadian bond rating service их оценки А и С соответственно, что эквивалентно 3-й и 7-й категории надежности. Отсюда мы можем сделать вывод, что рейтинги АА и А (т.е. ранги 2-й и 3-й) соответствуют друг другу, точно также как и В - С (т.е. ранги 6-й и 7-й), и, кроме того, инвестирование в облигации типа X боле надежно, нежели в Y. При этом выразить степень превосходства одной ценной бумаги перед другой либо наоборот не представляется возможным. Поэтому отношение значений показателя для разных объектов может быть непостоянно, оно зависит от выбранного способа оценивания. Сохраняется лишь формальный порядок следования оценок (первая меньше второй по формальному отражению в числовом представлении). Отсюда название данной шкалы - порядковая. Показатели с порядковыми шкалами принято называть качественными.

Шкала называется шкалой интервалов, если она единственна с точностью до положительных линейных преобразований, т.е. группа Γ_r положительных линейных преобразований из D на D состоит из всех преобразований $\gamma(\alpha,\beta)$, таких что $f(x)=\alpha x+\beta$, где $\alpha \in D^{+}, \beta \in D$. При этом группа эквивалентных преобразований: $\Gamma=\{\gamma(\alpha), \alpha \in D^{+}\}$- носит название группы растяжений, а соответствующий подвид линейной шкалы - шкалой отношений. Группу $\Gamma=\{\gamma(\beta), \beta \in D\}$ называют группой преобразований сдвига, а соответствующий подкласс линейных преобразований именуется шкалой разностей. Интервальная шкала не только классифицирует и упорядочивает объекты, но и количественно оценивает различие между классами. Для проведения таких сравнений вводятся понятия «единица измерения» -α и «точка отсчета» - β. Допустимым в данной шкале является линейное преобразование: $f(x)=\alpha x+\beta$.

Иногда в экспертном оценивании может также использоваться абсолютная шкала. Она определяется взаимнооднозначным соответствием: $f(x)=x$. Таким образом, осуществляется единственное преобразование объектов в числовую систему.

Чем уже множество допустимых преобразований, тем более совершенной считается шкала, имея в виду информативность осуществляемого предсказания, т.е. его детальность. Показатели, имеющие шкалу не менее совершенную, чем шкала интервалов, называются количественными, следовательно, допускающими алгебраические действия. Имея в виду ранее приведенный пример оценки знаний студентов, понятно, что суждение о том, что некий студент успешно справиться с экзаменом по предмету не очень информативно, зато более вероятно, чем конкретное утверждение о возможности получения им, например, четверки.

Таким образом, мы познакомились с тремя типами шкал, в которых могут быть измерены (оценены) характеристики объектов прогнозирования: номинальной, порядковой и шкалой интервалов с ее подклассами. Подчеркнем, что тип шкалы зависит от содержания характеристики и не может быть определен чисто формальным путем без анализа ее смысла, а также произвольно изменен исследователями. Более того, одна и та же характеристика в разных задачах может рассматриваться как измеренная в различных шкалах.

Если нас интересует выбор объекта (из множества допустимых) с наибольшим значением данной характеристики безотносительно к тому, чему будет равно это значение, то можно считать ее измеренной в порядковой шкале. Если же нас интересует выбор объекта со значением характеристики, наиболее близким к некоторой заданной величине, то ту же самую характеристику придется рассматривать как количественную, измеренную в шкале интервалов.

В таблице 5 показаны все формально допустимые преобразования в рамках основных шкал измерений [24].

Тип шкалы измерений, используемой для описания свойств, характеристик эмпирической системы, определяет группу методов, допустимых для оценки измерений в рамках шкал. Имея в виду под измерением процедуру сопоставления (в рамках допустимых преобразований) свойств объектов, представленных в соответствующих шкалах, т.е. это способ оценки формально приписываемых свойств исследуемого объекта. Соответствие шкал и наиболее распространенных в практике экспертного оценивания методов измерений представлено в таблице 6. Таблица иллюстрирует допустимые измерения в рамках соответствующих шкал.

Таблица 5.

Допустимые преобразования шкал измерений

Характер представляемой информации	*Тип шкалы*	*Допустимые преобразования*
Качественная	1. Наименований	$(x = y) \equiv (f(x) = f(y))$
	2. Порядковая	$(x < y) \equiv (f(x) < f(y))$
Количественная	3. Интервальная	$f(x) = \alpha x + \beta$, где $\alpha > 0$
	3.1. Разностей	$f(x) = x + \beta$
	3.2. Отношений	$f(x) = \alpha x$, где $\alpha > 0$
	3.3. Абсолютная	$f(x) = x$

Анализ данных, приведенных в таблице 6, позволяет констатировать, что приведенные методы измерений на практике являются той или комбинацией таких элементарных способов измерений, как:

- качественная идентификация (определение качественного соответствия объектов эталону, либо объектов между собой);

- упорядочивание однородных объектов по степени проявления доминантного качества;

- количественные измерения (определение количества свойства).

Все остальное представляется комбинацией исходных способов измерений.

Очень часто в ходе проведения экспертного оценивания способ измерения отождествляется с видом экспертной оценки, хотя в общем случае они различны. Экспертные оценки, представленные в таблице 6, принято называть оценками первого рода [21], что подразумевает их не составной, а элементарный характер. Оценки, строящиеся как комбинация элементарных, носят именование экспертных оценок второго рода. Такого рода оценка, как правило, представляет собой высказывание, состоящее из двух частей. Первая часть содержит некое утверждение, сформулированное в виде оценки первого рода, а вторая отражает степень уверенности эксперта в данном утверждении, выраженная в том или ином виде. Из всех ранее приведенных нами примеров высказываний экспертов к оценкам второго рода можно отнести лишь суждение преподавателя о возможности получения студентом на экзамене пятерки с вероятностью 50%, четверки с вероятностью 15% и тройки с вероятностью 80%.

Таблица 6.

Соответствие шкал и методов измерений

Измерение/*шкала*	*Номинальная*	*Порядковая*	*Интервальная*
1 Вербальная оценка	+	+	+
2 Группировка	+	+	+
3 Парные сравнения		+	+

4 Процедуры множественных сравнений		+	+
5 Ранжировка		+	+
6 Вектора предпочтений		+	+
7 Баллы			+
8 Интервальное оценивание			+
9 Точечная оценка			+
10 Многоточечная оценка			+
11 Функциональная оценка			+

Остановимся подробнее на пояснении характеристик основных форм экспертных оценок.

Вербальные оценки представляют собой обычное лингвистическое выражение экспертного суждения. Примеры такого рода оценок – это либо слова наименования (квантификаторы), либо окончательные суждения. Исходя из посылки о структуре исследуемой эмпирической системы ясно, что они призваны именовать объекты системы, а также характер отношений между ними. По форме представления данная оценка может выражаться цифрами, т.е. представлять некий цифровой код. А может отражаться в символьной форме, т.е. носить вид непосредственно символьного наименования.

Группировка (класс, кластер, страта и т.п.) представляет результат указания экспертом совокупности в общем случае непересекающихся множеств объектов изучения, индексированных элементами некоторого множества значений соответствующего признака, свойства. Число групп на множестве объектов может задаваться априорно, но может быть и не известно заранее.

Парное сравнение представляет собой установление соответствующего отношения, например - предпочтения, в рамках каждой предъявленной к оценке эксперта паре объектов из заданной ограниченной совокупности альтернатив. При этом предполагается, что эксперт не только в состоянии установить факт различия между объектами оценки, но и в состоянии определить свои предпочтения на рассматриваемой паре символьно либо графически. На практике результаты измерения представляют, как правило, в виде матрицы парных сравнений A= (a_{ij}) , $i = \overline{1,n}$, $j = \overline{1,n}$, где n – количество альтернатив сравнения, а элемент матрицы a_{ij} отражение отношения (более предпочтительно, менее предпочтительно, безразлично) между объектами оценки i и j с точки зрения субъекта оценки, т.е. эксперта. Символика записи степени предпочтения может задаваться произвольно. Например, если i-й объект предпочтительнее j-го, оценка a_{ij} принимается равной 1 (или 2); в противоположенном случае, когда i менее предпочтительна чем j оценка a_{ij} = -1 (в других обозначениях – может быть, например равной 0). Если же i-й объект эквивалентен j-му объекту, то $a_{ij} = a_{ji} = 0$ (или 1, или 0,5). При сравнении объектов группой экспертов каждый из них заполняет соответствующую матрицу парных сравнений.

Расширением данного способа измерений свойств объектов сравнения является оценивание методом множественных сравнений. Он является промежуточным между методом парных сравнений и ранжированием. Его особенность в том, что эксперту для оценивания предъявляется не пара альтернатив из всего множества исходов, а тройка либо четверка и т.д., т.е. некоторые подмножества исходного множества альтернатив.

Упорядочение всего множества допустимых альтернатив прогноза в соответствии с их предпочтительностью для оценщика носит название ранжирования. Данная процедура используется в ситуации невозможности непосредственного количественного измерения свойств объектов прогнозирования. Номер, получаемый объектом оценки в ходе этой процедуры, именуют рангом. Это натуральное число, характеризующее порядковое место оцениваемого объекта в группе других.

При использовании этого метода характеристики всех объектов сравниваются друг с другом. В результате применения ранжирования эксперт располагает объекты в порядке возрастания (или убывания) присущего им оцениваемого показателя (характеристики). Обычно наиболее предпочтительному объекту присваиваю ранг, равный 1, второму по предпочтению объекту -2 и т.д.

Различают строгие и нестрогие ранжировки. Внутри строгих ранжировок устанавливают лишь отношения строгого порядка, когда есть четкое указание на предпочтение одной альтернативы другой, а отношения эквивалентности не допускаются.

Нестрогие ранжировки допускают отношения равной предпочтительности между объектами сравнения. Эквивалентные с точки зрения эксперта объекты получают равные ранги. Группы одинаковых рангов внутри одной и той же ранжировки носят название групп связных рангов.

Для проведения унифицированных процедур обработки экспертной информации, представленной, как правило, в виде ранжировок нестрогого порядка с произвольным масштабом шкалы изменения ранга, предварительно осуществляют процедуры стандартизации. Формальным критерием стандартизированной ранжировки объектов сравнения является выполнение следующего условия.

$$\sum_{k=1}^{n} r_k = \frac{n(n+1)}{2},$$

где r_k - ранг k-го объекта сравнения, k=1,n, где n – количество альтернатив сравнения.

Для эффективного решения проблемы стандартизации разработано множество процедур сведения любой ранжировки произвольного вида к стандартизированной. Одна из них получила название процедуры стандартизированного ранга [5, 6, 10], приведем пример ее использования.

Процедура предполагает осуществление следующих шагов:

1) M=0, где M – множество индексов, для которых проведена операция стандартизации. Естественно, что на первом шаге M- пустое множество;

2) формируется множество L={$l : r_L = \max\limits_{k \in M} r_k$}, состоящее из максимальных рангов по множеству не стандартизированных к данному шагу рангов. Подсчитывается количество его элементов K(L);

3) проводится стандартизация для всех рангов с индексами из L;

$$K_l = \Delta_N - \frac{(K(L)-1)}{2}, \text{ где } \Delta N = \begin{cases} \Delta_1 = n, M = 0 \\ \Delta_N = \Delta_{N-1} - K(L); \end{cases}$$

4) изменяем множество M, так что M = M U L; если M = $\overline{1,n}$, то работа алгоритма заканчивается, в противном случае переходим к шагу 2.

Использование этого алгоритма рассмотрим на Примере 1 [11].

Пусть задана следующая исходная ранжировка объектов сравнения:

Объект	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Ранг	2	12	2	12	8	8	0	8	0	6
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11

Осуществить преобразование представленной экспертами информации в стандартизированном виде.

1) N=1; $12 = \max\limits_{k \in M} r_k$; L=(2,4); x_2=x_4=$n - \frac{(K(L)-1)}{2}$=10-0,5=9,5; M=(2,4).

2) N=2; $\Delta_1 = \Delta_2 - 2 = 10 - 2 = 8$; $8 = \max\limits_{k \in M} r_k$; L=(5,6,8); K(L)=3.

x_5=x_6=x_8=$\Delta_2 - \frac{3-1}{2} = 8 - 1 = 7$; M=(2,4,5,6,8)

3) N=3; $\Delta_3 = \Delta_2 - 3 = 5$; $6 = \max\limits_{k \in M} r_k$; L=10; K(L)=1

x_{10}=$\Delta_3 - \frac{1-1}{5} = 5$; M=(2,4,5,6,8,10)

4) N=4; $\Delta_4 = \Delta_3 - 1 = 4$; $2 = \max\limits_{k \in M} r_k$; L=(1,3); K(L)=2

x_1=x_3=x_4=$\Delta_4 - \frac{2-1}{2} = 3{,}5$; M=(7,9).

5) N=5; $\Delta_5 = \Delta_4 - 2 = 2$; $0 = \max\limits_{k \in M} r_k$; L=(7,9); K(L)=2

x_7=x_9=$\Delta_2 - \frac{2-1}{2} = 1{,}5$; M=0.

Вычисления закончены, имеем следующую стандартизированную ранжировку:

$$R = \begin{pmatrix} x_1 & x_2 & x_3 & x_4 & x_5 & x_6 & x_7 & x_8 & x_9 & x_{10} \\ 3{,}5 & 9{,}5 & 3{,}5 & 9{,}5 & 7 & 7 & 1{,}5 & 7 & 1{,}5 & 5 \end{pmatrix}$$

Другой подход к решению проблемы перехода от ранжировки произвольного вида к стандартизированному представлению можно описать в виде следующего алгоритма.

На начало работы процедуры стандартизации имеем:

- множество номинально распределяемых рангов, представленных в виде строгой ранжировки вида $R_n = (r_l) = (1, 2, 3, \ldots, k, \ldots, n)$;
- фактическая ранжировка альтернатив, предложенная экспертом вида $R_f(t{=}0) = (r_{f1}, r_{f2}, r_{f3}, \ldots, r_{fk}, \ldots, r_{fn})$, где r_{fk} – ранг, присвоенный k-й альтернативе сравнения, а t – номер текущей итерации. стандартизированная ранжировка альтернатив вида $R_c = (r_{c1}, r_{c2}, r_{c3}, \ldots, r_{ck}, \ldots, r_{cn})$, где r_{ck} – стандартизированный ранг, присвоенный k-й альтернативе сравнения.

Осуществляем следующие шаги:

1. $t = 1$.
2. Определяем множество элементов $R_f(t) = \{\max R_f(t)\}$, множество индексов элементов множества $R_f(t)$ обозначим $ind\, R_f(t)$, $N(t) = |\, R_f(t)\, |$ – количество элементов множества $R_f(t)$.
3. Из множества исходных рангов R_n выделяем подмножество $R_n = \{\max R_n(t) : |\, R_n\, | = N(t)\}$.
4. $r_{ck}(t) = \dfrac{\sum_{l=t}^{N(t)} r_l}{N(t)}$, для $\forall k \in ind\ R_f(t)$.
5. Сокращение множеств R_n, R_f на число элементов R_n в соответствующих позициях, определяемых в соответствии с множеством $ind\, R_f(t)$.
6. Если $R_f \neq \varnothing$ - закончить преобразования, иначе $t = t + 1$ и переход на п.2.

Проиллюстрируем работу алгоритма на выше приведенном примере. Исходная информация, рабочие итерации алгоритма и полученный результат представлены в следующей таблице.

R_n	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
R_f	2	12	2	12	8	8	0	8	0	6
1-я итерация							1.5		1.5	
2-я итерация	3.5		3.5				1.5		1.5	
3-я итерация	3.5		3.5				1.5		1.5	5
4-я итерация	3.5		3.5		7	7	1.5	7	1.5	5
Результат	3.5	9.5	3.5	9.5	7	7	1.5	7	1.5	5

Используя ранжировку как метода измерения характеристик объектов необходимо помнить, что ранги, присваиваемые объектам, отражают только лишь субъективное представление эксперта о характере, степени наличия сравниваемых свойств в данного объекта. Они отражают субъективное предпочтение одной альтернативы перед другими (другой), без указания степени предпочтительности. Т.е. ранжировка показывает лишь факт предпочтения, а не меру степени предпочтения. Если объект имеет ранг, равный 1, то это не значит, что он предпочтительнее объекта, имеющего ранг 3, в три раза или на две единицы. Это только порядок предпочтения.

Не трудно показать, что любую ранжировку легко превратить в матрицу парных сравнений, если определить a_{ij}, например, следующим образом:

$$a_{ij}=\begin{cases}1, r_i < r_j\\ -1, r_i > r_j,\\ 0, r_i = r_j\end{cases} \qquad (1) \quad \text{или} \qquad a_{ij}=\begin{cases}1, r_i < r_j\\ 0, r_i > r_j\\ 0{,}5, r_i = r_j\end{cases} \quad (2)$$

где r_i, r_j - ранги, присвоенные соответственно i-му и j-му объектам.

Пример 2. Пусть пять альтернатив (например, проекты развития предприятия) оцениваются по степени предпочтительности шестью экспертами. Последним предложено проранжировать проекты в соответствии со степенью убывания привлекательности проекта с точки зрения оценщика. Полученные результаты индивидуальной оценки сведены в таблице 7.

Таблица 7.

Проект / Эксперт	П1	П2	П3	П4	П5
Э1	9	7	4	7	5
Э2	4	5	2	3	1
Э3	11	9	1	7	3
Э4	8	7	3	7	3
Э5	6	5	1	3	2
Э6	4	4	2	3	1

Заметим, что ни одна из полученных ранжировок за исключением 2-й не является стандартизированной, они проведены экспертами в разных масштабах, поэтому хотя бы визуально результаты работы оценщиков трудно сопоставить. Прежде, чем от ранжировок перейти к матрицам парных сравнений, проведем их стандартизацию в соответствии с ранее сделанными замечаниями. Заметим, что сама по себе процедура стандартизации ранжировки не является обязательной для перехода к матрице парных сравнений. Стандартизированные ранжировки экспертов сведены в таблице 8.

Таблица 8.

