МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ УКРАИНЫ
ДОНЕЦКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

Христиановский В.В., Щербина В.П.

ЭКОНОМИЧЕСКИЙ РИСК И МЕТОДЫ ЕГО ИЗМЕРЕНИЯ

Часть II

Донецк
ДонНУ 2000

УДК 33О
Х 935
ББКУ 012. 18 в 621. 5

Христиановский В. В., Щербина В. П.
Экономический риск и методы его измерения. Донецк: ДонНУ, 2000.-197 с.

В учебном пособии изложены основные вопросы качественного и количественного анализа оценок экономического риска, используемых при принятии решений в условиях неопределенности и риска. Предложено большое число примеров решения типовых практических заданий.

Предназначено для студентов экономических специальностей, аспирантов, преподавателей, менеджеров, интересующихся вопросами принятия решений в условиях неопределенности и риска.

Ответственный за выпуск: В. В. Христиановский, заведующий кафедрой математики и математических методов в экономике, профессор.

Рецензенты: Н. Г. Гузь, доктор экономических наук, профессор,
В. П. Петренко, доктор экономических наук, профессор.

ГЛАВА 5. ДИСКОНТИРОВАНИЕ, СТРАХОВАНИЕ

(Стоимость, время, риск)

Финансовые ресурсы, материальную основу которых составляют деньги, имеют временную ценность. Временная ценность денег может рассматриваться в двух аспектах:

– Первый аспект связан с изменением покупательной способности денег при наличии инфляции;
– Второй аспект связан с обращением денег. Деньги как можно быстрее должны делать новые деньги, то есть должны быть в обороте.

Величина временной цены денег определяется с помощью формул дисконтирования. Дисконтирование – это приведение экономических показателей разных лет к сопоставимому во времени виду с помощью коэффициентов дисконтирования, основанных на формуле сложных процентов.

5.1. Будущая стоимость капитала

Обозначим:
P –начальный капитал;
r – процентная ставка;
FV_t – стоимость капитала через t лет;
T – количество лет, на протяжении которых насчитывается процент.
Тогда имеют место следующие соотношения:

$$FV_T = P(1+r)^T, \quad T = \frac{\ln\frac{FV_T}{P}}{\ln(1+r)}, \quad r = \sqrt[T]{\frac{FV_T}{P}} - 1,$$

$$FV_T = P(1+r_1)^{T_1} \cdot (1+r_2)^{T_2} \cdot \ldots \cdot (1+r_k)^{T_k},$$

где $r_1, r_2, \ldots, r_k$ – процентные ставки в периоды $T_1, T_2, \ldots, T_k$.

$FV_T = P(1+\frac{r}{m})^{mT}$ (если на протяжении каждого года процент начисляется m раз с процентной ставкой $\frac{r}{m}$).

Если $m \to \infty$, то $FV_T = Pe^{rT}$ - непрерывное начисление процентов.

5.2. Текущая стоимость капитала

Введем следующие обозначения:

PV – текущая стоимость;

r – процентная ставка дисконта;

t – количество лет;

FV_t – будущий доход, который ожидается получить через t лет;

$d_t = \dfrac{1}{(1+r)^t}$ – коэффициент дисконтирования;

P_0 – текущая стоимость обыкновенной акции.

Тогда:

$PV = FV_t\, d_t$;

$PV = FV_T\, e^{-rT}$ - непрерывное дисконтирование;

$PV = \sum\limits_{t=1}^{T} FV_t\, d_t$ (FV_t – суммы, которые выплачиваются в t - м промежутке в будущем);

PV = FV/r – текущая стоимость пожизненного дохода, если каждый год будут выплачиваться постоянные суммы FV.

Последняя формула получена с помощью суммы бесконечно убывающей прогрессии

$$PV = \frac{FV}{1+r} + \frac{FV}{(1+r)^{10}} + \frac{FV}{(1+r)^3} + \ldots = \frac{\dfrac{FV}{1+r}}{1-\dfrac{1}{1+r}} = \frac{FV}{(1+r)\left(\dfrac{1+r-1}{1+r}\right)} = \frac{FV}{r}.$$

P_0 = D/r – текущая стоимость акции с постоянными в будущем дивидендами D.

$$P_0 = \sum_{t=t_1}^{\infty} \frac{D_t}{(1+r)^t}$$

– текущая стоимость акции, дивиденды по которой начинают выплачивать с периода t_1 до бесконечности (D_t – ожидаемые дивиденды в конце t - го периода). На практике пользуются приближенной формулой $P_0 = \dfrac{D_1(1+g)}{r}$, закладывая постоянный рост будущих дивидендов g.