Проект / Эксперт	П1	П2	П3	П4	П5
Э1	5	3.5	1	3.5	2
Э2	4	5	2	3	1
Э3	5	4	1	3	2

Э4	5	3.5	1.5	3.5	1.5
Э5	5	4	1	3	2
Э6	4.5	4.5	2	3	1

В соответствии с правилом (1) ранжировка R^k может быть представлена соответствующей матрицей парных сравнений A^k, где $k = \overline{1,6}$ - индекс эксперта. Таким образом,

$$A^1 = \begin{pmatrix} 0 & -1 & -1 & -1 & -1 \\ 1 & 0 & -1 & 0 & -1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & -1 & 0 & -1 \\ 1 & 1 & -1 & 1 & 0 \end{pmatrix},\ A^2 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 & -1 & -1 \\ -1 & 0 & -1 & -1 & -1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & -1 & 0 & -1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix},\ A^3 = \begin{pmatrix} 0 & -1 & -1 & -1 & -1 \\ 1 & 0 & -1 & -1 & -1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & 0 & -1 \\ 1 & 1 & -1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$A^4 = \begin{pmatrix} 0 & -1 & -1 & -1 & -1 \\ 1 & 0 & -1 & 0 & -1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 & 0 & -1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix},\ A^5 = \begin{pmatrix} 0 & -1 & -1 & -1 & -1 \\ 1 & 0 & -1 & -1 & -1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & 0 & -1 \\ 1 & 1 & -1 & 1 & 0 \end{pmatrix},\ A^6 = \begin{pmatrix} 0 & -1 & -1 & -1 & -1 \\ 1 & 0 & -1 & -1 & -1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & 0 & -1 \\ 1 & 1 & -1 & 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Существует и обратная возможность перехода от матрицы парных сравнений к ранжированию. Например, это осуществляется при помощи следующего алгоритма [6, 10]. Пусть m экспертов проводят оценку всех пар объектов, давая числовую оценку a_{ij}, так как это указано в примере заполнения матрицы парных сравнений. Всего объектов n. Если при оценке i-го и j-го m_i экспертов высказались наоборот, а m_n экспертов считают эти объекты эквивалентными, то оценка математической величины a_{ij} равна x_{ij}:

$$X_{ij} = M(a_{ij}) = 1 \cdot \frac{m_i}{m} + 0{,}5 \cdot \frac{m_n}{m} + 0 \cdot \frac{m_j}{m}.$$

Учитывая, что $m=m_i+m_n+m_j$, получаем:

$$X_{ij} = \frac{1}{2} + \frac{m_i - m_j}{2m} \quad (i,j=1,2, ..., n).$$

Совокупность величин X_{ij} образует неотрицательную матрицу, на основе которой можно построить ранжирование всех объектов $X=(X_{ij})$. Матрица называется неразложимой, если перестановкой рядов (строк и одноименных столбцов) ее нельзя привести к треугольному виду:

$$X = \begin{pmatrix} A_{11} & \dots & \dots & 0 \\ A_{21} & A_{22} & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ A_{L1} & A_{L2} & \dots & A_{LL} \end{pmatrix},$$

где A_{ij} - неразложимые подматрицы X. При l=n матрица X неразложима. Если матрица X неразложима, то по результатам парного сравнения объектов возможно в интервальной шкале измерение предпочтительности объектов и ранжирование, а в плане порядков - ранжирование. Если она разложима, то возможно только ранжирование объектов. Эти действия осуществляются таким образом. Вычисляется вектор коэффициентов относительной важности объектов порядка t:

$$K^t = \frac{1}{\lambda^t} \cdot X \cdot K^{t-1} \qquad t=1,2,3\ \dots ,$$

где $\frac{1}{\lambda^t} = \sum_{t=1}^{n}\sum_{t=1}^{n} X_{ij} \cdot K_j^{\,t-1}$.

Для t=1 полагают, что

$$K_i^1 = \frac{\sum_{t=1}^{n} X_{ij}}{\sum_{t=1}^{n}\sum_{t=1}^{n} X_{ij}};\ \sum_{t=1}^{n} K_j^{\,1} = 1.$$

Расчет K^t прекращают при стабилизации значений его компонент. Ранжировка объектов определяется цепочкой неравенств $K_1>K_2>K_3>K_4>\dots>K_n$. Решение указанной выше задачи возможно и при m=1, т.е. при наличии только одного эксперта.

Очень часто в целом ряде ситуаций ранжирование является удобным методом в силу своей простоты и наглядности. Однако в случаях прогнозирования, когда число объектов сравнения превышает 10-15 альтернатив (иногда допустимо до 20) этим методом не следует злоупотреблять в виду роста вероятности ошибочных суждений из-за физической ограниченности возможности контроля всей информации со стороны экспертов [11, 18, 21].

В случае, когда у эксперта наблюдаются затруднения при использовании методов оценки предпочтительности вариантов прогноза, полезным может оказаться процедура составления векторов предпочтений.

Вектором предпочтений V = (v_1, v_2, …, v_k, …,v_n), заданным на фиксированном наборе альтернатив X = (x_1, x_2, …, x_k, …,x_n) будем называть такой вектор V, v_k-я компонента которого определяется как количество альтернатив, превосходящих данную из всего множества X без конкретного указания на лучшие варианты.

Таким образом, каждая компонента вектора предпочтений v_k указывает количество альтернатив, превосходящих данную k-ю альтернативу. Для ранее рассмотренной ранжировки Примера 1 вектор предпочтений принимает вид:

$$V = \begin{pmatrix} x_1 & x_2 & x_3 & x_4 & x_5 & x_6 & x_7 & x_8 & x_9 & x_{10} \\ 2 & 8 & 2 & 8 & 5 & 5 & 0 & 5 & 0 & 4 \end{pmatrix}.$$

Очевидно, что существует взаимнооднозначное соответствие между стандартизированной ранжировкой оцениваемых экспертом альтернатив и его вектором предпочтений. По вектору предпочтений можно восстановить ранжировку и наоборот. Если в векторе предпочтений ни одна из его компонент не повторяется, то соответствующее ранжирование может быть отнесено к классу строгих. Наличие в векторе предпочтений повторяющихся чисел свидетельствует о не строгости соответствующей ранжировки.

Все методы измерения со степенью информативности оценок более высокой, чем ранжирование относят к группе так называемых методов непосредственной оценки. Они представляют собой процедуры приписывания объектам числовых значений при наличии полной информации о свойствах объектов. Все действия осуществляются в интервальной шкале. При использовании метода непосредственной оценки может быть осуществлено не только упорядочивание объектов, но и определение степени предпочтительности одного объекта перед другим. От непосредственных оценок не трудно перейти к ранжированию, приписывая каждой оценке (например, по убыванию от максимальной оценки) натуральные числа 1,2,3 ... и т.д. Рассмотрим некоторые наиболее известные способы непосредственных измерений.

Одним из наиболее часто используемых методов непосредственного оценивания является бальное оценивание. Бальное оценивание представляет собой промежуточный способ измерения свойств объектов измеренных в качественных и количественных шкалах, переходное измерение между ранжировкой и количественной шкалой. Балл – это некоторая условная градация альтернатив сравнения, отражающая всю совокупность непосредственно не измеримых свойств объекта. Двойственность данного метода проявляется в том, что балл, с одной стороны, – субъективная мера возможной множественности разнородных свойств объекта. С другой стороны - бальное измерение допускает арифметические действия в рамках известных гипотез в силу того, что априорно задается масштаб измерений и некие правила соотнесения реального свойства и условной безразмерной единицы измерения данного свойства.

Обычно использование бальных оценок предполагает постулирование предварительных гипотез их использования [21]. В том числе:

- формулировку некоторой совокупности независимых от эксперта правил, критериев присвоения баллов;
- отдельное оценивание каждого объекта в шкале не сильнее интервальной, но не слабее порядковой;
- разумную фиксацию масштаба баллов.

Интервальные шкалы допускают в оценивании некоторых ситуаций принятие не единственной четко очерченной альтернативы, а их множества, заданного в некоторых, как правило, непересекающихся границах. В рамках этого измерения допускается отношение типа «между». Примером результирующего представления такого рода экспертной информации могут быть вариационные ряды с бальной формой представления варианты.

Пожалуй, одной из самых распространенных форм представления экспертной информации в прогнозировании является точечное оценивание. Под точечной оценкой объекта эмпирического пространства будем понимать оценку, выраженную одним действительным числом.

Однако, следует помнить, что оценивая свойства соответствующей эмпирической системы мы допускаем некую условность, вводя единицу, масштаб измерения соответствующих характеристик объектов и отношений. Для иллюстрации этого факта удобно воспользоваться часто приводимым примером оценки экспертами времени наступления некого ожидаемого события [10, 11, 21]. Так на вопрос о времени наступления события ответ может быть получен в форме «через 15 лет» или «в 2025 году», что соответствует точечному представлению суждения об объекте прогноза. Однако наряду с этими утверждениями соответствующую дату можно рассматривать и как временной интервал длиной в один год, и как 365 дней с 1января по 31 декабря соответствующего года. Таким образом, точечная оценка легко трансформируется в многоточечную или интервальную. Окончательное решение относительно конкретного вида представления высказывания по поставленной проблеме следует принимать в зависимости от операций, которые мы предполагаем выполнить над полученной информацией. Т.е. здесь еще раз отслеживается дуализм экспертного суждения, выражаемый через взаимосвязь информативности и надежности прогнозного суждения. Формально расширяя диапазон свершения события, мы тем самым существенно изменяем как характеристику точности, так и надежности прогноза.

Многоточечной экспертной оценкой называют конечную совокупность точечных оценок, взаимосвязанных и воспринимаемых как единое целое. Правило определения взаимосвязь в рамках группы многоточечных оценок может устанавливаться посредством введения нормирования, процентовки, ограничения и т.п.

Естественным продолжением практической реализации многоточечного оценивания является выражение экспертного суждения в виде функциональных оценок. Формальное их выражение может осуществляться как с помощью экспертных кривых, так и разного рода законов соответствия.

Дальнейшее совершенствование способов представления экспертной информации с целью повышения точности и надежности прогнозов идет по пути создания комплексных процедур оценивания, представляющих собой в общем случае разнообразные комбинации экспертных оценок первого рода. В качестве примера можно назвать метод сортировки (комбинация группировки и ранжирования) и т.п.

Возможность использования тех или иных методов измерения определяется наличной информацией об объектах. Однако, хотя эти методы и имеют качественные различия и разнятся по трудоемкости, они приводят к близким результатам при решении аналогичных задач [6].

3.3. Обоснование качественного и количественного состава экспертной группы

Главное действующее лицо экспертного прогнозирования, первичный источник информации, а также важнейший фактор качества прогнозной информации – эксперт, т.е. признанный специалист в соответствующей области исследований. Этим определяется то ключевое место, которое отводится процедуре формирования экспертной группы во всей процедуре проведения экспертизы.

На этапе формирования экспертной комиссии перед администрацией экспертизы стоит две основные задачи: обоснование количественного и качественного состава группы экспертов.

Для решения этих задач существенными будут ограничения, обусловленные, с одной стороны, характером решаемой задачи прогнозирования, т.е. специфика предметной области, период упреждения прогноза, специальные требования к индикаторам качества прогноза, степень уникальности решаемой проблемы, наличие информационной базы по проблеме и т.п. С другой, существующая система материальных, финансовых, временных ограничений. В дальнейшем мы не будем их учитывать, однако понятным образом именно они подчас и диктуют окончательное решение задачи комплектации группы.

Перед тем, как остановиться подробнее на изложении некоторых формализованных методов обоснования качественного и количественного состава экспертной группы, сформулируем перечень требований традиционно предъявляемых к кандидатам для включения в нее [3, 4, 11-13, 21]. Они сводятся к тому, что эксперт

a) должен быть признанным специалистом в соответствующей предметной области и обладать успешным опытом прогнозирования в ней;
b) позитивно использует любую дополнительную информацию по проблеме;
c) в ходе тестирования подтверждает стабильность и транзитивность своих оценок во времени;
d) в ходе тестирования демонстрирует малую дисперсию ошибок.

Не следует также забывать, о различных формах работы по извлечению информации. В этой связи не менее, а иногда и более существенную роль начинают играть такие характеристики субъектов прогнозирования, как степень креативности, конформизма, коллективизма, прагматизма, аналитичности, интуиции и т.д. и т.п.

Давая общую характеристику формализованным процедурам поддержки решений по составу группы экспертов с использованием методов количественного анализа, следует отметить, что принципиально существует два фундамента, на которых осуществляется выстраивание всей процедуры отбора - алгебраический и статистический. Эти подходы до некоторой степени альтернативны и отражают принципиальную разницу между двумя типами задач, решаемых в ходе экспертизы. Это ранее уже нами упомянутые задачи с «достаточным» и «недостаточным» информационным потенциалом.

Статистический подход применим лишь в том случае, если мнения всех экспертов рассматриваются как равноправные, а среднегрупповое мнение признается близким к истинному. Алгебраический подход допускает возможность существенного расхождения между истиной и формально усредненной оценкой. Это отличие характера решаемых задач, а, следовательно, подходов к их решению отражает существенное содержательное отличие в понимание термина «качество эксперта», определяет уровень заинтересованности администрации экспертизы в степени согласования интересов экспертов, выработки компромиссного коллективного решения, учете субъективности суждений эксперта.

В целом различия в характере решаемых задач сказываются на процедуре формирования экспертной группы, требуя в одном случае отбора наиболее компетентных лиц, в другом - наиболее “представительных”, т.е. в большей степени отражающих мнения, интересы определенных социально-экономических групп, институтов и т.п.

Основные практические шаги по оптимизации состава экспертной комиссии сводятся к следующему:

- определяются предварительные границы численного состава множества экспертов;
- уточняются качественные требования к экспертной группе;
- проводится стабилизация количественного состава группы с учетом требований, налагаемых на характеристику компетентности группы экспертов.

Упрощенные способы составления списков специалистов-кандидатов, неимеющие каких-либо серьезных формально-количественных обоснований, строятся, исходя лишь из принципов существующих административных взаимосвязей и предполагаемой функциональной пригодности специалистов. К ним, например, могут быть отнесены следующие способы: метод назначений, «телефонный» метод, метод взаимных рекомендаций, метод последовательных рекомендаций, метод выдвижения научными коллективами, документационный, тестирование и др. [18-21]. Как правило, в рамках таких процедур одновременно осуществляется обоснование как количественного, так и качественного состава группы.

Не останавливаясь подробно на расшифровке понятия «качество эксперта», «компетентность эксперта», примем за исходный тот факт, что для начала они могут заменяться такими показателями, как количество ранее проведенных успешных экспертиз, длительность знакомства с данной предметной областью (стаж работы в области, в должности, количество публикации по проблеме и т.п.), коэффициент цитируемости и т.д. Названные параметры могут служить как для обозначения начальных координат поиска, так и с целью выделения «генеральной совокупности» экспертов.

Оценка количественного состава группы экспертов

Качественные и количественные параметры состава экспертной группы всегда взаимосвязаны, что нередко отражается в конкретных методиках подбора экспертов. Это объясняется тем, что в конечном итоге определяющий критерий обоснования численности - это, прежде всего достижение высокого качества прогноза, генерируемого в результате индивидуального или же группового оценивания. А качественный экспертный прогноз возможен лишь при условии априорно высоких качественных параметров привлекаемых к его разработке специалистов по исследуемой проблеме.

На практике аналитики обычно используются два основных подхода при обосновании численности и качественного состава членов экспертной группы. Условно их можно разделить на статистический и эвристический с элементами количественного анализа. Ниже приводятся методы расчетов, отражающих оба подхода.

1. Статистический подход.

1.1. В качестве базы обоснования объема репрезентативной выборки экспертов можно воспользоваться некоторыми результатами теории вероятности при различных условиях генерирования случайной величины [1]. В частности полезным может оказаться следствие из различных форм закона больших чисел, в частности из неравенства Чебышева

$$n_{\min} \geq \frac{\sigma^2}{(1-p)\varepsilon^2}$$, где

σ^2 - тестовое значение дисперсии оценок экспертов;

ε - предельная априорно задаваемая ошибка оценивания;

p - вероятность совпадения (точнее – не меньше) истиной оценки с усредненной по группе.

1.2. Использование результатов прикладного статистического анализа. Осуществляется кластерный анализ ответов экспертов (объединение экспертов, имеющих близкие оценки, в одну группу либо высокие показатели межклассовых расстояний) по всем оцениваемым вопросам экспертизы. В группу отбираются эксперты, ответы которых дают оптимальное значение по выбранному критерию качества кластеризации [2], например минимум среднеквадратического отклонения их ответов по тестовому множеству от среднего арифметического их групповой оценки. В том случае, если эксперты дают оценки в метрической шкале, то среднеквадратическое отклонение находится по формуле

$$\sigma_i = \sqrt{\frac{\sum_{j=1}^{m}(x_{ij} - \frac{\sum_{i=1}^{n} x_{ij}}{n})^2}{m}}),$$

где x_{ij}- оценка i-го эксперта по j-у вопросу, причем $i = \overline{1,n}$, $j = \overline{1,m}$.

2. Эвристический подход.

Примером эвристической процедуры обоснования численности экспертной группы можно привести метод “снежного кома”. Его формальное описание следует ниже.

2.1. Пусть M_0 – исходное множество экспертов, известных заранее. Осуществляется последовательный опрос специалистов из первоначального множества M_0 с целью выявления всего множества экспертов компетентных по данному вопросу. Первый опрошенный из них называет $m_1(1)$ новых лиц, после чего кандидатов становится $M_0 + m_1(1)$. После опроса любого k-го лица из M_0 выявленных лиц станет $M_0 + \sum_{j_1=1}^{k} m_1(j_1)$, а в итоге всего первого тура опроса выявляется $(M_0 + M_1)$ потенциальных претендентов на включение в экспертную группу, где M_1 - число новых лиц, названных в ходе первого круга опроса, его можно представить в виде следующей суммы: $M_1 = \sum_{j_1=1}^{M_0} m_1(j_1)$. В общем виде, число ранее не названных потенциальных кандидатов за r итераций опроса составит $M_r^* = \sum_{i=0}^{r} M_i = \sum_{i=0}^{r} \sum_{j_i=1}^{M_{i-1}} m_i(j_i)$ человек.

Очевидно, что необходимо выявить компромисс между желанием достичь идеально полного списка и нежеланием расходовать излишне много времени и средств на полный перебор и оценку потенциальных кандидатов. Для чего предлагается построить стохастическую модель рассмотренного ранее процесса на основе данных о потенциальном множестве экспертов, выявленных к окончанию какого-то тура опроса. Основной момент, который следует учесть при этом, что любое множество экспертов конечно и, начиная с какого-то момента, упоминаемые специалисты будут повторяться [25].

Обозначим как $(N+1)$ - число всех кандидатов, которые могли бы быть признаны в качестве экспертов, оно заранее неизвестное.

M_0 - число априорно известных кандидатов.

m- число лиц, называемое каждым опрашиваемым кандидатом; m'- число новых, не входящих в ранее названное множество M_0 - лиц, названных каким-либо опрошенным. Допустим, что каждый опрошенный из M_0 называет m неизвестных ему лиц из N.

Рассмотрим случай полной неопределенности, т.е., когда опрошенный с равной вероятностью называет любые m лиц из N. При этом m' - случайная величина, принимающая значения от *0* до m.

Как следует из комбинаторных соображений, вероятность того, что какой-то опрошенный из M_0 назовет l новых, ранее не упомянутых лиц, можно оценить как $P(m'=l) = C^{l}_{N+1-M_0} C^{m-l}_{M_0-1} / C^{m}_{N}$, где l=$\overline{0;m}$, а C - знак оператора сочетания.

Следует отметить, что $P(m'=l)$ представляет собой гипергеометрическое распределение, из чего легко можно получить математическое ожидание m' и другие моменты. В этом случае математическое ожидание случайной величины m' определяется как $\varepsilon(m')=m(N+1-M_0)/N$. С целью получения искомой оценки можно приравнять математическое ожидание числа ранее не упоминавшихся кандидатов к выборочному среднему по данным первого тура опроса исходного множества кандидатов M_0, тогда:

$$\varepsilon(m') \approx \frac{1}{M_0}\sum_{i=1}^{M_0}\mu(i),$$

где $\mu(i)$ - булева переменная, принимающая значение 1, если i-й кандидат из исходного множества M_0 называет лицо, ранее не входящее в M_0 , 0, в противном случае.

Отсюда следует, что исходное множество потенциальных экспертов по проблеме («генеральная совокупность») может быть оценена как $N' \approx mM_0(M_0-1) / \left(mM_0 - \sum_{i=1}^{M_0}\mu(i) \right)$. Следовательно, искомая приближенная оценка возможного числа кандидатов N^* на единицу больше и равна $N^* \approx mM_0(M_0-1) / \left(mM_0 - \sum_{i=1}^{M_0}\mu(i) \right) + 1$.

При использовании на практике найденного числа N^* в качестве обоснования количества членов экспертной группы необходимо иметь ввиду его приближенный характер. Следует разумно соотносить число реально доступных специалистов компетентных в соответствующей предметной областью с теоретически возможной величиной N^*и, приняв во внимание затраты на новые туры опроса, решить, начинать ли следующий цикл опроса.

2.2. Определение верхней и нижней границ численности специалистов, входящих в группу экспертов, может строиться и на основе некоторых разумных гипотез. В том числе, относительно требований, предъявляемых к специалистам в данной предметной области. В качестве примера могут быть приведены следующие рассуждения [16, 18].

С одной стороны число человек, входящее в экспертную группу должно быть таким, чтобы удовлетворялось условие достаточной средней компетентности по группе, т.е. $k(n) \geq K$, где K – усредненный минимально допустимый уровень компетентности по группе в целом (может иногда определяться в долях от максимально возможного (K_{max}), например, $K = 0,85K_{max}$; $k(n)$ –средний уровень компетентности на n-й итерации процедуры, т.е. при включении в группу n-го эксперта, следовательно, $k(n) = \frac{\sum_{i=1}^{n} k_i}{n}$, где κ_i - коэффициент компетентности i-го эксперта.

Таким образом, необходимое ($n*$), обеспечивающее требуемый качественный уровень, число экспертов можно оценить из условия выполнения соотношения вида $n* \leq \frac{\sum_{i=1}^{n} k_i}{K}$. Однако приведенное условие является не достаточным, для однозначного определения численности группы, так как при этом должно соблюдаться условие устойчивости средне группового мнения. С целью установления этого факта проводится дополнительное тестовое исследование, призванное итеративно отыскать такое множество из s экспертов, чтобы выполнялось следующее неравенство:

$\frac{|M(s) - M(s \pm 1)|}{M(s)} \leq \varepsilon$, где M(s) - среднее значение тестовой оценки, выдаваемое группой из s экспертов, а M(s$\pm$1) - новое среднее значение при включении или исключении в исходную группу 1 человека. Т.е., s определяет такое количество специалистов, когда включение или исключение человека из экспертной группы не влияет на общую групповую оценку.

Таким образом, исходя из данного обоснования, окончательно количество человек в группе может быть найдено из условия $\max\{n_{\min}, n*, s\}$. Где нижняя граница численности группы может задаваться директивно, например, из опыта, либо некого норматива, а может исходить из использования неких рекомендуемых [17] эмпирических формул расчета минимального числа экспертов, например: $n_{\min} = 0,5\left(\frac{3}{\varepsilon} + 5\right)$.

Заметим, что независимо от метода, используемого для подбора группы экспертов, возникает вопрос о ее составе. Считается, что в группах с однородным составом (по образовательному, должностному, возрастному, профессиональному статусу) бывает меньше расхождений между экспертами, быстрее происходит процесс согласования группового решения. В группах со случайным подбором кандидатов, как правило, эксперты приходят к согласованному мнению не так быстро, зато вырабатывают более широкий диапазон альтернатив и допускают меньше ошибок. В этой связи особое значение уделяется количественным методам обоснования процедур выявления необходимых качественных кондиций экспертной комиссии.

Оценка качественного состава группы экспертов

После определения численности экспертной группы администрация экспертизы приступает к непосредственному подбору ее состава, имея ввиду, что высокий индивидуальный качественный уровень специалиста является определяющим априорным фактором получения высококачественного прогноза.

Оценка качества потенциального эксперта представляет собой очень сложную и многогранную проблему хотя бы в силу того, что не всегда просто для решения конкретной задачи определить само понятие качественный эксперт. Рассмотрению этой проблемы посвящено значительное количество специальной литературы [3-8, 11-13, 21, 22]. Анализ источников позволяет предложить общую классификацию способов оценивания индивидуальных характеристик специалистов с точки зрения потенциальных возможностей для признания их пригодности с целью включения в экспертную группу. Общее условное представление способов оценки качества экспертов схематично отражено на рис. 9. Следует отметить допустимость пересечений представленных методов оценки, что в общем случае не приветствуется.

Процедура подбора экспертов может носить более или менее объективный характер и основываться как на качественной, так и на количественной информации. В одном случае основой процедур отбора могут стать разного рода тесты, изучение официальных документов или проверка эффективности прежней деятельности специалистов в роли экспертов и т.п. Более субъективным может считаться подход, связанный с использованием самооценки, а также различных схем взаимооценивания специалистов соответствующей предметной области. Кроме того, сам показатель качества может нести как некое существенное конкретное свойство специалиста (примеры приводились ранее), так и выражать степень их интегрированного присутствия у рассматриваемого субъекта в форме специальных обобщающих коэффициентов.

Однако принятие конкретного окончательного решения по способу качественного оценивания эксперта следует, на наш взгляд, принимать, исходя из подтверждения, с одной стороны, наличия ранее определенных характеристик «идеального» эксперта, а с другой, исходя из характеристики информационного потенциала решаемой проблемы.

В качестве примеров приведем некоторые способы индивидуального оценивания, основанные на использовании методов количественного анализа качественных характеристик эксперта.

1. Коэффициент компетентности эксперта на основе результатов его прошлой деятельности.

Индивидуальная априорная оценка компетентности эксперта является, пожалуй, самой естественной формой отражения индивидуального качества соискателей. Она производится по формуле $Q_q = \frac{N_c}{N}$,

Рисунок 9. Методы оценки качества эксперта

где N_c - число случаев, в которых прогноз, проведенный данным экспертом по проблеме, признан удачным (была получена точная оценка);

N - число случаев участия в экспертизе.

2. *Интегральная оценка коэффициента компетентности на основе документационного подхода* [17] может осуществляться следующим образом:

$$Q_i = 0{,}5\left(\frac{\sum_{j=1}^{m} k_j}{\sum_{j=1}^{m} k_j^{\max}} + \frac{q}{q^{\max}}\right), \text{ где}$$

k_j – документально подтвержденная оценка специалиста по его j-й характеристике;

k_j^{map} - максимально возможная оценка по j-й характеристике;

q – самооценка специалиста по проблеме в целом;

$q^{\max}$ - максимально возможная оценка по проблеме в целом.

3. *Оценка компетентности эксперта на основе коэффициента непротиворечивости (Q_c).*

Одним из существенных требований к «качественному» эксперту является выполнение свойств стабильности и транзитивности его оценок во времени. В качестве критерия эффективности оценивания такого рода, в частности, предлагается использовать коэффициент непротиворечивости или как иногда его называют коэффициент совместности. Коэффициент непротиворечивости указывает долю непротиворечивых утверждений относительно максимально возможного числа противоречий, которые могут быть допущены экспертом при работе на заданном множестве альтернатив выбора. В общем виде его можно представить следующим образом:

$Q_c = 1 - d/d_{max}$ (1), где

d – количество высказанных экспертом противоречивых суждений в соответствующей экспертизе;

d_{max} – максимально возможное количество противоречивых суждений в соответствующей экспертизе.

Напомним, что непоследовательность суждений эксперта, выражаемая нарушением свойства транзитивности его оценок, формально проявляется в обнаружении наличия в результатах его оценок следующих суждений (более полный перечень можно, например, обнаружить в [12]).

1. Альтернатива a_i более предпочтительна, чем альтернатива a_j. Альтернатива a_j более предпочтительна, чем альтернатива a_k, но a_k более предпочтительна, чем альтернатива a_i, т.е. $a_i \succ a_j, a_j \succ a_k, a_k \succ a_i$
2. Альтернатива a_i эквивалентна альтернативе a_j. Альтернатива a_j эквивалентна альтернативе a_k, но a_k не эквивалентна альтернативе a_i, т.е. $a_i \approx a_j, a_j \approx a_k, a_k \neq a_i$.

Отметим, что первое утверждение соответствует нарушениям, допускаемым экспертом при использовании метода парных сравнений, а второе отражает нарушения свойства транзитивности при проведении процедур классификации объектов.

Непоследовательность заключений может объясняться разными причинами. Она может являться как следствием чрезвычайной сложности предметной области, в рамках которой осуществляется экспертиза, так и субъективные свойства эксперта, его осознание поставленных целей, знание предметной области, степень конъюнктурности и т.п. Задача аналитиков, оценивающих качество экспертов по данному критерию, определить индивидуальные коэффициенты совместности, оценить их допустимый уровень и если необходимо выявить конкретные причины непоследовательности выводов экспертов.

Данный способ применим на основе анализа результатов как прошлой, так и текущей деятельности субъекта в качестве эксперта по проблеме. Исходная информация может быть представлена измеренной либо в любой форме порядковой и интервальной шкал, допускающей сведение к парному измерению альтернатив, либо как результат классификации экспертом альтернатив. Таким образом, оцениваться может как качественная, так и количественная информация об объектах.

Рассмотрим случай сравнения парных альтернатив по предпочтениям [12]. Пусть рассматривается m альтернатив сравнения. В этом случае экспертом производится *m(m-1)/2* парных сравнений. Результаты такого сравнения можно представить в виде матрицы парных сравнений $A = \|a_{ij}\|$, содержащую следующую информацию

$A = \|a_{ij}\| = \begin{cases} 1 \\ 0 \end{cases}$, где 1 указывает на предпочтительность *i*-й альтернативы *j*-й, а 0 – в противном случае.

Заметим также, что иным способом отражения информации о результатах сравнения может быть их представление в виде направленного графа, в котором направление указывается от более предпочтительной альтернативы к менее. Понятно, что требование запрета на транзитивность соответствует запрету циклов в рамках графического представления. При этом в ситуации нарушения свойства транзитивности граф произвольной длинны всегда будет содержать циклы длинны 3. Обнаружение такого рода ситуаций и их относительное взвешивание и лежит в основе конкретного оценивания параметров формулы (1).

В зависимости от количества альтернатив сравнения оценка максимального числа противоречий - d_{max} на заданном множестве оценивается следующим образом

$d_{max} = m(m^2 - 1)/24$, если m – нечетно,

$d_{max} = m(m^2 - 4)/24$, если m – четно.

Для определения числа фактически сделанных ошибочных суждений – d следует подсчитать значения строчных сумм матрицы *A*, т.е. $s_i = \sum_{j=1}^{m} a_{ij} \quad i = \overline{1,m}$.

Тогда $d = C_m^3 - \sum_{i=1}^{m} C_{s_i}^2$ или с учетом результатов комбинаторных вычислений, (см. например, [12]) $d = \frac{1}{6}m(m-1)(m-2) - \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{m} s_i(s_i - 1)$.

Таким образом, окончательно для оценивания противоречивости суждений эксперта в случае представления результатов его работы в виде матрицы парных сравнений формула (1) примет следующий вид

$Q_c = 1 - 24d/(m^3 - m)$, если m – нечетно,

$Q_c = 1 - 24d/(m^3 - 4m)$, если m – четно.

Рассмотрим особенности вычисления коэффициента непротиворечивости суждений при проведении экспертами классификации альтернатив. Пусть рассматривается m альтернатив сравнения. Результаты классификации объектов оценивания можно представить в виде матрицы парных сравнений *A*, содержащую следующую информацию

$A = \|a_{ij}\| = \begin{cases} 1 \\ 0 \end{cases}$, где 1 указывает на принадлежность *i*-й и *j*-й альтернативы одному классу объектов экспертного сравнения, а 0 – в противном случае.

Известно, что в случае представления классификационных суждений эксперта в виде неориентированного графа противоречие типа $a_i \approx a_j, a_j \approx a_k, a_k \neq a_i$ отражается на нем в форме незамкнутой цепи по тройке альтернатив, иначе говорят – вилки. Воспользуемся этим соображением. Ясно, что в этой ситуации максимально возможное число противоречивых суждений о тройках альтернатив - d_{max} можно свести к оценка максимально возможного количества вилок на соответствующем неориентированном графе. Тогда, исходя из результатов комбинаторных вычислений, имеем

$d_{max} = m^2(m - 2)/8$, если m – четно,

$d_{max} = (m^2 - 1)(m - 2)/8$, если m – нечетно.

Оценка числа фактически сделанных ошибочных суждений – *d*, полученная на основании результатов о числе вилок на неориентированном графе методами комбинаторного оценивания, проводится в соответствии со следующей формулой $d = \sum_{i=1}^{m} C_{z_i}^2 - \frac{tr(A'^3)}{2}$, где

$tr(A'^3)$ – трек матрицы A'^3 , исчисляемой на основе матрицы A', которая в свою очередь получена из матрицы A путем замены элементов a_{ij}, $i = \overline{1, m}$ на 0;

z_i – степень i-й вершины в графе, матрицей смежности которого является A'.

Таким образом, окончательно для оценивания противоречивости суждений эксперта в случае осуществления им классификационных суждений относительно исходного множества альтернатив формула (1) примет следующий вид

$Q_c = 1 - 8d/(m^3 - 2m^2)$, если m – четно,

$Q_c = 1 - 8d/(m^2 - 1)(m - 2)$, если m – нечетно.

Очевидно, что большее значение коэффициента непротиворечивости суждений - Q_c свидетельствует о более высоком качестве специалиста, а, следовательно, его потенциальной пригодности к введению в экспертную группу. Контрольное пороговое значение коэффициента совместности обычно устанавливается с одной стороны, исходя из эмпирических данных о максимальной допустимости нарушения транзитивности оценок, полученных в ходе проведения предыдущих экспертиз. А с другой, имея в виду принципиальную допустимость такого рода логических нарушений при осуществлении прогноза в соответствующей предметной области, с учетом вероятности последствий его неосуществления.

4. Оценка вектора компетентности экспертов на основе алгоритма решения задачи о лидере (q).

В практике оценивания качества экспертов широкое применение находят также методы взаимного оценивания потенциальных экспертов. Как правило, они отличаются процедурами проведения опросов респондентов, а также способом представления информации об объекте оценивания.

К наиболее интересным с точки зрения обоснованности результата, как, имея в виду снижение уровня субъективности, предвзятости оценки, так и увеличения степени объективизации результата на основе использования математических методов, может быть назван подход, основанный на использовании так называемого алгоритма решения задачи о лидере [3, 4]. Основой данного алгоритма является итеративное уточнение относительных коэффициентов компетентности по результатам суждений исходной группы специалистов о кандидатах на включение в экспертную группу. Непосредственно сам коэффициент компетентности представляет собой субъективную интегральную оценку одного специалиста в предметной области другим. Содержание оценки заранее должно быть оговорено администрацией проведения экспертизы. Она, например, может отражать только лишь факт признания либо нет специалиста экспертом по интересующей проблеме со стороны другого, т.е. по сути, быть бинарной переменной, принимающей значение 0 или 1. А может носить и относительный оценочный характер одного специалиста другим, например, в бальном измерении. В последнем случае желательно, хотя и не обязательно, предложить оценщикам одинаковый заранее заданный масштаб измерений.

Содержание процедуры выражается следующими действиями.

На основе предварительного анализа (возможности проведения рассматривались ранее) составляется исходный список потенциальных кандидатов на включение в экспертную группу. Специалистам предлагается высказать мнение о целесообразности (мере целесообразности) включения в экспертную группу того или иного кандидата из предварительного списка. Исходя из их суждений о допустимости включения каждого из указанных субъектов в группу, либо бальной оценке интегрального уровня компетентности эксперта следует проранжировать исходное множество специалистов в соответствии с некоторым наперед заданным критерием, например, снижением уровня компетентности. Дополнительно администрации экспертизы следует оговорить возможность оценивания на предмет включения в группу либо нет самих субъектов оценивания.

Таким образом, в результате опроса группы специалистов формируется матрица А индивидуального оценивания каждого эксперта всеми остальными. Она, например, может представляется в следующем виде.

$A = \left\| a_{ij} \right\| = \begin{cases} 1 \\ 0 \end{cases}$, где 1 – признак включения *i* – го специалиста в группу *j* – м, а 0 – наоборот.

Тогда относительный коэффициент компетентности на t – ой итерации расчета можно посчитать так:

$q_i^t = \dfrac{\sum\limits_{j=1}^{m} a_{ij} q_j^{t-1}}{\sum\limits_{i=1}^{m}\sum\limits_{j=1}^{m} a_{ij} q_j^{t-1}}$, где $i = \overline{1,m}$, $j = \overline{1,m}$, m – размер оцениваемого множества. При этом коэффициенты нормируются так, что $\sum\limits_{i=1}^{m} q_i^t = 1$. Таким образом, коэффициент компетентности *i* – го эксперта на 1 – ой итерации составит $q_i^1 = \dfrac{\sum\limits_{j=1}^{m} a_{ij} q_j^{0}}{\sum\limits_{i=1}^{m}\sum\limits_{j=1}^{m} a_{ij} q_j^{0}}$, на 2-й $q_i^2 = \dfrac{\sum\limits_{j=1}^{m} a_{ij} q_j^{1}}{\sum\limits_{i=1}^{m}\sum\limits_{j=1}^{m} a_{ij} q_j^{1}}$ и т.д. В общем случае на t – ой итерации происходит вычисление общего вектора компетентности $q = (q_i)$, $i = \overline{1,m}$ в соответствии с соотношением $q^t = Aq^{t-1}$. В качестве исходного значения вектора компетентности на 1-й итерации расчетов можно принять вектор q^0. Его компоненты изначально могут приниматься равновеликими, например, $q_i^0 = \dfrac{1}{m}, \forall i = \overline{1,m}$

Уточнение коэффициента происходит за счет «силы» мнений оценивающих специалистов, которая связана с тем, на сколько компетентными, или другими словами, пригодными к включению в экспертную группу считают их коллеги. Последовательное вычисление коэффициента приводит к довольно быстрому, обычно 3-4 итерации, схождению общего вектора компетентности к его равновесному состоянию [4, 10, 11]. В этой связи полезно уметь находить аналитически значения результирующего вектора компетентности:

$$q_i = \lim_{t\to\infty}\left(\frac{\sum_{j=1}^{m} a_{ij} q_j^{t-1}}{\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{m} a_{ij} q_j^{t-1}}\right) \text{ при } \sum_{i=1}^{m} q_i^t = 1 \text{ и } i = \overline{1,m}.$$

Доказано, что предельные значения вектора компетентности представляют собой компоненты собственного вектора для максимального характеристического корня матрицы $A = \|a_{ij}\|$, который в свою очередь определяются из решения алгебраического уравнения $|A - \lambda E| = 0$. Получение максимального собственного числа матрицы A позволяет путем решения системы размерности $(m+1) * m$ вида

$$\lambda q = Aq \quad ,$$

$$\sum_{i=1}^{m} q_i^t = 1 ,$$

отыскать решение поставленной задачи - найти предельные значения вектора компетентности. Последнее гарантированно возможно при условии выполнения свойства неразложимости матрицы оценок А. Найденный собственный вектор q служит основанием для ранжировки группы экспертов в соответствии с заранее заданным правилом.