Цена не пожизненной акции находится по формуле

$$V=\frac{I}{1+r}+\frac{I}{(1+r)^2}+\frac{I}{(1+r)^3}+\ldots\frac{I}{(1+r)^n}+\frac{M}{(1+r)^n}=$$

$$\sum_{t=1}^{n} I\left(\frac{1}{1+r}\right)^t+\frac{M}{(1+r)^n}.$$

Здесь

I – постоянный годовой процент в гривнах,

r – соответствующая ставка процента для выпуска облигации,

M – номинал или стоимость погашения акции через n лет (в конце периода),

n – число лет до погашения облигации.

Внутренняя норма доходности IRR - это процентная ставка, при которой современная стоимость рассматриваемого инвестиционного проекта равна нулю. Она определяется решением уравнения

$$NPV=\sum_{t=0}^{T}\frac{CF_t}{(1+IRR)^t}=0.$$

Здесь

NPV- чистая современная стоимость;

T - количество лет;

CF_t - чистый поток доходов в t -ом году (чистый поток денежных средств – это разница между ожидаемыми поступлениями за определенный период и расходами).

На основе анализа r = IRR, CF_t устанавливают, убыточным или неубыточным будет проект. IRR надо находить с помощью EXCEL (финансовые функции).

Начисление по вкладам может производиться по простым и по сложным процентам

$$S_n = P(1+n\cdot i) - \text{для простых процентов},$$

$$S_n = P(1+i)^n - \text{для сложных процентов}.$$

S_n – величина вклада P через n лет при годовой ставке i.

Графическая иллюстрация соотношения сумм, наращиваемых по любому, в том числе дробному строку $t \geq 0$ приведена на рис. 5.1.

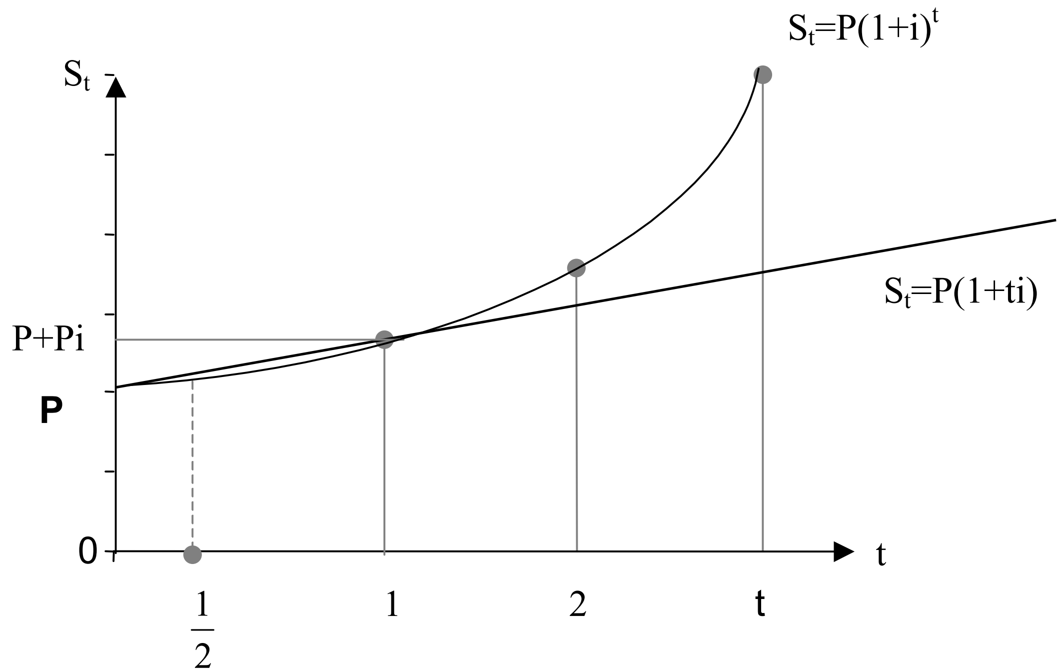


Рис 5.1

С рисунка видно, что при срочности t < 1 начисления по простым процентам превышает сложный процент; при переходе через единичный промежуток картина меняется: превалирует сложный процент, причем с возрастающей во времени отдачей.