5. Оценка вектора компетентности экспертов (q) на основе минимизации отклонения индивидуального суждения эксперта от средне группового результата.

Данный метод оценивания позволяет извлечь сведения о компетентности экспертов на основе сведений об их априорных оценках альтернатив выбора. Результаты могу быть получены исходя как из тестовых примеров, так и на основе анализа результатов участия специалистов в более ранних экспертизах по сходным проблемам. Введем следующие условные обозначения.

$X = \|x_{ij}\|$ - исходная матрица оценивания всех альтернатив сравнения каждым из экспертов, при этом

x_{ij} – оценка i-го объекта, сделанная j–м экспертом в интервальной шкале, где $i = \overline{1, m}$ - индекс объекта сравнения, m – число объектов;

$j = \overline{1, n}$ - индекс субъекта сравнения, n – число экспертов.

q^t – вектор компетентности эксперта на t-й итерации расчетов;

x^t – усредненный вектор групповой оценки сравниваемых альтернатив на *t*-й итерации расчетов;

e – вектор единичных компонент соответствующей размерности.

Коэффициенты компетентности экспертов вычисляются с помощью рекуррентной процедуры, основанной на корректировке коэффициентов компетентности в зависимости от степени согласованности оценок экспертов с групповой оценкой объектов. В свою очередь происходит итеративное уточнение группового результата оценивания альтернатив сравнения путем учета в результате оценки уровня компетентности эксперта ее выставляющего.

Тогда, исходя их сказанного, на каждой итерации расчетов процедура уточнения оценок альтернатив и специалистов могут быть соответственно записаны следующим образом:

$x^t = Xq^{t-1}$ (2);

$q^t = X^T x^t$ (3).

Т.е. на начальном этапе расчетов первое приближение вектора взвешенной групповой оценки альтернатив можно оценить, как $x^1 = Xq^0$, а первое приближение вектора компетентности членов группы с учетом соответствия индивидуально определяемых оценок усредненной по группе составит $q^1 = X^T x^1$, где изначально предполагается равновеликая компетентность привлеченных к работе экспертов, т.е. $q_j^0 = 1/n, \forall j = 1, n$. Понятно, что итерации следует продолжать до тех пор пока вектора компетентности и оценок объектов соседних итераций не станут соответственно неразличимо малы. Исследования показывают достаточно высокую скорость схождения этого процесса [4]. Однако, как ранее уже упоминалось, решающую роль в возможности эффективного получения результатов итеративных вычислений играют свойства матриц первичных оценок. Не трудно заметить, что исходная процедура расчета (1-2) может быть заменена на эквивалентную, но с выполнением требования сепарирования соответствующих характеристик оценивания: экспертов и объектов сравнения, т.е. к виду:

$$q^t = X^T X q^{t-1} \qquad (2'),$$

$$x^t = X\ X^T x^{t-1} \qquad (3').$$

В таком случае при принадлежности матриц $(X^T X)$, $(X\ X^T)$, полученных на основе исходной матрицы оценок X, к классу неразложимых матриц и проведении процедур нормализации векторов компетентности и групповой оценки соответственно, как $\overline{q}^t = \dfrac{q^t}{e^T q^t}$ и $\overline{x}^t = \dfrac{x^t}{e^T x^t}$ мы в праве осуществить замену соотношений (2'-3') на соответствующие

$$\overline{q}^t = X^T X \overline{q}^{t-1} \qquad (2''),$$

$$\overline{x}^t = X\ X^T \overline{x}^{t-1} \qquad (3'').$$

Откуда очевидно, что в частности поиск результирующего вектора компетентности экспертов - q сводится к отысканию собственного вектора для максимального характеристического корня матрицы $(X^T X)$, который определяется из решения алгебраического уравнения $\left|(X^T X) - \mu E\right| = 0$. Далее, учитывая, что $\sum_{i=1}^{m} q_i^t = 1$, из соотношения $\mu q = X^T X q$ нетрудно получить значение результирующего вектора q.

Следует отметить, что бесспорным достоинством данного метода является то, что наряду с решением проблемы оценки качества экспертов мы, в рамках того же подхода, имеем возможность, одновременно обработать совокупность индивидуальных оценок и получить результирующую характеристику оцениваемых альтернатив, т.е. вектор x. Его значения могут быть найдены из решения системы

$$\lambda x = X \; X^T x \,,$$

при наложении дополнительного условия нормировки оценок альтернатив, а также после отыскания максимального характеристического корня λ матрицы (XX^T), который определяется из решения уравнения

$$\left| (X \; X^T) - \lambda E \right| = 0 \,.$$

Такой подход к оцениванию экспертной информации делает возможным использование представленной процедуры не только при работе с априорно полученными данными, но и непосредственно в ходе текущей экспертизы при исследовании задач прогнозирования с достаточным информационным потенциалом проблемы.

Проиллюстрировать выше представленные рассуждения можно с помощью следующего примера [10].

Пусть 5 экспертов (n=5) оценили два объекта (m=2):

Объект	*Эксперт*				
	1	*2*	*3*	*4*	*5*
1	0,2	0,6	0,5	0.3	0,1
2	0,8	0,4	0,5	0,7	0,9

Проведем вычисление групповых оценок и коэффициентов компетентности. Средние оценки объектов первого приближения при t = 1 равны:

$$x_1^1 = \frac{1}{5}(0{,}2 + 0{,}6 + 0{,}5 + 0{,}3 + 0{,}1) = \frac{1{,}7}{5} = 0{,}34; \quad x_2^1 = 0{,}66.$$

Вычислим величину λ^1 :

$$\lambda^1 = \sum_{i=1}^{2} x_i^1 \sum_{j=11}^{5} x_{ij} = 0{,}34 \cdot 1{,}7 + 0{,}66 \cdot 3{,}3 = 2{,}756.$$

Отсюда получаем коэффициенты компетентности:

$$q_1^1 = (\frac{1}{2{,}756})(0{,}2 \cdot 0{,}34 + 0{,}8 \cdot 0{,}66) = 0{,}2163;$$

$q_2^1 = 0{,}1698; \quad q_3^1 = 0{,}1814; \quad q_4^1 = 0{,}2046; \quad q_5^1 = 0{,}2279.$

Вычисляем групповые оценки объектов второго приближения, получаем вектор x^2=(0,32;0,68). Величина $\lambda^2 = 2{,}788$, вектор коэффициентов компетентности имеет вид q^2=(0,218;0,1664;0,1793;0,1052;0,2311), соответственно x^3=(0,31776;0,68224) и $\lambda^3 = 2{,}79$. Видим, что значения q, λ, x стабилизировались и дальнейшие вычисления бессмысленны. Таким образом, полученные вычисления позволяют сделать значимые выводы как относительно уровня компетентности экспертов, в окончательном виде его можно записать в виде следующей ранжировки экспертов R = {2, 4, 3, 5, 1}, так и относительно групповой интегральной оценки объектов сравнения X = (0,32; 0,68).

3.4. Методы обработки результатов экспертизы

Обработка результатов проведения экспертного оценивания альтернатив прогноза является, бесспорно, ее ключевым моментом. От ее грамотного проведения во многом зависит качество итоговых результатов. Имея в виду, априорную обоснованность методик и инструментария обработки на предшествующих шагах экспертизы, в практике экспертного оценивания принято различать три основных этапа обработки результатов опроса экспертов:

1) предварительный анализ индивидуальных оценок экспертов;
2) обоснование и вычисление групповой экспертной оценки;
3) определение качества групповой экспертной оценки.

Следует отметить, что этапы 2-й и 3-й в зависимости от конкретно выбранных методов обработки данных могут меняться местами либо даже сочетаться в рамках одной процедуры. Однако следует заметить, что методически верно проводить групповые обобщения только на высоко согласованных группах экспертов. Таким образом, если это вообще осуществимо, то оценка качества экспертизы должна предшествовать ее заключению. На практике, как правило, этапы второй и третий вычислительно совмещаются. Перечисленные три блока работ полностью исчерпывают перечень действий по выработке решения на основе группового выбора. Если же будущее решение в дальнейшем предполагается строить, исходя из индивидуальной оценки единственного эксперта, то вся процедура сводится только лишь к реализации аналитиками администрации экспертизы первого этапа из выше указанной последовательности шагов.

Остановимся подробнее на содержании и проблематике каждого из этапов и возможных способах реализации соответствующих им задач.

Предварительный анализ индивидуальных оценок экспертов

Исходный предварительный анализ индивидуальных оценок экспертов, полученных в результате проведения экспертизы, нацелен на выявление возможного несоответствия между полученными измерениями и априорными требованиями к ним с целью их последующей коррекции. Чаще всего это проявляется через обнаружение противоречий в суждениях экспертов.

Так при оценивании альтернатив в номинальной шкале для каждого участника экспертизы следует проверить условие корректности осуществление процедуры классификации, которое по понятным причинам сводится к выполнению следующего равенства $\sum_{k=1}^{K} x_{ik}^{j} = 1$, где

i – индекс альтернативы сравнения, $i = \overline{1,m}$;

j – индекс эксперта, $j = \overline{1,n}$;

k – индекс обобщающего класса, $k = \overline{1,K}$;

x_{ik}^{j} - результат отнесения j-м экспертом i-ой альтернативы сравнения к объектам k-го класса.

Данное требование является следствием принципа запрета пересечения классификационных подмножеств по выбранному основанию класса и обеспечивает однозначную идентификацию альтернативы экспертом.

При получении оценок в шкале отношений в рамках использования процедур парных либо множественных сравнений ключевым индикатором корректности проведенной оценки является соблюдение свойства транзитивности оценок. Оно также без труда проверяется и при использовании метода ранжирования альтернатив (см. пример1). Однако в этой ситуации дополнительно следует осуществить проверку полученных данных индивидуального опроса на правильность выставления связных рангов (см.алгоритмы к примеру 1). И как уже раннее отмечалось проверить выполнение условия стандартизации полученной ранжировки, т.е. $\sum_{i=1}^{m} z_{ji} = \frac{m(m+1)}{2}$, где z_{ji} – ранг, присвоенный j–экспертом i-у объекту оценивания, а m – число альтернатив сравнения.

Часто в ходе работы с информацией, представленной в шкалах не менее совершенных, чем интервальная весьма полезной, а иногда и просто необходимой является процедура нормирования переменных, т.н. переход в так называемые z-координаты. Она, как правило, может быть осуществлена в соответствии с одним из приведенных ниже методов взвешивания.

$$z_{ij} = \frac{x_{ij}}{x_{\max j}}, \quad z_{ij} = \frac{x_{ij}}{\bar{x}_j}, \qquad z_{ij} = \frac{x_{ij}}{x_{\min j}}, z_{ij} = \frac{x_{ij} - \bar{x}_j}{\sigma_j}$$, где

x_{ij} - оценка i-м субъектом j-й альтернативы;

$\bar{x}_j$ - среднее значение по альтернативе j;

σ_j - стандартная ошибка измерения j-й альтернативы;

$x_{\max j}, x_{\min j}$ - соответственно максимальное и минимальное значение j-й альтернативы.

Обычно стараются так провести процедуру нормирования, чтобы средняя по соответствующему признаку равнялась нулю, а дисперсия была близка к единице.

Как правило, после обнаружения некорректности в проставлении оценок или наличии со стороны менеджеров экспертизы дополнительных вопросов к экспертам по результатам индивидуального оценивания происходит дополнительный тур обсуждения результата с их респондентами. Иногда коррекция признается безусловно необходимой и она тут же осуществляется формально. Иногда аналитики экспертизы просят автора оценки обосновать свое мнение, как, например это делается в ходе процедуры Дельфы для авторов крайних суждений по проблеме. При этом во многом анализ индивидуальных результатов носит не формализуемый характер. Особо важно выяснить причины неудач. Чаще всего они объяснятся:

- неудачным подбором состава экспертной группы (ее качеством, количеством, предвзятостью и/или недобросовестностью членов группы и т.д.);
- неточной формулировкой задач, стоящих перед экспертами;
- неудачно выбранной методикой проведения процедуры организации экспертного опроса;
- малой изученностью предметной области, в границах которой проводится оценивание;
- реальным наличием нескольких несовпадающих точек зрения на перспективы объекта оценивания.

Обоснование и вычисление групповой экспертной оценки

В зависимости от целей экспертной оценки и выбранного метода измерения возможно решение различных задач обработки информации, получаемой в виде индивидуальных оценок от экспертов. Прежде всего, это задачи получения обобщенной оценки объектов на основе индивидуальных оценок экспертов при различных методах измерения.

В практике экспертного оценивания существует огромное количество общих и специальных методов, алгоритмов и процедур обработки экспертной информации. Подробно с ними можно ознакомиться, например, в работах [3-9, 14, 18-20]. Однако в общем случае методы, используемые при решении такого рода задач, возможно классифицировать в следующие группы [11]:

1. Статистические методы обработки результатов экспертного оценивания. Они основаны на предположении о случайности отклонения оценок экспертов от истинных значений оцениваемых параметров изучаемых объектов. Исходные данные к обработке рассматриваются как выборочная статистика, по которой возможно восстановить свойства присущие некой генеральной совокупности свойств. В этой постановке задача получения результирующих оценок ставится как задача восстановления истинного значения параметра на основе имеющихся оценок с наименьшей погрешностью.
2. Алгебраические методы обработки результатов экспертного оценивания. Суть этих методов заключается в задании формального правила исчисления расстояния на множестве оценок экспертов и определении такой результирующей оценки экспертизы, сумма расстояний от которой до оценок индивидуальных экспертов будет минимальна.
3. Методы шкалирования. При использовании этих методов по исходной экспертной информации о степени различия объектов сравнения неформально, путем отдельного логического анализа, определяется минимальный набор критериев и оценок объектов по ним, устанавливающих указанные экспертами различия.
4. Эвристические процедуры получения результирующих оценок. Данные методы строятся исходя из уже существующих, определяемых опытным путем правил, способов формирования групповой оценки. Они, как правило, представляют собой сочетание неформального

структурированного анализа исходного материала с одним из методов, входящих в уже ранее указанные три группы.

На практике использование конкретного метода обработки экспертной информации фактически предопределено шкалой измерения объектов сравнения. Аналитик экспертизы может лишь осуществлять свой более или менее эффективный выбор инструментария обработки в рамках допустимых преобразований шкал с целью отыскания соответствующей адекватной результирующей статистики группового оценивания. Так для номинальной шкалы ей будет являться мода распределения оценок экспертов. В рамках порядковой шкалы эту роль выполняют либо мода, либо медиана распределения. Для интервальных шкал аналитик вправе выбирать любые, известные и приемлемые с его точки зрения, способы обоснования усреднения индивидуальных оценок.

Следует также заметить, что способ представления результирующих данных об экспертизе зависит также и от самого контекста решаемой задачи, ее цели и постановки, определяемых на исходных стадиях экспертизы.

Остановимся подробнее на рассмотрении возможности обоснования решений на основе экспертиз, проводимых в рамках шкал наименований и порядка, так как методы выработки групповых решений в рамках количественных измерений хорошо известны читателю из теории математической и прикладной статистики.

Напомним, что модой называется альтернатива, имеющая самую высокую частоту выбора экспертами. Таким образом, для оценок проводимых в рамках шкал классификаций или порядка, ей будет признан класс (индекс класса) к которому отнесено наибольшее число альтернатив или голосов экспертов, определяемый из условия $M_o = x_{ik} = \max_k \left\{ \sum_{j=1}^{n} x_{ik}^j \right\}$, где

x_{ik}^j - результат отнесения j-м экспертом i-ой альтернативы сравнения к объектам k-го класса.

В том случае, когда результаты измерения представлены в форме интервального вариационного ряда, формула вычисления моды принимает следующий вид

$$M_o = x_{Mo}^{\min} + k\frac{\nu_{Mo} - \nu_{Mo-1}}{2\nu_{Mo} - \nu_{Mo-1} - \nu_{Mo+1}}$$, где

$x_{Mo}^{\min}$ - нижняя граница модального интервала;

$\nu_{Mo}, \nu_{Mo-1}, \nu_{Mo+1}$ - частоты выбора альтернатив соответственно модального интервала, предшествующего модальному интервалу и последующего за ним.

Использование моды или так называемого «правила большинства», в качестве основы группового выбора при работе с порядковыми данными формально возможно, но далеко не всегда эффективно, а иногда ввиду самой постановки цели исследования и бессмысленно.

Приведем следующий пример 3. Пусть шесть экспертов оценивают по предпочтению три альтернативы, формулируя свои оценки в виде стандартизированных ранжировок и имея в виду, что ранг 1 соответствует наиболее предпочтительному варианту. Результат оценивания приведен в матрице $X = \|x_{kj}\|$, где k – индекс эксперта, j – индекс проекта.

$$X = \|x_{kj}\| = \begin{pmatrix} 2{,}5 & 2{,}5 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \\ 1{,}5 & 1{,}5 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}.$$

Какая из рассматриваемых альтернатив заслуживает наибольшего внимания у экспертов? – Формальный результат оценивания по большинству голосов показывает, что третья. Однако заметим, что такой же ответ может быть получен при ответе на вопрос о наименее желаемой альтернативе. Такого рода примеры иллюстрируют недостаточную пригодность моды как варианта коллективного выбора. Для преодоления такого рода ловушек исследователями предлагается целый ряд более совершенных подходов. Исторически одним из первых альтернативных подходов к обоснованию принципов множественного выбора является так называемый принцип множественных сравнений Кондорсе [11, 15].

Для пояснения выбора альтернативы Кондорсе введем следующие обозначения. Пусть R_j- ранжирование исходного множества альтернатив $A = (a_k), k = \overline{1,n}$ j-м экспертом, где $j = \overline{1,m}$.

Для каждой пара альтернатив a_k и a_l определяем число экспертов s_{kl}, предпочитающих k-ю альтернативу l-й. Если $s_{kl}>s_{lk}$, то k-ю альтернатива признается более предпочтительной, чем l-я. При этом альтернатива k признается лучшей (альтернатива Кондорсе), если $s_{kl} \geq s_{lk}; \forall l \neq k; l = \overline{1,n}; k = \overline{1,n}$.

Таким образом, для примера 3 верны следующие соотношения $s_{12} > s_{21}, s_{13} = s_{31}, s_{23} = s_{32}$, а, следовательно, в качестве альтернативы Кондорсе может быть признана первая варианта. Однако альтернатива Кондорсе не всегда может быть указана. Это утверждение является следствием нетранзитивности коллективных предпочтений. В качестве иллюстрации этого утверждения можно привести следующие упорядочивания трех экспертов на множестве из трех альтернатив: R_1 = (1, 2, 3,), R_2 = (2, 3, 1), R_3 = (3, 1, 2). Отсюда очевидно, что $s_{12} > s_{21}, s_{13} < s_{31}, s_{23} > s_{32}$, а, следовательно, альтернативы Кондорсе для такого множества упорядочений не существует.

Паллиативами в этой ситуации могут рассматриваться процедуры построения обобщающих ранжировок, например, с помощью метода сумм рангов (альтернатива Борда), метода среднего ранга, метода нормируемых рангов, метод медианы рангов. Они представляют собой эвристический подход к обоснованию группового обобщения.

Все упоминаемые методы работы с ранжировками, кроме метода нормируемых рангов, предполагают предварительную стандартизацию ранжировок и, как следует из названий, имеют в виду довольно прозрачный алгоритм расчета. Поэтому подробно остановимся на пояснении лишь процедуры расчета нормируемых рангов.

Процедура расчета нормируемых рангов предполагает построение итогового упорядочивания объектов сравнения в соответствии с вектором r, усредненной оценки объектов, учитывающим коэффициенты относительной значимости w_{ij} отдельных оценок объектов i для каждого эксперта j . Таким образом, сначала рассчитываются коэффициенты w: $w_{ij} = \frac{x_{ij}}{\sum_{j=1}^{m} x_{ij}}$, а затем – усредненная всеми экспертами оценка r_i для каждого объекта:

$$r_i = \frac{\sum_{j=1}^{m} w_{ij}}{\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{m} w_{ij}} = \frac{\sum_{j=1}^{m} w_{ij}}{m}.$$

Перед тем, как привести примеры получения результирующих ранжировок указанными выше методами, напомним способ вычисления на различных представлениях упорядочивания такой характеристики, как медиана.

Медиана представляет собой срединное значение из общего числа исследуемых альтернатив.

Таким образом, для индивидуальных измерений, осуществленных в порядковой шкале и представленных в виде дискретного точечного ряда медианальное значение альтернативы соответствует $M_e = x_{p+1}$, если m = (2p+1), т.е. ряд содержит нечетное число альтернатив; если число членов ряда четно, то $M_e = \frac{x_p + x_{p+1}}{2}$.

При представлении результатов измерения альтернатив выбора в форме интервально представленного вариационного ряда, формула вычисления медианального значения примет следующий вид

$$M_e = x_{Me}^{\min} + k \frac{0{,}5 * \sum_{i=1}^{N} \nu_i + \sum_{i=1}^{m_{Me-1}} \nu_i}{\nu_{Me}}, \text{ где}$$

$x_{Me}^{\min}$ - нижняя граница значения признака медианального интервала;

k - ширина интервала;

ν_i, ν_{Me} - частоты текущего i-го интервала и медианального;

N - число интервалов вариационного ряда;

m_{Me-1} - ряда, предшествующего медианальному.

С помощью исходных данных, приведенных в примере 2, проиллюстрируем способы выстраивания результирующих ранжировок.

Как видно из таблицы 9, все четыре продемонстрированные способа обоснования группового решения дали один и тот же результат. Результирующая группировка совпадает с мнениями третьего и пятого экспертов, т.е. $R = R_3 = R_5 = (5,4,1,3,2)$, а приоритетность рассматриваемых альтернатив выражается вектором предпочтительности альтернатив (П3,П5,П4,П2,П1). Заметим, что сходство результатов, полученных по первому, второму и четвертому алгоритмам не удивительно, т.к. в основе их всех лежит расчет сумм рангов:

$r_i = \sum_{j=1}^{m} x_{ij}$, $\quad i = \overline{1,n}.$, где i - индекс альтернативы, а j - индекс эксперта.

Но вот совпадение результатов ранжирования по третьему алгоритму в общем случае совершенно не обязательно со всеми остальными.

Примером алгебраического подхода к оцениванию группового выбора может быть назван обобщающий результат, определяемый как решение наилучшим образом согласованное с индивидуальными мнениями экспертов. Обычно в качестве такой наилучшей точки рассматривают медиану или

Таблица 9.

Примеры построения групповых ранжировок методами сумм рангов, среднего и медианы рангов, а также нормированного ранга.

Эксперт \ Проект		П1	П2	П3	П4	П5
Э1		5	3.5	1	3.5	2
Э2		4	5	2	3	1
Э3		5	4	1	3	2
Э4		5	3.5	1.5	3.5	1.5
Э5		5	4	1	3	2
Э6		4.5	4.5	2	3	1
1	Сумма рангов Ранг	28.5 5	24.5 4	8.5 1	19 3	9.5 2
2	Средний ранг Ранг	4.75 5	4.1 4	1.4 1	3.2 3	1.6 2
3	Медиана ранга Ранг	5 5	4 4	1.25 1	3 3	1.75 2
4	Нормированный ранг Ранг	0.32 5	0.27 4	0.094 1	0.21 3	0.106 2

среднее. В общем случае при решении задачи поиска наиболее согласованного с исходным множеством индивидуальных многомерных оценок X^m некого решения X перед исследователем стоит следующая задача: найти такую точку X L-мерного пространства факторов, чтобы минимизировать суммарное расстояние от искомой точки до всей совокупности предъявленных индивидуальных оценок на допустимом множестве D, т.е.

$$F = \arg\min_{R} \sum_{j=1}^{m} \cdot d(X_j, X) \text{ или } F = \arg\min_{R} \sum_{j=1}^{m} \cdot d^2(X_j, X)\text{, если } X, X^m \subset D \qquad (4).$$

В том случае если измерения экспертов лежат в пространстве объектов физической, числовой природы, т.е. оценочная работа осуществлялась в интервальной шкале представления, решение задачи не выходит из хорошо известного класса методов линейной оптимизации. В этом случае перед исследователем встает лишь проблема подбора адекватного способа измерений расстояний между сравниваемыми объектами, т.е. указания возможных мер близости [2].

К наиболее часто используемым метрикам относят следующие способы измерений расстояний.

Обычное евклидово расстояние: $d_E(X_i, X_j) = \sqrt{\sum_{l=1}^{L}(x_{il} - x_{jl})^2}$

Использование этого расстояния оправдано, если все компоненты вектора наблюдений X (предположительно извлекаемых из генеральных совокупностей, подчиненных законам распределения близким к нормальному) однородны по своему физическому смыслу, причем установлено, например, с помощью опроса экспертов, что все они одинаково важны с точки зрения решения вопроса об отнесении объекта к тому или иному классу.

Часто на практике используют его модификации:

квадрат евклидова расстояния ($d_{ES}(X_i, X_j) = \sum_{l=1}^{L}(x_{il} - x_{jl})^2$) и взвешенное евклидово расстояние ($d_{BE}(X_i, X_j) = \sqrt{\sum_{l=1}^{L} w_l (x_{il} - x_{jl})^2}$).

Последний подход рекомендуется в ситуациях, когда каким-либо способом возможно приписать каждой из компонент $x^{(l)}$ вектора наблюдений X некоторый неотрицательный вес ω_l, пропорциональный степени его важности с точки зрения аналитика экспертизы. Удобно полагать при этом $0 \le \omega_l \le 1$, l=1,L.

Расчет значений компонент вектора весовых коэффициентов, т.е. ω_l влечет за собой дополнительные исследования, связанные, например, с получением и использованием обучающих выборок, организацией опроса экспертов, обработкой их мнений, возможным дополнительным изучением специальных моделей и т.п.

Расстояние city-block (манхеттенское расстояние): $d_{cb}(X_i, X_j) = \sum_{l=1}^{L} \left| x_{il} - x_{jl} \right|$.

Используется как мера абсолютного различия объектов и равно числу несовпадений значений соответствующих признаков в рассматриваемых i-м и j-м объектах.

Класс метрик Минковского:

$$d_M(X_i, X_j) = \left(\sum_{l=1}^{L} \left| x_{il} - x_{jl} \right|^r \right)^{1/r},$$

иногда записывают, как обобщенный вариант метрик Минковского: $d_M(X_i, X_j) = \left(\sum_{l=1}^{L} \left| x_{il} - x_{jl} \right|^p \right)^{1/r}$.

Ясно, что манхеттенское расстояние – частный случай класса метрических расстояний Минковского.

Как известно, на практике при обработке массивов информации исследователи не редко имеют дело с мультиколлинеарностью переменных. В случае обнаружения или наличия гипотезы о возможности присутствия зависимости компонент x(1), x(2),…x(p) вектора наблюдений X рекомендуется использовать обобщенное (взвешенное) расстояние Махаланобиса, задаваемое следующей формулой.

Обобщенное расстояние Махаланобиса:

$$\rho_0(X_i, X_j) = \sqrt{(X_i - X_j)^T \Lambda^T \Sigma^{-1} \Lambda (X_i - X_j)}, \text{ где}$$

Σ– ковариационная матрица генеральной совокупности, из которой извлекаются наблюдения;

Λ— некоторая симметрическая неотрицательно-определенная матрица «весовых» коэффициентов, которая чаще всего выбирается диагональной структуры.

Расстояние Чебышева:

$$\rho_{ch}(X_i, X_j) = \max_l \left| x_{il} - x_{jl} \right|.$$

Это расстояние может оказаться полезным, когда желают определить два объекта как «различные», если они различаются по какой-либо одной координате (каким-либо одним измерением). Однако значительные трудности возникают, когда исследователям приходится иметь дело с представлением информации в шкалах менее совершенных, чем интервальная.

Развитием постановки (4) для обработки мнений экспертов, лежащих в некотором пространстве объектов нечисловой природы, имеющих порядковую шкалу представления, является нахождение групповой оценки Кемени.

Результирующей групповой ранжировкой будем называть обобщенную ранжировку, определяемую как точка, наилучшим образом согласованная с точками, представляющими собой индивидуальные ранжировки экспертов. Другими словами, результирующее ранжирование R должно быть расположено как можно ближе к индивидуальным, что эквивалентно выполнению следующего требования:

$$M_e(R_1, R_2, ..., R_m) = \arg\min_R \sum_{j=1}^{m} \cdot d(R_j, R) \qquad (5)$$, где

R_j – ранжировка го эксперта;

R - результирующее ранжирование;

m – число экспертов, участвующих в экспертизе.

Ранжировку, полученную из данного условия, называют медианой Кемени [11, 15]. Она может принять модифицированный вид с учетом соответствующих коэффициентов компетентности (q_j) экспертов:

$$M_e(R_1, R_2, ..., R_m) = \arg\min_R \sum_{j=1}^{m} q_j \cdot d(R_j, R).$$

Среднее значение Кемени - это точка, сумма квадратов расстояний от которой до всех точек индивидуальных ранжировок минимальна:

$$R_{„} = \arg\min_R \sum_{j=1}^{m} q_j \cdot d^2(R_j, R).$$

Основной недостаток определения обобщенной ранжировки Кемени в виде медианы либо средней ранжировки связан со сложностью их практического вычисления, что, прежде всего, определяется свойствами пространства измерений, а также во многом зависит от размерности задачи. Как понятно из формулировки задачи (5) способ ее решения может заключаться либо в полном переборе точек исходного пространства ранжировок, что, безусловно, весьма трудоемко, либо в решении задачи целочисленного программирования. Последний подход становится более продуктивным при переходе от представления исходных стандартизированных ранжировок альтернатив к их адекватному преобразованию в виде матриц парных или бинарных сравнений. Таким образом, каждую ранжировку i (если меньший ранг присваивается наиболее предпочтительному объекту) можно представить в виде матрицы парных сравнений, оценки в которой определяются исходя, например, из следующих соображений:

$$a_{kl}^{i} = \begin{cases} 1, \text{если} & x_{ki} < x_{li} \\ -1, \text{если} & x_{ki} > x_{li} \\ 0, \text{если} & x_{ki} = x_{li} \end{cases}, \qquad (6)$$, где

i – индекс эксперта, $i = \overline{1, m}$;

k, l – индексы альтернатив сравнения, $l = \overline{1, n}; k = \overline{1, n}$.

Введем следующее определение. Расстоянием Кемени в рамках матриц парных сравнений i-го и j-го экспертов, описываемых матрицами A^i и A^j соответственно, называют число $d(A_i; A_j) = \dfrac{1}{2}\sum_{k,l=1}^{n} \left| a_{kl}^{i} - a_{kl}^{j} \right|$.

Таким образом, расстояние Кемени для матриц парных сравнений представляет собой не что иное, как число несовпадающих элементов в упорядочиваниях соответствующих экспертов, т.е. количество несогласий между экспертами. Следовательно, на конечном дискретном пространстве ранжировок, в котором каждая ранжировка R_j множества объектов есть точка ($R_j = |\ a^i_{kl}|$), вводится метрика $d(R_i\ ,\ R_j\ )$ - расстояние между i-й и j-й ранжировками:

$$d(R_i;R_j) = d(A_i;A_j) = \frac{1}{2}\sum_{k,l=1}^{n}\left|a^i_{kl} - a^j_{kl}\right| \qquad (7).$$

Эта метрика единственна при выполнении ряда условий [11, 15], постулируемых как аксиомы группового выбора. А обобщенная ранжировка в рамках данной метрики определяется как точка, которая наилучшим образом согласуется с точками, представляющими собой ранжировки экспертов и определяемая из решения задачи (5).

Поясним процедуру поиска медианы Кемени с использованием исходных данных примера 2, учитывая ранее полученные на нем результаты.

Пусть на основе индивидуального исходного множества ранжировок экспертами альтернатив был осуществлен переход от шести стандартизированных ранжировок проектов к соответствующим матрицам парных сравнений шести экспертов, откуда, в соответствии с требованиями соотношения (7) может быть построена матрица попарных расстояний Кемени. Обозначим ее как матрицу D. Для нашего примера она имеет следующую структуру:

$$D = \begin{pmatrix} 0 & 5 & 1 & 1 & 1 & 4 \\ 5 & 0 & 4 & 4 & 4 & 1 \\ 1 & 4 & 0 & 2 & 0 & 3 \\ 1 & 4 & 2 & 0 & 2 & 3 \\ 1 & 4 & 0 & 2 & 0 & 3 \\ 4 & 1 & 3 & 3 & 3 & 0 \end{pmatrix}.$$

Матрица расстояний D может служить основой вычисления медианы Кемени, т.е. для поиска такой ранжировки R, которая бы смогла на исходном множестве индивидуальных упорядочиваний экспертов удовлетворить требованию (5). Приведем вычисления.

$$M(R_1) = \sum_{j=1}^{6} d(R_1, R_j) = 12$$

$$M(R_2) = \sum_{j=1}^{6} d(R_2, R_j) = 18$$

$$M(R_3) = \sum_{j=1}^{6} d(R_3, R_j) = 10$$

$$M(R_4) = \sum_{j=1}^{6} d(R_4, R_j) = 12$$

$$M(R_5) = \sum_{j=1}^{6} d(R_5, R_j) = 10$$

$$M(R_6) = \sum_{j=1}^{6} d(R_6, R_j) = 14$$

Результаты расчетов показывают, что минимум функции (5) достигается на третьей и пятой ранжировках, следовательно, медиана Кемени определяется как $R = R_3 = R_5 = (5 \quad 4 \quad 1 \quad 3 \quad 2)$. Из приведенного примера, очевидно, что медиана Кемени это не обязательно элемент соответствующего пространства, а в общем случае его подмножество. Поэтому более корректной является утверждение $Arg \min_{R} \sum_{j=1}^{m} \cdot d(R_j, R) = \{R_3, R_5\}$.

3.5. Определение качества прогноза на основе групповой экспертной оценки

Понятие качества прогноза на основе метода проведения экспертизы является весьма многогранным и может рассматриваться с точки зрения различных критериев эффективности. С одной стороны, оно должно отвечать всем тем требованиям, которые предъявляются к допустимым результатам прогнозирования вне зависимости от специфики метода, лежащего в основе обоснования разработки прогноза, а с другой, обуславливается именно спецификой этого инструментария.

Прогноз, основанный на методах обработки экспертной информации, как и любой другой прогноз, должен подвергаться критической оценке аналитиков с точки зрения его полезности, достоверности, надежности, информативности, а также величины издержек, в том числе и временных, на его реализацию. Попытаемся ответить на вопрос о способах практического оценивания тех или иных составляющих понятия «качество экспертного прогноза». Понятно, что специфика последнего будет проявлять себя, прежде всего, вследствие особенностей самого метода. Следовательно, содержание и способы оценивания таких характеристик качества как полезность, достоверность и издержки на составление прогноза не претерпевают сколько-нибудь существенного изменения по сравнению с их традиционной интерпретацией. А вот понимание таких составляющих качества предсказания как надежность и информативность прогноза, следует конкретизировать, так как именно на этих параметрах существенно сказывается специфика выбранного инструментария составления прогноза.

Как уже отмечалось ранее под информативностью прогноза, прежде всего, понимается полнота информации, характеризующая будущее состояние объекта. Информативность предсказания на основе экспертных методов напрямую зависит от выбранной субъектами экспертизы шкалы измерений изучаемого объекта. Чем уже множество допустимых преобразований, тем более совершенной в этом смысле считается шкала. Причем сущность этой характеристики выражается не столько в степени формальной детализации представления описания предсказания, сколько в определении прогностической ценности полученных в результате поиска вариантов развития. Таким образом, наиболее информационно совершенной шкалой из трех ранее рассмотренных является шкала интервалов, она допускает самый широкий спектр алгебраических преобразований полученных результатов. Последнее свойство весьма ценно для исследователей, но лишь при прочих равных значениях характеристик качества прогноза.

В наибольшей степени особенности экспертного прогнозирования сказываются на таком показателе качества предсказания как его надежность, имея в виду, прежде всего априорную степень уверенности с которой ожидается сделанное предсказание. На это может существенно влиять целый ряд обстоятельств, определяющих качество «генератора» экспертной информации, важнейшие из которых: качественный и количественный состав экспертной группы, обоснованность и адекватность технологий извлечения информации, обоснованность и надежность информации обеспечивающей работу экспертов, а также целый ряд менее существенных причин. Интегральными измерителями априорной надежности экспертных прогнозов являются характеристики их групповой устойчивости и согласованности.

Под устойчивостью групповой экспертной оценки будем понимать независимость результирующей групповой оценки от состава членов экспертной группы, т.е. результирующая оценка устойчива, если качественное и/или количественное изменение состава привлекаемых к экспертизе специалистов не влияет на ее окончательный результат.