Например

$$(1+i)^{1/2} < 1+\frac{1}{2}i \qquad \text{и} \qquad (1+i)^2 > 1+2i.$$

Учет инфляции производится по формуле

$$S = P\frac{1+i}{1+r}, \text{ где}$$

S – наращенная сумма через год;

P – вложенная сумма;

i – процентная ставка;

r – годовой темп инфляции.

Реальная ставка процента i_r находится по формуле

$$i_r = \frac{S-P}{P} = \frac{i-r}{1+r}.$$

При достаточно большом r реальная ставка процента i_r может стать даже отрицательной. Отсюда видно, что, если кредитор не отреагирует на инфляцию достаточным увеличением ставки, он будет работать себе в убыток, а заемщик при этом будет обогащаться. Если

$$\rho = 1 + r \text{ – индекс цен (рост цены),}$$

то инфляция означает рост цен

$$\rho = 1 + r.$$

Поэтому, чтобы получить реальную ставку i с учетом инфляции, надо требовать наращенную ставку

$$j = i + r + ir .$$

Тогда реальная ставка

$$i_r = \frac{i + r + ir - r}{1 + r} = i .$$

При невысокой инфляции величины i и r незначительны, и их произведением в формуле можно пренебречь. В этом случае поправка на инфляцию ограничивается величиной темпа r, и ставку корректируют по формуле

$$j = i + r.$$

Процентная ставка, скорректированная с учетом риска, равна

$$m_i = r_0 + \beta_i (m_c - r_0).$$

Дисконтируя по этой ставке, получим оценку текущей стоимости:

$$P_0 = \frac{P_1 + Д_1}{1 + r_0 + \hat{a}_i (m_c - r_0)} \text{, где}$$

$Д_1$ – дивиденды.

Другие параметры будут объяснены при рассмотрении модели CAPM.

Для расчета базисной требуемой нормы прибыли от акционерного капитала (процента) используют такие основные методы:

1. CAPM;
2. Прибыль компании от облигаций плюс вычисленная премия за риск;

3. Дивиденды плюс вычисленные темпы роста;
4. Модель APT.

В зависимости от дополнительного процента (премия за риск), кото рый надеются дополнительно получить инвесторы сверх гарантированного, определяется характер рискованности проекта (табл. 5.1).

Таблица 5.1

Характер проекта	Премия за риск, %
Низкорискованный	3
Среднерискованный	6
Высокорискованный	9

Чем выше степень рискованности проекта (выше премия за риск), тем больший знаменатель в формуле для P_0 и соответственно меньшая приведенная стоимость проекта.

При определении текущей стоимости капитала основным является понятие дисконта. Как уже отмечалось, коэффициент дисконтирования является нормативом приведения разновременных затрат к единому моменту. При назначении коэффициента дисконтирования обычно ориентируются на существующий или ожидаемый усредненный уровень ссудного процента и субъективные оценки, основанные на опыте инвестора. Важным моментом при определении процентной ставки, применяемой при дисконтировании, является учет риска.

Пример 5.1. Предприниматель взял 2 тыс. гривен в банке под 50% годовых. Сколько денег ему придется вернуть через 5 лет?

Решение. P = 2000, T = 5, r = 0,5. Следовательно, $FV_5 = 2000(1+0{,}5)^5 =$ =15 187,41 (гривен).

Пример 5.2. Что полезней: получить сразу 5 тыс. гривен или получать ежегодно 1200 на протяжении 5 лет при условии, что годовая процентная ставка составляет 10%?

Решение. Подсчитаем текущую цену денежных поступлений.

$$PV = \frac{1200}{(1+0{,}1)^1} + \frac{1200}{(1+0{,}1)^2} + \frac{1200}{(1+0{,}1)^3} + \frac{1200}{(1+0{,}1)^4} + \frac{1200}{(1+0{,}1)^5} = 4548{,}94.$$

Следовательно, лучше получить 5 тыс. гривен сразу, чем получать 5 лет по 1200 гривен.

Пример 5.3. Определить, сколько стоит сейчас 1 доллар при процентной ставке 2, 6, 10, 20% через 1, 2, 5, 10, 20, 30 лет.

Результаты вычислений занесены в табл. 5.2.

Таблица 5.2

	Годы					
Процентная ставка	1	2	5	10	20	30
2%	0,980	0,961	0,906	0,820	0,673	0,552
6%	0,943	0,890	0,747	0,558	0,312	0,131
10%	0,909	0,826	0,621	0,386	0,149	0,057
20%	0,883	0,644	0,402	0,162	0,026	0,004

Существенный качественный скачок происходит при процентной ставке, равной 6–7%. Если вложить 3 цента под 20% годовых, то через 20 лет они превратятся в доллар. Кстати, годовая инфляция доллара равна около 4,3%.

В финансовом деле процентные ставки часто обозначают буквами: r, i, K, k, K_d, K_d, g, R_f, K_r, чтобы отличать смысл каждой процентной ставки. Для удобства вычислений составлены таблицы по которым можно легко определять текущую и будущую стоимости денежных поступлений. Приведем здесь четыре основные табл. (5.3–5.6).

Сложная (будущая) стоимость 1 гривны.
CVIF(K,n) (compound value interest factor)

$$\mathrm{CVIFk,n} = (1 + \mathrm{K})^{n}$$

Таблица 5.3

n K	1%	2%	3%	4%	5%	6%	7%	8%	9%	10%
1	1,010	1,020	1,030	1,040	1.050	1,060	1,070	1,080	1,090	1,100
2	1,020	1,040	1,061	1,082	1,102	1,124	1,145	1,166	1,188	1,210
3	1,030	1,061	1,093	1,125	1,158	1,191	1,225	1,260	1,295	1,331
4	1,041	1,081	1,126	1,170	1,216	1,262	1,311	1,360	1,412	1,464
5	1,051	1,104	1,159	1.217	1,276	1,338	1,403	1,469	1,539	1,611
6	1,062	1,126	1,194	1,265	1,340	1,419	1,501	1,587	1,677	1,772
7	1,072	1,149	1,230	1,316	1,407	1,504	1,606	1,714	1,828	1,949
8	1,083	1,172	1,267	1,369	1,477	1,594	1,718	1,815	1,993	2,144
9	1,094	1,195	1,305	1,423	1,551	1,689	1,838	1,999	2,172	2,358
10	1,105	1,219	1,344	1.480	1,629	1,791	1,967	2,159	2,367	2,594
11	1,116	1,243	1,384	1,539	1,710	1,898	2,105	2,332	2,580	2,853
12	1,127	1,268	1,426	1,601	1,796	2,012	2,252	2,518	2,813	3,138
13	1,138	1,294	1,469	1,665	1,886	2,133	2,410	2,720	3,066	3,452
14	1,149	1,319	1,513	1,732	1,980	2,261	2,579	2,937	3,342	3,797
15	1,161	1,346	1,558	1,801	2,079	2,397	2,759	3,172	3,642	4,177

Сумма ежегодного дохода в одну гривну в течение n периодов.
CVIFA(K,n) (compound value interest factor annuity)

$$CVIFA = \sum_{t=1}^{n}(1+K)^{n-t} = \sum_{t=1}^{n}(1+K)^{t-1}$$

Таблица 5.4

n | K	1%	2%	3%	4%	5%	6%	7%	8%
1	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000
2	2,010	2,020	2,030	2,040	2,050	2,060	2,070	2,080
3	3,030	3,060	3,091	3,122	3,152	3,184	3,215	3,246
4	4.060	4,122	4,184	4,246	4,310	4,375	4,440	4,506
5	5,101	5.204	5,309	5,416	5,526	5,637	5,751	5,867
6	6.152	6,308	6,468	6,633	6,802	6,975	7,153	7,336
7	7,214	7,434	7,662	7,898	8,142	8,394	8,654	8,923
8	8,286	8,583	8,892	9,214	9,549	9,897	10,260	10,637
9	9,369	9,755	10,159	10,583	11,027	11,491	11,978	12,188
10	10,462	10,950	11,464	12,006	12,578	13,181	13,816	14,487