Формально для оценивания характеристики степени устойчивости групповой оценки можно предложить использовать вероятностный показатель, показывающий, например, вероятность неизменности итогового результата от величины группы экспертов. Интегральным выражением этого свойства может служить функция распределения вероятности неизменности оценки от величины изменения количества экспертов в группе. При этом окончательное решение должно приниматься, исходя из сравнения фактического значения функции распределения $F(n')$ с допустимым пороговым значением вероятности изменений $\widetilde{F}(n')$, полученным, например, эмпирически. Величину пороговой вероятности рекомендуется задавать в пределах 0,6-0.95 [7]. Т.е. устойчивость по группе из n человек будет считаться приемлемой при возможном исключении (включении) из группы экспертов не более чем n’ человек, если выполняется следующее неравенство $F(n') \geq \widetilde{F}(n')$.

Для иллюстрации возможностей данного подхода приведем следующий пример.

Пусть шесть экспертов участвуют в определении наиболее предпочтительного варианта действий в будущем, осуществляя единственный выбор из трех возможных альтернатив. Результаты оценивания представлены в виде итоговой матрицы $X = \left\| x_k^i \right\|$, где

x_k^i - оценка *k*-ой альтернативы *i*-м экспертом (0 – вариант отвергается, 1 – вариант принимается, как наиболее предпочтительный);

$i = \overline{1,n}$ - индекс эксперта ($n = 6$);

$k = \overline{1,K}$ - индекс оцениваемой альтернативы ($K = 3$).

$$X = \left\| x_k^i \right\| = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Используя моду как итоговую групповую оценку, имеем следующий результат: $x = (0 \quad 0 \quad 1)$, т.е. в качестве результата проведения экспертизы выбирается третья альтернатива.

Оценим вероятность сохранения полученной групповой оценки при возможности исключения из группы до двух человек экспертов, таким образом $n' = 2$.

Обозначим как h_k - число экспертов, отдавших предпочтение *k*-ой альтернативе выбора.

Тогда, исходя из структуры матрицы X, можно определить вектор $h = \|h_k\| = (1 \quad 2 \quad 3)$ в качестве вектора суммарных оценок альтернатив, h^* - максимально возможное число исключений экспертов ($h^* < h$).

Таким образом, значение результирующего вектора оценок будет зависеть от того, сколько и из какой группы было исключено экспертов. Представим варианты возможных исключений из исходной экспертной группы в виде следующей таблицы 10.

Таблица 10.

Вариант	Число исключенных из группы экспертов			Структура вектора h			Индекс альтернативы модального класса
	1	2	3	h_1	h_2	h_3	
1	1	1	0	0	1	3	3
2	1	0	1	0	2	2	2-3
3	0	1	1	1	1	2	3
4	0	2	0	1	0	3	3
5	0	0	2	1	2	1	2

Из проиллюстрированных в таблице 10 вычислений, очевидно, что к бесспорному изменению результата приводит только пятый вариант изменений в группе экспертов.

Минимально гарантированное количество случаев сохранения исходной групповой оценки альтернатив, связанное с вариантами первым, третьим и четвертым, равно:

$$Q(2) = \sum_{l=3} \prod_{k=1}^{K} C_h^{h_k^*} = C_1^1 C_2^1 C_3^0 + C_1^0 C_2^1 C_3^1 + C_1^0 C_2^2 C_3^0 + C_1^0 C_2^0 C_3^2 = 12 .$$

Учитывая равновероятность выбора в рамках второго варианта, окончательная минимальная оценка числа случаев гарантированного сохранения результата выбора может оцениваться в 13 случаев.

Тогда вероятность сохранения групповой оценки при удалении двоих экспертов из исходной группы шести экспертов составит:

$$P(n'=2)=\frac{Q(2)}{C_6^2}=\frac{13}{15}=0{,}87\,.$$

Аналогично можно вычислить минимальную вероятность сохранения результирующей групповой оценки при произвольном исключении из группы лишь одного эксперта, она составит:

$$P(n'=1)=\frac{Q(1)}{C_6^1}==0{,}67\,.$$

Тогда вероятность сохранения результирующей групповой оценки при исключении из группы не менее двух экспертов составит:

$$F(n'=2)=\frac{P(1)C_6^1+P(1)C_6^2}{C_6^1+C_6^2}=0{,}81\,.$$

Данный подход, несмотря на существенные вычислительные проблемы, возникающие непосредственно при определении функции распределения вероятности оценок мог бы быть приемлем, однако он не может признаваться универсальным ввиду того, что по умолчанию подразумевается наличие свойства статистической однородности множества экспертов, что в целом ряде ситуаций не верно. Для решения второго типа задач экспертного оценивания данный метод требует дополнительной модификации, учитывающей коэффициенты индивидуальной компетентности экспертов, что приводит к значительному усложнению вычисления значений функции распределения. В этой связи более продуктивно оценивание устойчивости групповых оценок экспертизы, использующее результаты оценки согласованности мнений экспертов. Рекомендации по применению этих эвристических процедур рассматриваются далее.

Наиболее существенными характеристиками качества проведения прогнозной экспертизы, показателями априорной степени ее надежности являются показатели согласованности экспертного оценивания.

Характеристика согласованности экспертных оценок оценивает степень качественного совпадения мнений экспертов. Проявление этого свойства именно на качественном уровне можно проиллюстрировать с помощью следующего примера.

Пусть трем группам экспертов А, В и С, включающим по три специалиста каждая, предложено оценить два направления развития некоторого объекта прогноза, имея в виду определение наиболее реалистичного хода событий. Результат индивидуальной оценки, в зависимости от условий выбора шкалы оценивания для каждой из групп, мог бы принять следующие формы.

А). Непосредственная оценка трех альтернатив развития событий экспертами, выраженная в баллах интервальной шкалы в масштабе от 0 до 1, (могли бы интерпретироваться как оценки вероятности наступления той или иной альтернативы).

	Эксперт А1	Эксперт А2	Эксперт А3
Альтернатива 1	0.85	0.6	0.7
Альтернатива 2	0.2	0.3	0.3

В). Решения экспертов в форме ранжировки альтернатив по степени вероятности их наступления.

	Эксперт В1	Эксперт В2	Эксперт В3
Альтернатива 1	1	1	1
Альтернатива 2	2	2	2

С). Решения экспертов по отнесению альтернатив к группам ожидаемых (+) и менее ожидаемых (-) событий.

	Эксперт С1	Эксперт С2	Эксперт С3
Альтернатива 1	+	+	+
Альтернатива 2	-	-	-

Очевидно, все эксперты предпочли альтернативу 1 альтернативе 2, а сопоставление трех вариантов оценивания позволяет говорить именно о качественном характере совпадений (в данном случае абсолютном) мнений всех трех групп экспертов, несмотря на существенные различия в форме представления результатов экспертизы.

Рассмотрим проблему количественного измерения степени согласия специалистов по проблеме. Конкретный выбор метода оценки согласованности мнений экспертов в наибольшей степени зависит от способа представления информации об объекте исследования: типов шкал и методов измерений (ранжировок, непосредственных оценок, парных сравнений, последовательных сравнений и т.д.).

Принято выделять несколько групп характеристик согласованности мнений экспертов:

коэффициенты согласия (конкордации);

меры расстояния;

коэффициенты ассоциативности;

вероятностные коэффициенты сходства (энтропийный коэффициент согласия).

В практике проведения прогнозных исследований в области социально-экономического прогноза наибольшее применение нашли меры расстояния и коэффициенты согласия. Одна из групп, меры расстояний, нами уже частично упоминалась, далее рассмотрим подробнее способы оценивания согласованности экспертных оценок на основе расчета коэффициентов согласия.

В основу вычислений любой из модификаций коэффициентов согласованности группы экспертов положена идея коэффициента множественной корреляции (W). Конкретный вид коэффициента зависит от характера решаемой задачи. Ясно, что в случае проведения экспертами оценивания в шкалах не менее совершенных, чем шкала интервалов, для оценки степени согласия можно использовать непосредственно коэффициенты парной либо множественной корреляции в зависимости от условий задачи. При этом следует помнить, что его непосредственное предназначение - определение степени линейной зависимости между переменными.

Не ставя перед собой задачи полностью раскрыть весь спектр модификаций разнообразных коэффициентов согласованности мнений групп экспертов, остановимся на наиболее на наш взгляд востребованных в рамках номинальной и порядковой шкал измерений признаков. Дополнительные сведения по этим вопросам можно почерпнуть из источников [1-7, 10-13, 17-20, 23, 25].

Оценка согласованности результатов экспертизы в номинальной шкале представления оценок

В самом общем виде коэффициент согласия пары экспертов рассчитывается по следующей формуле [7]:

$$W = \frac{1}{n^2} \sum_{j=1}^{n} \sum_{l=1}^{n} \rho_{jl} \qquad (7)$$

Здесь n – число экспертов, ρ_{jl} – коэффициент корреляции оценок j и l-го экспертов.

Исходя из общей формулы коэффициента согласия (7), можно получить выражение для коэффициента, применимого при обработке экспертных оценок в методе классификации.

Получим сначала оценку согласованности мнений экспертов по одному объекту.

Коэффициент корреляции оценок пары экспертов *j* и *l* равен:

$$\rho_{jl}^{i} = \frac{\mathrm{cov}(x_{ik}^{j}, x_{ik}^{l})}{s_j s_l} \qquad (8)$$

В силу специфики используемой шкалы измерений оценок экспертов, среднее значение оценок ряда j-го эксперта составит:

$$\bar{x}_{ik}^{j} = \frac{1}{K} \sum_{k=1}^{K} x_{ik}^{j} = \frac{1}{K} \qquad (9)$$

Также, исходя из особенностей используемой шкалы измерений, можем констатировать равенство среднеквадратических ошибок по оценкам *j-го* и *l-го* экспертов, т.е. $s^j = s^l$, причем сама стандартная ошибка может определяться как:

$$s^j = \sqrt{\frac{1}{K-1} \sum_{k=1}^{K} (x_{ik}^{j} - \frac{1}{K})^2} \qquad (10)$$

Учтя, что все значения проставленных экспертами оценок x_{ik}^{j}, кроме одной равны 0, то выражение (10) принимает следующий вид:

$$s^{j} = \sqrt{\frac{1}{K-1}\left[(\frac{1}{K})^2(K-1)+(1-\frac{1}{K})^2\right]} = \sqrt{\frac{1}{K-1}\frac{(K-1)+(K-1)^2}{K^2}} = \sqrt{\frac{1}{K}} \qquad (11)$$

Следовательно, выражение (8) можно преобразовать таким образом:

$$\rho_{jl}^{i} = K\operatorname{cov}(x_{ik}^{j}, x_{ik}^{l}) = \frac{K}{K-1}\sum_{k=1}^{K}(x_{ik}^{j}-\frac{1}{K})(x_{ik}^{l}-\frac{1}{K}) \qquad (12)$$

При этом парный коэффициент согласия экспертов (7) по объекту i равен:

$$W_i = \frac{1}{n^2}\sum_{j=1}^{n}\sum_{l=1}^{n}\rho_{jl} = \frac{K}{(K-1)n^2}\sum_{j=1}^{n}\sum_{l=1}^{n}\sum_{k=1}^{K}(x_{ik}^{j}-\frac{1}{K})(x_{ik}^{l}-\frac{1}{K}) = \frac{K}{(K-1)n^2}\sum_{k=1}^{K}\sum_{j=1}^{n}\sum_{l=1}^{n}(x_{ik}^{j}-\frac{1}{K})(x_{ik}^{l}-\frac{1}{K}) =$$

$$= \frac{K}{(K-1)n^2}\sum_{k=1}^{K}\left(\sum_{j=1}^{n}(x_{ik}^{j}-\frac{1}{K})(x_{ik}^{l}-\frac{1}{K})\right)^2 = \frac{K}{(K-1)n^2}\sum_{k=1}^{K}\left(\sum_{j=1}^{n}x_{ik}^{j}-\frac{n}{K}\right)^2$$

Если дополнительно ввести следующие обозначения:

$$x_{ik} = \sum_{i=1}^{n}x_{ik}^{j}, \; d_i = \sum_{k=1}^{K}(x_{ik}-\frac{n}{K})^2,$$

тогда выражение для коэффициента согласия W_i по поводу i- й экспертизы может быть представлено в следующем виде:

$$W_i = \frac{Kd_i}{(K-1)n^2} \qquad (13)$$

Проводить оценку согласованности экспертов по всей совокупности объектов экспертизы можно, в том случае, когда все эксперты дали оценки всех объектов. А следовательно можем записать

$$\rho_{jl} = \frac{K}{(K-1)m}\sum_{i=1}^{n}\sum_{k=1}^{K}(x_{ik}^{j}-\frac{1}{K})(x_{ik}^{l}-\frac{1}{K}) \qquad (14)$$

$$W = \frac{K}{(K-1)n^2m}\sum_{i=1}^{m}d_i = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{m}W_i \qquad (15)$$

Оценка значимости коэффициента согласия позволяет оценить случайность совпадения мнений экспертов (или случайность проставления экспертами своих оценок). Рассмотрим сначала вопрос оценки значимости коэффициентов согласия по отдельному объекту W_i, вычисляемому по формуле (13).

Определим функцию распределения величины W_i, когда гипотеза H_0, о случайности совпадения мнений экспертов верна, и число экспертов n достаточно большое (использование метода классификации предполагает привлечение значительного числа экспертов, по крайней мере n>10 [6]).

Тогда выражение (13) с учетом (12) можно представить следующим образом:

$$W_i = \frac{K}{(K-1)n^2}\sum_{k=1}^{K}\left(x_{ik} - \frac{n}{K}\right)^2 = \frac{1}{(K-1)n^2}\sum_{k=1}^{K}\left(\sum_{j=1}^{n}\frac{x_{ik}^j - \frac{1}{K}}{\sqrt{\frac{1}{K}}}\right)^2 \qquad (16)$$

Так как $M(x_{ik}^j) = \frac{1}{K}$, $D(x_{ik}^j) = \frac{1}{K}$, То, введя в рассмотрение некоторую искусственную переменную $y_{ik}^j = \frac{y_{ik}^j - \frac{1}{K}}{\sqrt{\frac{1}{K}}}$. Нетрудно убедиться, что для нее выполняются условия принадлежности стандартизированному пространству признаков, где $M(y_{ik}^j) = 0$ и $D(y_{ik}^j) = 1$. Следовательно формулу (16), можно записать иначе, а именно:

$$W_i = \frac{K}{(K-1)n^2}\sum_{k=1}^{K}\left(\sum_{j=1}^{n} y_{ik}^j\right)^2 \qquad (17)$$

В соответствии с центральной предельной теоремой, сумма независимых одинаково распределенных величин $\sum_{j=1}^{n} y_{ik}^j$ при достаточно большом числе слагаемых распределена в соответствии с нормальным законом распределения. Следовательно, $z_{ik} = \sum_{j=1}^{n} y_{ik}^j$ распределена по нормальному закону со средней $M(z_{ik}) = 0$ и дисперсией $\sigma^2(z_{ik}) = n$.

Проведя нормировку z_{ik}, можем перейти к переменной $u_{ik} = \frac{z_{ik}}{\sqrt{n}}$, распределенной по нормальному закону с $M(u_{ik}) = 0$ и $\sigma^2(z_{ik}) = 1$, при которой выражение (17) примет следующий вид:

$$W_i = \frac{K}{(K-1)n^2}\sum_{k=1}^{K} u_{ik}^{\;2} \qquad (18)$$

Как известно, сумма квадратов независимых нормально распределенных случайных величин, в свою очередь, распределена по закону χ^2 с числом степеней свободы ν, равным числу слагаемых за вычетом количества наложенных связей на элементы суммы [7].

Таким образом, величина $\sum_{k=1}^{K} u_{ik}^{\;2}$ распределена по закону χ^2 с числом степеней свободы $\nu = K - 1$, так как. на каждую строку матрицы $\|x_{ik}\|$ накладывалось условие $\sum_{k=1}^{K} x_{ik} = 1$.

В соответствии с (18) получаем, что когда гипотеза H_0 верна, то статистика $\chi^2 = n(K-1)W_i$ (19)

распределена по закону Пирсона с числом степеней свободы $\nu = K - 1$.

Пороговое значение статистики определяется из задания необходимого уровня значимости α, который характеризует требования к надежности групповых оценок и соответствующего значения числа степеней свободы. По таблицам распределения χ^2 определяется $\chi^2_{табл}$ для рассматриваемой задачи. Для признания коэффициента согласия значимым необходимо выполнение соотношения: $\chi^2_{расч} > \chi^2_{табл}$.

Проверка значимости коэффициента согласия W по всей совокупности объектов осуществляется аналогично W_i. При этом статистика χ^2 вычисляется по формуле:

$$\chi^2_{расч} = mn(K-1)W, \qquad (20),$$

а число степеней свободы равно $\nu = m(K-1)$.

Оценка согласованности результатов экспертизы
в порядковой шкале оценок

Допустим, что исходный материал оценивания – ранжировки, которые строят эксперты, либо представление экспертной информации, сводимое к ранжированию. Эксперт ранжирует факторы по важности, самый важный имеет ранг равный 1.

Результат оценивания степени важности факторов экспертами может быть представлен следующей таблицей:

Таблица 11

	1	…	*i*	…	*m*
1					
…					
j			z_{ji}		
…					
n					

Здесь n – число экспертов, m – количество факторов, z_{ji}– ранг, присвоенный j–экспертом i-му признаку (фактору).

Ранг – это место (положительное рациональное или натуральное число соответственно в широкой и узкой постановке) объекта в упорядоченном списке.

Будем считать, что результаты индивидуального экспертного оценивания уже подверглись первичной проверке на качественность их представления, т.е. в дальнейшем предполагается, по крайней мере, представление ранжировок в стандартизированном виде.

Проверка согласованности мнений экспертов, проводящих оценивание в порядковой шкале, в зависимости от целей исследования осуществляют с помощью парных либо множественных показателей меры согласованности групповых решений. Рассмотрим далее возможные варианты.

Проверка согласованности мнений пар экспертов

Наиболее известными в практике установления факта наличия или отсутствия связи между результатами ранжирования объектов двумя экспертами являются коэффициенты парной ранговой корреляции Спирмэна и Кендалла [1, 9, 10, 17-19].