Текущая стоимость 1 гривны.
PVIF(K,n) (the present compound value interest factor)

$$PVIFK, n = \frac{1}{(1+K)^n}$$

Таблица 5.5

K | n	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1%	0,990	0,980	0,971	0,961	0,951	0942	0,933	0,923	0,914	0,905
2%	0,980	0,961	0,942	0,924	0,906	0,880	0,871	0,853	0,837	0,820
3%	0,971	0,943	0,915	0,889	0,863	0,838	0,813	0,789	0,766	0,744
4%	0,962	0,925	0,889	0,855	0,822	0,790	0,760	0,731	0,703	0,676
5%	0,952	0,907	0,864	0,823	0,784	0,746	0,711	0,677	0,645	0,614
6%	0,943	0,890	0,840	0,792	0,747	0,705	0,665	0,627	0,592	0,558
7%	0,935	0,873	0,816	0,763	0,713	0,666	0,623	0,582	0,544	0,508
8%	0,926	0,857	0,794	0,735	0,681	0,630	0,583	0,540	0,500	0,463
9%	0,917	0,842	0,772	0,708	0,650	0,596	0,547	0,502	0,460	0,433
10%	0,909	0,826	0,751	0,683	0,621	0,564	0,513	0,467	0,424	0,386
12%	0,893	0,797	0,712	0,636	0,567	0,507	0,457	0,404	0,361	0,322
14%	0,877	0,769	0,675	0,592	0,519	0,456	0,400	0,351	0,308	0,270
15%	0,870	0,756	0,658	0,572	0,497	0,432	0,376	0,327	0,284	0,247

Текущая стоимость ежегодной ренты в одну гривну.
PVIFA(K,n) (the present compound value interest factor annuity)

$$PVIFAK, n = \sum_{t=1}^{n} \frac{1}{(1+K)^t}$$

Таблица 5.6

n \ K	1%	2%	3%	4%	5%	6%	7%	8%	9%	10%
1	0,990	0,980	0971	0,962	0,952	0,943	0,935	0,926	0,917	0,909
2	1,970	1,942	1,913	1,886	1,859	1,833	1,808	1,783	1,759	1,736
3	2,941	2,884	2,829	2,775	2,723	2,673	2.624	2,577	2,531	2,487
4	3,902	3,808	3,717	3,630	3,546	3,465	3,387	3,312	3,239	3,170
5	4,853	4,713	4,580	4,452	4,329	4.212	4,100	3,993	3,889	3,791
6	5,795	5,601	5,417	5,242	5,076	4,917	4,766	4,623	4,486	4,355
7	6,728	6,472	6,230	6,002	5,786	5,582	5,389	5,206	5,033	4,868
8	7,652	7,325	7,020	6,733	6,463	6,210	5,971	5,746	5,535	5,335
9	8,566	8,162	7,786	7,435	7,108	6,802	6,515	6,247	5,944	5,759
10	9,471	8.983	8,530	8.111	7,722	7,360	7,024	6,710	6,427	6,145

Пример 5.4. Вам предложили десятилетний 9%-ый купон облигации номиналом в 1000 гривен по цене 1066 гривны. Какую ставку процента вы бы заработали, если бы купили акцию и держали ее до погашения.

Чтобы найти прибыль до погашения, необходимо решить уравнение относительно К:

$$1066 = \frac{90}{(1+K)} + \frac{90}{(1+K)^2} + \ldots + \frac{90}{(1+K)^{10}} + \frac{1000}{(1+K)^{10}}$$

или

$$V=1066=90 \cdot PVIFA(K,10) + 1000 \cdot PVIF(K,10).$$

Значение К находим подбором. Заменяем величины PVIFA(K,10) и PVIF(K,10) из таблиц их значений при разных К пока не получим равенство.

Возьмем К=9%:

$$PVIFA(0{,}9{,}10)=6{,}418, \quad PVIF(0{,}9{,}10)=0{,}433$$

$$90 \cdot PVIFA(0{,}9{,}10) + 1000 \cdot PVIF(0{,}9{,}10)=90 \cdot 6{,}418+1000 \cdot 0{,}433=1010{,}62<1066.$$

Возьмем К=8%.

$$PVIFA(0{,}8{,}10)=6{,}710, \quad PVIF(0{,}8{,}10)=0{,}463$$

$$90 \cdot PVIFA(0{,}8{,}10) + 1000 \cdot PVIF(0{,}8{,}10)=90 \cdot 6{,}710+1000 \cdot 0{,}463$$
$$=1066{,}9 \approx 1066$$

Таким образом, 8% - это прибыль от облигации до погашения.

Пример 5.5. Фирма рассматривает целесообразность реализации двух проектов А и Б. Ожидаемые потоки доходов CF_t приведены в табл. 5.7.