Если имеются стандартизированные ранжировки *j*-го и *k*-го экспертов, то мера согласованности ранжировок, определяемая на основе коэффициента ранговой корреляции Спирмэна, имеет следующий вид:

$$\rho_{jk}^{s} = \frac{h_{jk}}{\sqrt{D_j D_k}} = 1 - \frac{6}{m^3 - m}\sum_{i=1}^{m}(z_{ji} - z_{ki})^2 \qquad (21)$$

где h_{jk} - взаимный корреляционный момент j-ой и k-ой ранжировок;

D_j, D_k - дисперсии этих ранжировок. Причем

$$h_{jk} = \frac{1}{m-1}\sum_{j=1}^{m}\left(z_{ji} - \bar{z}_j\right)\left(z_{ki} - \bar{z}_k\right);$$

$$D_j = \frac{1}{m-1}\sum_{i=1}^{m}(z_{ji} - \bar{z}_j)^2, \qquad D_k = \frac{1}{m-1}\sum_{i=1}^{m}(z_{ki} - \bar{z}_k)^2,$$

где m - число ранжируемых объектов;

$\bar{z}_j, \bar{z}_k -$ средние ранги в первой и второй ранжировках, т.е.

$$\bar{z}_j = \frac{1}{m}\sum_{i=1}^{m} z_{ji}; \bar{z}_k = \frac{1}{m}\sum_{i=1}^{m} z_{ki}.$$

Из формулы (21) очевидно, что

- при полном совпадении мнений экспертов, т.е. $z_{ji} = z_{ki}$, где $j \neq k, \forall i$, имеем $\rho_{jk}^{s} = 1$;
- при полностью противоположных мнениях, т.е. когда $z_{ji} = m + 1 - z_{ki}$, имеем: $\rho_{jk}^{s} = 1 - \frac{6}{m^3 - m}\sum_{i=1}^{m}(m + 1 - 2z_{ki})^2$. Путём несложных преобразований последнего выражения и с учетом того, что $\sum_{i=1}^{m}(m + 1 - 2z_{ki})^2 = \frac{m^3 - m}{3}$, легко видеть, что: $\rho_{jk}^{s} = -1$.

- во всех остальных случаях: $\left|\rho^s_{jk}\right| < 1$.

Рассмотрим следующий пример. Пример 4.

Пусть два эксперта оценили важность четырёх факторов следующим образом: R_1 = (1; 2.5; 2.5; 4) и R_2 = (4; 2.5; 2.5; 1).

Определить степень согласия между этими ранжировками с помощью коэффициента Спирмэна.

Прежде, чем определить меру согласованности экспертов с помощью формулы (21) заметим, что обе ранжировки являются стандартизированными и имеют группы связных рангов и, кроме того, мы заведомо можем предположить ввиду очевидности, что расчетное значение коэффициента ранговой корреляции должно быть равно минус единицы. Однако, если воспользоваться формулой (21), то степень согласия первого и второго эксперта составит $\rho^s_{12} = 1 - \frac{6}{64-4} 2 \times 3^2 = -0.8$, т.е. результат оказался заниженным относительно нашего ожидания. Для избежания этого в случае наличия в ранжировках экспертов групп связных рангов следует использовать модифицированную форму коэффициента ранговой корреляции Спирмэна. Она имеет следующий вид:

$$\tilde{\rho}^s_{jk} = \frac{\rho^s_{jk} - \frac{6}{m^3 - m}(T_j + T_k)}{\sqrt{(1 - \frac{12T_j}{m^3 - m})(1 - \frac{12T_k}{m^3 - m})}} \qquad (22).$$

Расчёт поправочного коэффициента T_j для каждого j-го эксперта производится следующим образом:

$T_j = \frac{1}{12}\sum_{t=1}^{m_j}(n_t^3 - n_t)$, где

m_j - количество групп связных рангов у j-го эксперта;

n_t - количество факторов, входящих в t-ю группу связных рангов.

Так в рассматриваемом примере имеем следующую ситуацию.

У каждого из экспертов имеется по одной группе связных рангов, т.е. $m_1 = m_2 = 1$. В каждую группу связных рангов входит по два фактора, т.е. $n_1 = n_2 = 2$. Таким образом, в силу симметричности данных поправочные коэффициенты, используемые в формуле (22), примут значения: $T_1 = T_2 = \frac{1}{12}(8-2) = \frac{1}{2}$. Окончательно значение модифицированного коэффициента ранговой корреляции Спирмена составит: $\tilde{\rho}_{12}^s = \dfrac{-0.8 - \frac{6}{64-4}\cdot 1}{\sqrt{(1-\frac{12\cdot\frac{1}{2}}{64-4})^2}} = \dfrac{-0.8-0.1}{0.9} = -1$. Таким образом, данные ранжировки отражают абсолютно противоположные мнения двух экспертов, что и следовало предположить.

В основе расчета коэффициент ранговой корреляции Кендалла лежит информация о степени рассогласованности мнений экспертов. Для вычисления данного коэффициента определяется число инверсий - количество пар элементов ранжировок *l*-го и *k*-го экспертов, расположенных в неодинаковом порядке. Коэффициент рассчитывается следующим образом:

$$\rho_{jk}^K = 1 - \frac{4I(z_{ji}; z_{ki})}{m(m-1)}, \qquad (23)$$

где $I(z_{ji}; z_{ki})$ - число инверсий между ранжировками *j*-го и *k*-го экспертов.

Приведем пример 5, демонстрирующий процедуру вычисления этого коэффициента.

Пусть представлены следующие две ранжировки четырёх альтернатив: $R_{1.} = (1;2;3;4), R_{2.} = (2;4;1;3)$. Определим для них значение коэффициент ранговой корреляции Кендалла.

Для начала построим матрицу предпочтений для каждого эксперта, т.е. $A_l = (a_{ij}^l)$, где a_{ij}^l - результат сравнений *i*-го и *j*-го факторов *l*-м экспертом, определяемый следующим условиями:

$$a_{ij}^{l} = \begin{cases} 1, z_i^l \succ z_j^l; \\ 0, z_i^l = z_j^l; \\ -1, z_i^l \succ z_j^l. \end{cases}.$$

Таким образом, имеем следующие матрицы предпочтений для каждого из экспертов

$$A_1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 \\ -1 & 0 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & 0 & 1 \\ -1 & -1 & -1 & 0 \end{pmatrix}, \quad A_2 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 & 1 \\ -1 & 0 & -1 & -1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ -1 & 1 & -1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Тогда соответствующая матрица инверсий принимает следующий вид:

$$I_{m\times m} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

где I_{ij} - отражает совпадение (0) или несовпадение (1) мнений *l*-го и *k*-го экспертов по поводу предпочтительности *i*-ой и *j*-ой альтернативы сравнения.

Таким образом, для рассматриваемого примера число инверсий составит $I(z_{1.}; z_{2.}) = 3$, следовательно, в нашем случае значение коэффициента ранговой корреляции Кендалла составит $\rho_{jk}^{K} = 1 - \frac{4 \cdot 3}{4 \cdot 3} = 0$, т.е. мнения двух экспертов абсолютно не согласованны друг с другом.

Следовательно, мнения экспертов независимы друг от друга (полная несогласованность мнений).

Не трудно показать, что данный коэффициент, также лежит в диапазоне от -1 до 1.

Так же как и в предыдущем случае при наличии в рассматриваемых группировках групп связных рангов коэффициент Кендалла нуждается в модификации, учитывающий этот факт.

Модифицированная форма коэффициента ранговой корреляции Кендалла имеет следующий вид:

$$\tilde{\rho}_{jk}^{K} = \frac{\rho_{jk}^{K} - \dfrac{2(u_j + u_k)}{m(m-1)}}{\sqrt{(1 - \dfrac{2u_k)}{m(m-1)})(1 - \dfrac{2u_j}{m(m-1)})}} \qquad (24),$$

где u_j - поправочный коэффициент, вычисляемый по формуле $u_j = \frac{1}{2}\sum_{t=1}^{m_j}(n_t^2 - n_t)$, остальные обозначения совпадают с ранее введенными для расчета коэффициента Спирмэна.

Определим значение модифицированного коэффициента ранговой корреляции Кендела для ранее рассмотренного примера 4.

Для данного примера число инверсий составит $I(z_{1.}; z_{2.}) = 4.5$, а следовательно, используя формулу (23) можем определить значение коэффициента согласованности $\rho_{12}^{K} = -\frac{1}{2}$. Значения поправочных коэффициентов составят $u_1 = u_2 = \frac{1}{2}(4 - 2) = 1$. Тогда окончательно из формулы (24) имеем: $\tilde{\rho}_{12}^{K} = \frac{-0.5 - \frac{2\times 2}{4\times 3}}{1 - \frac{2\times 1}{4\times 3}} = \frac{-0.5 - \frac{1}{3}}{\frac{5}{6}} = \frac{-\frac{5}{6}}{\frac{5}{6}} = -1$. Как и ожидалось, полученный результат подтверждает ранее сделанные выводы о противоположности мнений экспертов относительно ранжировки альтернатив выбора.

До сих пор речь шла о выборочных характеристиках ранговой связи. Возникает вопрос: как точно выборочные характеристики оценивают соответствие истинным теоретическим значениям выборок? Это вопрос о возможности корректной проверки значимости соответствующего коэффициента ранговой корреляции.

Данная проблема решается путем расширения на рассматриваемые объекты исследования возможностей оценки значимости коэффициентов парной корреляции представленных в общем случае в количественных шкалах измерений. Обоснованность этого следует из доказательства соответствия рассмотренных коэффициентов согласия парному коэффициенту корреляции. Для этого вводится соответствующая каждому из видов ранговых коэффициентов метрика.

Помним, что коэффициент корреляции j-го и k-го наблюдения рассчитывается так:

$$\rho_{jk} = \frac{\sum_{i=1}^{m}(x_{ji} - \bar{x}_j)(x_{ki} - \bar{x}_k)}{\sqrt{(\sum_{i=1}^{m}(x_{ji} - \bar{x}_j)^2)(\sum_{i=1}^{m}(x_{ki} - \bar{x}_k)^2)}}, \qquad (25)$$

Напомним, что наши наблюдения (т.е. ранжировки экспертов) представлены числами, суть которых есть ранг. В соответствии с последним замечанием допустимо произвести следующую подстановку, пусть $x_{ji} = z_{ji}; \bar{x}_j = \bar{z}_j = \frac{m+1}{2}$,

где m – число оцениваемых альтернатив.

Тогда в новых обозначениях выражение (26) примет следующий вид:

$$\rho_{jk} = \frac{\sum_{i=1}^{m}(z_{ji} - \frac{m+1}{2})(z_{ki} - \frac{m+1}{2})}{\sqrt{(\sum_{i=1}^{m}(z_{ji} - \frac{m+1}{2})^2)(\sum_{i=1}^{m}(z_{ki} - \frac{m+1}{2})^2)}}.$$

Далее следует провести ряд соответствующих преобразований, т.е.

$$\rho_{jk} = \frac{\sum_{i=1}^{m}(z_{ji} - \frac{m+1}{2})(z_{ki} - \frac{m+1}{2})}{\sqrt{(\sum_{i=1}^{m}(z_{ji} - \frac{m+1}{2})^2)(\sum_{i=1}^{m}(z_{ki} - \frac{m+1}{2})^2)}} = \frac{\sum_{i=1}^{m}(z_{ji}z_{ki} - \frac{m+1}{2}z_{ki} - \frac{m+1}{2}z_{ji} + (\frac{m+1}{2})^2)}{\sum_{i=1}^{m}(z_{ji}{}^2 - \frac{m+1}{2}z_{ji} + (\frac{m+1}{2})^2)} =$$

$$= \frac{\sum_{i=1}^{m} z_{ji}z_{ki} - m(\frac{m+1}{2})^2}{\frac{m^3 - m}{12}} = \frac{12(\sum_{i=1}^{m} z_{ji}z_{ki} - m\frac{(m+1)^2}{4})}{m^3 - m} = \frac{12\sum_{i=1}^{m} z_{ji}z_{ki} - 3m(m+1)^2}{m^3 - m} = \ldots =$$

$$= 1 - \frac{6}{m(m^2-1)}\sum_{i=1}^{m}(z_{ji} - z_{ki})^2 = \rho_{jk}^s.$$

Таким образом, к оценке значимости коэффициента ранговой корреляции Спирмэна ρ_{jk}^s можно применять все статистические характеристики оценки значимости корреляции. Например, с помощью *t*-статистики Стьюдента можно проверить нулевую гипотезу H_0 о равенстве 0 коэффициента парной корреляции, т.е. установить, что мнения экспертов статистически не зависимы, т.е. согласованность между экспертами не обнаруживается.

Расчетное значение критерия Стьюдента находится, как $|t|_{m-2}^{p} = \dfrac{|\rho^s|}{\sqrt{\dfrac{1-(\rho^s)^2}{m-2}}}$, оно сравнивается с табличным значением - $t_{кр}(m-2;\alpha)$, если $|t|_{m-2}^{p} > t_{кр}$, то H_0 отвергается, и с вероятностью не меньшей, чем (1-α)100%, можно говорить о неслучайном совпадении мнений экспертов по интересующей проблеме.

Следует иметь в виду, что такой способ проверки нулевой гипотезы справедлив только при размерности пространства признаков не менее 10, для меньшего числа свойств существуют специальные таблицы [1, с.450-451].

Покажем, что парный коэффициент корреляции является эквивалентом коэффициента ранговой корреляции Кендалла при переходе в соответствующую метрику. Для начала будем считать, что мы имеем дело со строгими стандартизированными ранжировками.

В соотношение (25) вместо x_{ji} подставим соответствующую исходную информационную единицу a_{ij}^{l}. Следует учесть, что среднее значение элементов рассматриваемой матрицы A^1 равно 0. Тогда в новых обозначениях имеем следующую запись формулы коэффициента корреляции (25):

$$\rho_{lk} = \frac{\sum_{i=1}^{m}\sum_{j-1}^{m} a_{ij}^{l} a_{ij}^{k}}{\sqrt{\sum_{i=1}^{m}\sum_{j-1}^{m}\left(a_{ij}^{l}\right)^2 \sum_{i=1}^{m}\sum_{j-1}^{m}\left(a_{ij}^{k}\right)^2}} .$$

Нетрудно убедиться в том, что:

$$\sum_{i=1}^{m}\sum_{j-1}^{m}\left(a_{ij}^{l}\right)^2 = m^2 - m,$$

$$\sum_{i=1}^{m}\sum_{j-1}^{m} a_{ij}^{l} a_{ij}^{k} = \left[(m^2 - m) - 2I(z_{l.}; z_{k.})\right] - 2I(z_{l.}; z_{k.}) = m^2 - m - 4I(z_{l.}; z_{k.}) .$$

Таким образом, получили следующее соответствие $\rho_{lk} = \dfrac{m^2 - m - 4I(z_{l.}; z_{k.})}{m^2 - m} = 1 - \dfrac{4I(z_{l.}; z_{k.})}{m^2 - m} = \rho_{lk}^K$.

Таким образом, для определения значимости коэффициента ранговой корреляции Кендалла можно воспользоваться u-статистикой (нормализованное нормальное распределение вида M[x]=0; D[x]=0). Ее расчетное значение можно определить, как:

$$\left|u^p\right| = \frac{\left|\rho^K\right|\sqrt{9m(m-1)}}{\sqrt{2(2m+5)}}.$$

Для вычисленного значения U-статистики можно проверить нулевую гипотезу, используя табличное значение u_q: если $u^p > u_q$, то H_0 отвергается, если $u < u_q$, то H_0 принимается.

Проведенные исследования вопроса соответствия результатов оценивания одинаковых исходных данных с помощью различных ранговых коэффициентов парной корреляции позволяют сделать заключение о том, что при m>10 наблюдается следующее приближенное соответствие коэффициентов Спирмэна и Кендалла $\widehat{\rho}^S \approx 1.5\widehat{\rho}^K$ [1, с.113].

Проверка согласованности мнений группы экспертов.

Для оценки согласованности мнений групп экспертов численностью большей, чем два человека могут использоваться дисперсионный и энтропийный коэффициенты конкордации, коэффициент вариации и т.п. [1, 3, 4, 6, 10].

Дисперсионный коэффициент конкордации (или множественный коэффициент конкордации Кендалла) или W(n), где n – число ранжировок, определяется как отношение несмещенной оценки фактической дисперсии D, полученной на исходных ранжировках к теоретически максимальному значению оценки их дисперсии на заданном множестве экспертов n - D_{max}, иначе говоря:

$$W(n) = \frac{D}{D_{\max}} \qquad (26\ ).$$

Оценим возможность практического использования данного коэффициента в ходе оценки качества проведенных прогнозных исследований.

Пусть информация об оценивании *m* факторов *n* экспертами представлена в виде таблицы 7, приведенной выше, в которой z_{ji}– ранг, присвоенный j–экспертом *i*-му объекту (альтернативе).

Очевидно, и ранее это было показано, что на предварительном этапе обработки экспертной информации, представленной в порядковой шкале измерений, самой естественной характеристикой оценки соответствующей альтернативы, является набранная ей сумма рангов. Очевидно, чем более случайным образом распределились мнения экспертов относительно объектов оценки, тем меньше расхождение сумм рангов альтернатив, т.е. тем меньше их дисперсия. Верно и обратное. При абсолютной согласованности специалистов, межальтернативная разница сумм рангов максимальна. Соответственно коэффициент множественной конкордации (26) может быть интерпретирован как степень соответствия результатов оценивания их максимально согласованному варианту оценки. Таким образом, значения множественного коэффициента конкордации Кендалла лежат в диапазоне от 0 до 1, т.е $0 \le W(n) \le 1$. При $W(n) = 0$ ранжировки полностью рассогласованы, при $W(n) = 1$ достигнуто полное согласие в ходе оценки объектов. Раскроем полнее содержание этого показателя.

Введём следующие обозначения: $r_i = \sum_{j=1}^{n} z_{ji}$ - сумма рангов по *i*-му фактору оценки, $r = \{r_1, r_2, ..., r_m\}$ - суммарные ранги, полученные каждой альтернативой. Суммы рангов по каждому столбцу в матрице исходных наблюдений предлагается рассматривать как реализации некоторой случайной величины и вычислить ее математическое ожидание и дисперсию.

Разброс мнений по проведенной экспертизе можно измерить через дисперсию рангов. Заметим, что при этом оценка математического ожидания составит:

$\bar{r} = \frac{1}{m}\sum_{i=1}^{m} r_i = \frac{1}{m}\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n} z_{ji} = \frac{1}{m}\sum_{j=1}^{n}(\sum_{i=1}^{m} z_{ji}) = \frac{1}{m} n \frac{m(m+1)}{2} = \frac{n(m+1)}{2}$ - средний ранг по совокупности мнений экспертов. Далее можно определить фактическую несмещенную оценку дисперсии рангов как:

$$D(r) = \frac{1}{m-1}\sum_{i=1}^{m}(r_i - \bar{r})^2 = \frac{1}{m-1}\sum_{i=1}^{m}(\sum_{j=1}^{n} z_{ji} - \frac{n(m+1)}{2})^2 .$$

Максимальное значение оценки дисперсии случайной величины надлежит вычислить отдельно как при отсутствии связанных рангов, так и тогда, когда они имеются.

Таким образом, максимальное значение дисперсии рангов на множестве альтернатив в случае отсутствия связных рангов получим следующим образом:

$$D(r)_{\max} = \frac{1}{m-1}\sum_{i=1}^{m}\left(nz_{.i} - \frac{n(m+1)}{2}\right)^2 =$$

$$= \frac{1}{m-1}\left[n^2\sum_{i=1}^{m} z_{.i}{}^2 + \frac{mn^2(m+1)^2}{4} - 2\frac{n^2(m+1)}{2}\sum_{i=1}^{m} z_{.i}\right] = \ldots = \frac{n^2(m^3-m)}{12(m-1)}.$$

Следовательно, в окончательном виде дисперсионный коэффициент конкордации Кендалла можно представить так:

$$W(n) = \frac{D}{D_{\max}} = \frac{12}{n^2(m^3-m)}\sum_{i=1}^{m}(\sum_{j=1}^{n} z_{ji} - \frac{n(m+1)}{2})^2 \qquad (27).$$

Не трудно показать, что при наличии связных рангов в группировках, максимальное значение оценки дисперсии откорректируется следующим образом:

$D_{\max} = \frac{n^2(m^3-m) - n \cdot \sum_{j=1}^{n} T_j}{12(m-1)}$, где поправочный коэффициент T_j - показатель связных рангов в j-й ранжировке рассчитывается как

$$T_j = \sum_{t=1}^{m_j}(n_t^3 - n_t) \qquad (28)\quad ,$$ где

m_j - число групп связных рангов в j-й ранжировке;

n_t - число связных рангов в t-ой группе связных рангов при ранжировке j-м экспертом.

Таким образом, модификация дисперсионного коэффициент конкордации Кендалла в случае наличия групп связных рангов имеет следующий вид:

$$\widetilde{W}(n)=\frac{12\sum_{i=1}^{m}(\sum_{j=1}^{n}z_{ij}-\frac{n(m+1)}{2})^2}{n^2(m^3-m)-n\sum_{j-1}^{n}T_j} \qquad (29).$$

Если совпадающих рангов нет, то m_j = 0, n_t = 0 и формула (29), учитывающая влияние на коэффициент конкордации эффекта связных рангов, превращается в формулу (27) для случая их отсутствия.

Поскольку коэффициент конкордации также по сути своей является случайной величиной, которая служит оценкой истинного значения W(n), то кроме подсчета его значения необходимо определить значимость этой оценки [1].

При числе объектов сравнения $m>7$ оценку значимости коэффициента конкордации рекомендуется осуществлять по критерию χ^2 Пирсона. Расчетное значение критерия χ^2 можно определить следующим образом:

$$\chi^2=\frac{12\cdot\sum_{i=1}^{m}\left(\sum_{j=1}^{n}z_{ij}-\frac{(m+1)n}{2}\right)^2}{m\cdot n\cdot(n+1)-\frac{1}{m-1}\sum_{j=1}^{n}T_j} \qquad (30).$$

Величина χ^2 имеет распределение Пирсона с *(m-1)* степенями свободы.

Значимость коэффициента конкордации можно также оценивать и с помощью распределения случайной величины $\frac{1}{2}\ln\frac{(n-1)\hat{W}(n)}{(1-\hat{W}(n))}$ приближенно моделируемой Z-распределением Фишера. При этом число степеней свободы числителя статистики определяется как $\nu_1=m-1-\frac{2}{n}$, а число степеней свободы знаменателя как $\nu_2 = (n-1)\nu_1$. Следует также заметить, что строго обоснованных правил построения доверительных интервалов для коэффициентов ранговой корреляции в настоящее время нет.

Поясним на примере возможности представленного выше математического аппарата оценки согласия групп экспертов. Оценим априорное качество экспертного прогноза на основе определения степени согласованности специалистов в соответствии с множественным коэффициентом конкордации, используя исходные данные примера 2.

Анализируя данные, представленные ранее в таблице 5, можно сделать вывод о наличии групп связных рангов у 1, 4 и 6 экспертов. В соответствии с формулой (28) определяем значения поправочных коэффициентов соответствующих ранжировок, их значения следующие: T_1 = 0.5, T_4 = 1, T_6 = 0.5. Воспользовавшись формулой (29), не трудно рассчитать значение модифицированного дисперсионного коэффициента конкордации, оно составит W(6) = 0.88. На первый взгляд уровень согласованности мнений экспертов достаточно высок. Попытаемся подтвердить эту гипотезу статистической проверкой значимости.

Оценим значимость полученного коэффициента. Табличное значение коэффициента χ^2 при 5%-м уровне коэффициента значимости составит 9.488. Расчетное значение статистики составляет 21.125, в соответствии с формулой (30). Таким образом, у нас нет оснований принимать гипотезу о значимости нулю коэффициента конкордации, а следовательно согласованность мнений присутствует, она достаточно высокая и не случайная.

В качестве альтернативного подхода к оцениванию степени согласованности группового мнения экспертов может быть предложен энтропийный коэффициент согласия. Он строится исходя из понятия общей меры неопределенности поведения характеристик объекта исследования – энтропии. Этот подход особо эффективен при оценивании особо сложных объектов сравнения, состояния которых могут описываться лишь вероятностными методами, существенно также то, что допустимо представление данных в качественных шкалах.

В общем виде, энтропийный коэффициент согласия определяется так:

$W_E = 1 - \frac{H}{H_{\max}}$, где

H - фактический уровень энтропии в рамках рассматриваемых данных;

$H_{\max}$ - максимальное значение энтропии.

Фактический уровень энтропии согласно определению [6, 10] составляет

$H = -\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{m} P_{ij}\log P_{ij}$, при этом $P_{ij} = \frac{m_{ij}}{m}$,

где P_{ij} - оценка вероятности присвоения j-го ранга i-му объекту;

m_{ij} - количество экспертов, приписавших i-му объекту j-й ранг;

m - общее число экспертов.

Расчет максимального значения энтропии в системе производится, исходя из предположения о равновероятном распределении мнений экспертов относительно альтернатив оценки. В таком случае $m_{ij} = \frac{m}{n}$, а $P_{ij} = \frac{m}{m \cdot n} = \frac{1}{n}$, следовательно:

$$H_{\max} = -\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{m}\frac{1}{n}\cdot\log\frac{1}{n} = m\cdot\log n.$$

В силу своих свойств энтропийный коэффициент согласия может принимать значения на отрезке от 0 до 1. При $W_E = 0$ ранжировки экспертов полностью рассогласованы, а при $W_E = 1$ достигнуто полное согласие в ходе оценки объектов исследования. Особенность, а иногда преимущество энтропийного коэффициента согласия состоит в том, что он может применяться и в случаях оценки согласованности экспертов, работающих с информацией, представленной в номинальной шкале.

В практике проведения исследований по установлению уровня качественности сделанных предсказаний могут также использоваться и менее универсальные измерители связи мнений экспертов, к ним в частности относят коэффициенты вариации и ассоциации, которые имеют разнообразные формы представления. Приведем примеры.

Коэффициент вариации позволяет установить степень согласованности экспертов в отношении каждого объекта i. Коэффициент вариации используется в случае, когда x_{ij} - целые числа (баллы) [2, 23]:

$$\mu_i = \frac{k}{k-1} \frac{\left(\left(\sum_{j=1}^{k} f_{ij} \right)^2 - \sum_{j=1}^{k} f_{ij}^2 \right)}{\left(\sum_{j=1}^{k} f_{ij} \right)^2},$$

где i - индекс объекта;

k - число градаций (баллов, классов и т.п.) в принятой шкале измерений;

f_{ij} - число экспертов, отнесших i-й объект к j-й градации.

Значения коэффициента заключены в границах от 0 до 1. Степень согласованности экспертов в отношении i-й альтернативы оценивания определяется величиной $\left(1-\mu_i\right)$. При $\mu_i = 0$ - констатируется полное совпадение мнений экспертов.

Коэффициент ассоциации – измеритель сходства оценок пар экспертов, он показывает вес одинаково оцененных альтернатив относительно общей меры величины сделанных оценок[5, 25] :

$$S_{ij} = \frac{2m_{ij}}{t_i \log_2(1+\frac{t_j}{t_i}) + t_j \log_2(1+\frac{t_i}{t_j})}, \text{ где}$$

m_{ij} - количество признаков, одинаково оцененных i-м и j-м специалистами;

t_i - количество признаков, оцененных i-м специалистом;

t_j - количество признаков, оцененных j-м специалистом.

Интерпретация диапазона значений данного коэффициента полностью идентична с ранее рассмотренными измерителями согласия пар экспертов. В заключение следует отметить, что отыскание значений показателей множественной согласованности групп экспертов несет не только узко специальное назначение – определение качества проведенной экспертизы. Существует по-крайней мере два важнейших дополнительных прикладных аспекта значительно увеличивающих прагматическую значимость полученных результатов. Первое - степень согласованности экспертной информации делает допустимым или нет возможность обоснования и выработки обобщенного группового экспертного решения. Второе – полученные результаты часто являются основанием к дополнительным организационным преобразованиям в рамках проводимой экспертизы.

В общем случае весь перечень задач, решаемых при оценке надёжности групповой экспертизы, можно свести к следующим типовым постановкам:

- предварительная обработка экспертной информации, группировка и агрегирование отдельных признаков, факторов, по которым производится оценка;
- оценка степени согласованности мнений экспертов как по отдельному фактору (признаку), так и по набору в целом;
- выявление групп экспертов со сходными оценками – «ядер»;
- в случае большой степени расхождения в оценках – определение причины расхождений: неточности в постановке задачи; неточности исходной информации; некомпетентность экспертов и т.п.;
- дополнительное уточнение качественного и количественного состава экспертной группы.

Последняя из названных проблем часто становится одной из самых актуальных для исследователя-аналитика. Как правило, для ее решения можно рекомендовать два достаточно радикальных способа решения: первый подход можно охарактеризовать как метод последовательного расформирования исходной совокупности [2], второй напротив – как метод рациональной консолидации [7].

В каждом случае при обработке мнений экспертов перед аналитиком дополнительно встают следующие задачи:

1) анализ структуры совокупности ранжировок экспертов.

2) уточнение качественного и количественного состава экспертной группы.

При исследовании совокупности ранжировок экспертов на предмет их переформирования, а в частности, сужения, следует обратить внимание на следующие моменты.

- Исходное состояние: согласованность ранжировок низкая либо просто отсутствует, т.е. $W(n) \to 0$.
- Предполагается существование некоторого подмножество M множества n, для которого $W(M) \to 1$. Такое множество экспертов носит название «ядро». Отличительной его особенностью является тот факт, что мнение внутри этой части исходной группы экспертов согласовано. Т.е. оно обладает внешней и внутренней устойчивостью в теоретико-кооперативном смысле. «Ядро» в дальнейшем используют как рабочую экспертную группу.
- При числе ядер более одного оценку группового решения и его качества (соответствующий коэффициент согласованности) проводят на каждом из ядер.

При оценке состава экспертной группы осуществляется ранжировка экспертов по степени согласованности со всеми остальными членами группы:
$W(n-1; n \setminus 1); W(n-1; n \setminus 2)...$

Затем упорядочивается совокупность экспертов:
$W_1; W_2; ...; W_n$, где W_1 - наименее согласованный с остальными эксперт; W_n - самый согласованный с остальными эксперт.

Данная процедура позволяет дополнительно ранжировать экспертов по «силе» их влияния на результат экспертизы, что при определенных обстоятельствах может трактоваться как дополнительный аргумент при индивидуальной оценке компетентности экспертов.

Иллюстрация работы метода рациональной консолидации представлена в виде алгоритма формирования согласованных групп экспертов на рисунке 10.

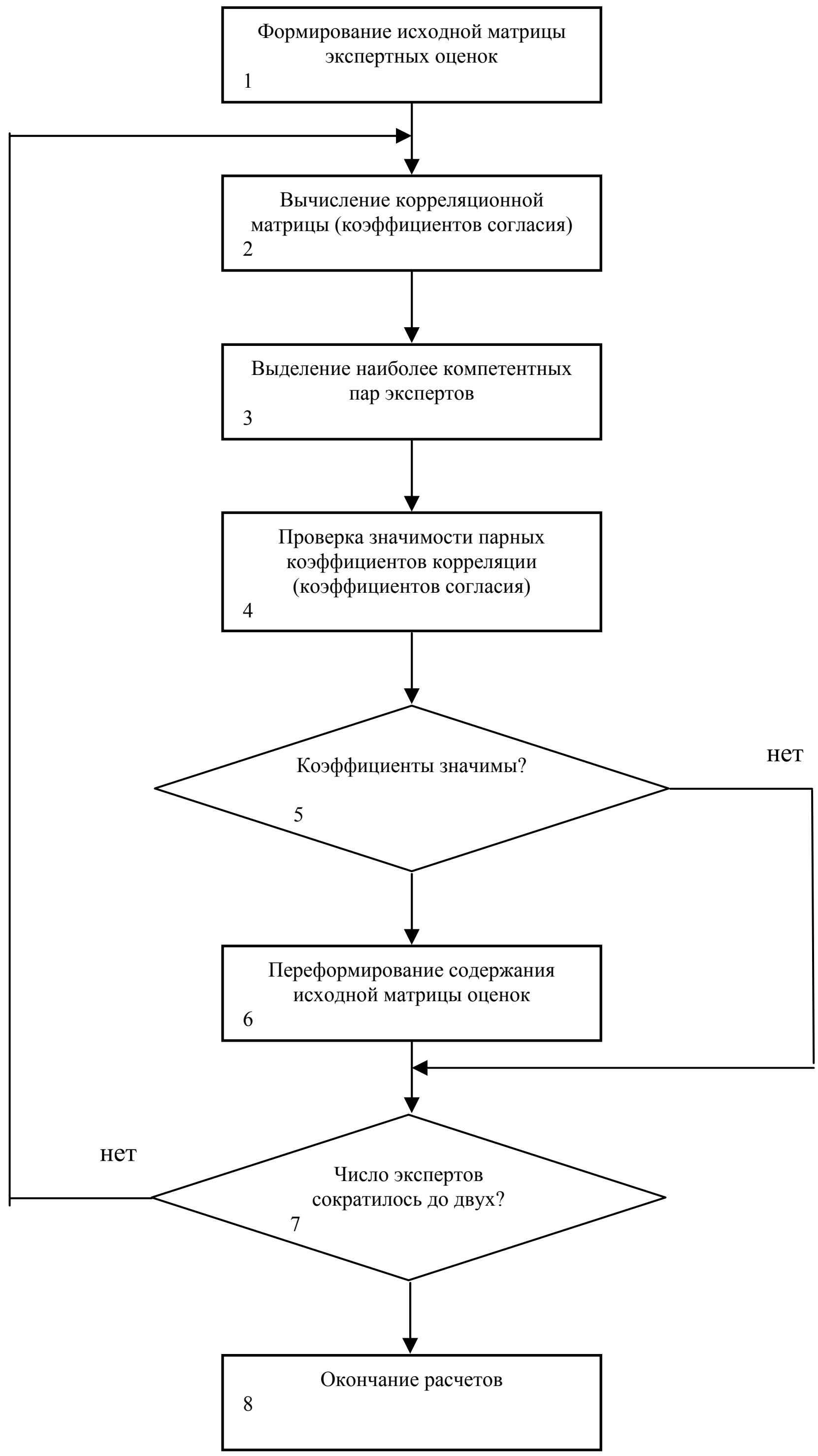

Рис 10. Алгоритм формирования согласованных групп экспертов на основе агрегирующего подхода.

Литература

1. Айвазян С.А., Енюков И.С., Мешалкин Л.Д. Прикладная статистика: Исследование зависимостей: Справ. изд./Под ред. С.А. Айвазяна – М.: Финансы и статистика, 1985.
2. Айвазян С.А., В.М.Бухштабер, Енюков И.С., Мешалкин Л.Д. Прикладная статистика: Классификация и снижение размерности: Справ. изд./Под ред. С.А. Айвазяна – М.: Финансы и статистика, 1989.
3. Бешелев С.Д., Гурвич Ф.Г. Математико-статистические методы экспертных оценок. - М.: Статистика, 1980.
4. Бешелев С.Д., Гурвич Ф.Г. Экспертные оценки в принятии плановых решений. - М.: Экономика, 1976.
5. Евланов Л.Г. Теория и практика принятия решений. - М.: Экономика, 1984.
6. Евланов Л.Г., Кутузов В.А. Экспертные оценки в управлении. - М.: Экономика, 1978.
7. Елтаренко Е.А., Крупинова Е.К. Обработка экспертных оценок. Учебное пособие. - М.: Изд. МИФИ, 1982.
8. Григорьев В.М. Эксперты в системе управления общественным производством. - М.: Мысль, 1976.
9. Дэвид Г. Метод парных сравнений. - М., "Статистика»,1978.
10. Дудорин В.И. и др. Методы социально-экономического прогнозирования (общие методы прогнозирования) /ГАУ. - М., 1991.
11. Литвак Б.Г. Экспертная информация: Методы получения и анализа. - М.: Радио и связь, 1982.
12. Литвак Б.Г. Экспертные оценки и принятие решений. - М.: Патент, 1996.
13. Литвак Б.Г. Разработка управленческого решения. - М.: «Дело», 2000.
14. Макаров И.М. и др. Теория выбора и принятия решений. - М.: Наука, 1982.
15. Орлов А.И. Эконометрика: Учеб.пособ. для вузов. - М.: «Экзамен», 2002.

16. Пфанцагль И. Теория измерений. - М.: Мир, 1976.

17. Рабочая книга по прогнозированию. Под ред. Бестужева-Лады И.В. , М.: Мысль, 1982.

18. Саркисян С.А., Голованов Л.В. Прогнозирование развития больших систем. - М.: Статистика, 1975.

19. Саркисян С.А. и др. Анализ и прогноз развития больших технических систем. - М.: Наука, 1983.

20. Саркисян С.А. и др. Научно-техническое прогнозирование и программно-целевое планирование в машиностроении. - М.: Машиностроение, 1987.

21. Сидельников Ю.В. Теория и организация экспертного прогнозирования. - М.: Институт МЭМО АН СССР, 1990.

22. Сидельников Ю.В. Экспертиза: состояние и тенденции развития. - М.: МЭ и МО, №2, 1997.

23. Сиротин А.В., Мицкевич А.А. Методы и процедуры обработки экспертных оценок в управлении / МИУ. - М., 1980.

24. Толстова Ю.Н. Измерение в социологии: Курс лекций. - М.: ИНФРА-М, 1998.

25. Экспертные оценки в социологических исследованиях/ Под ред. С.Б.Крымского.- Киев: Наукова думка, 1990.

26. SPSS: искусство обработки информации. Анализ статистических данных и восстановление скрытых закономерностей: Пер. с нем./ А.Бююль, Цефель П. – СПб.: ООО «ДиаСофтЮП», 2001.

27. Stephen A.DeLurgio. Forecasting: Principles and Applications. The Irwin/McGraw-Hill, 1998.

28. Diebold, Francis X., Elements of forecasting in business, economics, government, and finance. An International Thomson Publishing Company, 1998.

29. Hanke J.E., Ritsch A.G., Wichern D.W. Business forecasting. Prentice Hall, 2001.

30. Forecasting with judgment/ edited by G.Wrigth and P.Goodvin. Wiley, 1998.