Таблица 5.7

	Годы			
	0	1	2	3
Проект А (CF_t)	-2500	2000	1000	900
Проект Б (CF_t)	-2500	900	1000	2000

Примечание. Отрицательная величина означает расходы.

Определить:

1) внутреннюю норму дохода;
2) период окупаемости;
3) современную стоимость денежных поступлений при норме дисконта с учетом риска и инфляции равной 20%.

Решение.

1. Для проекта А $IRR_А$ находится решением уравнения

$$\frac{-2500}{(1+IRR_А)^0}+\frac{2000}{(1+IRR_А)^1}+\frac{1000}{(1+IRR_А)^2}+\frac{900}{(1+IRR_А)^3}=0.$$

Решая это уравнение, находим $IRR_А \approx 31{,}3\%$.

Для проекта Б $IRR_Б$ находится решением уравнения

$$\frac{-2500}{(1+IRR_Б)^0}+\frac{900}{(1+IRR_Б)^1}+\frac{1000}{(1+IRR_Б)^2}+\frac{2000}{(1+IRR_Б)^3}=0.$$

Решая это уравнение, находим $IRR_Б \approx 22{,}4\%$.

Так как $IRR_А > IRR_Б$, то относительно кредитования более привлекательный проект А.

2. Период окупаемости - это количество лет, которые необходимы для компенсации средств, вложенных в реализацию проекта, доходами, полученным за период его эксплуатации.

Периоды окупаемости можно находить без учета дисконтирования и с учетом дисконтирования денежных потоков.

1) Определим период окупаемости без учета дисконтирования (табл. 5.8).

Таблица 5.8

	Аккумулированные потоки по годам			
	0	1	2	3
Проект А	-2500	-500	500	1400
Проект Б	-2500	-1600	-600	1400

Период окупаемости проекта А равен $T_A = 1 + \frac{500}{1000} = 1{,}5(\text{года})$.

Период окупаемости проекта Б равен $T_Б = 2 + \frac{600}{2000} = 1{,}3(\text{года})$.

2) Определим период окупаемости с учетом дисконтирования.

Период окупаемости с учетом дисконтирования находится по формуле

$$T = m + \frac{I_0 - S_m}{\frac{CF_{m+1}}{(1+r)^{m+1}}},$$

где

I_0 – вложенные средства;

$S_m = \sum_{t=1}^{m} \frac{CF_t}{(1+r)^t}$ и находят так, чтобы $S_m < I_0 < S_{m+1}$.

Вычисления оформляем табл. 5.9.

Таблица 5.9

Год	Проект А		Проект Б	
	Годовой дисконтированный поток	Аккумулированный поток	Годовой дисконтированный поток	Аккумулированный поток
0	-2500	-2500	-2500	-2500
1	1818	-682	818	-1682
2	909	227	909	-773
3	744	971	1653	880

Следовательно

$$T_A = 1 + \frac{682}{909} = 1{,}75(\text{года}),$$

$$T_Б = 2 + \frac{773}{1653} = 2{,}47(\text{года}).$$

3) $$NPV_А = \frac{-2500}{1,2^0} + \frac{2000}{1,2^1} + \frac{1000}{1,2^2} + \frac{900}{1,2^3} \approx 381,94,$$

$$NPV_Б = \frac{-2500}{1,2^0} + \frac{900}{1,2^1} + \frac{1000}{1,2^2} + \frac{2000}{1,2^3} \approx 101,85.$$

По всем показателям проект А более привлекательный проекта Б.

5.3. Страхование

Одним из основных способов снижения негативного воздействия рисков является страхование.

Страхование - это вид гражданско-правовых отношений по защите имущественных интересов граждан и юридических лиц в случае наступления определенных событий (страховых случаев), определенных договором страхования или действующим законодательством, за счет денежных фондов, формируемых путем уплаты гражданскими лицами страховых платежей (страховых взносов, страховых премий).

Страховой риск - определенное событие, на случай которого проводится страхование и которое обладает признаками вероятности и случайности наступления. Согласно закона Украины о страховании, на Украине имеется 26 видов обязательного страхования: медицинское, военнослужащих, лиц состава органов внутренних дел, медицинских работников, таможенных работников, работников прокуратуры, народных депутатов, лиц государственной контрольно-ревизионной службы, лиц налоговой инспекции, лиц из органов защиты прав потребителей, лиц пожарной охраны, лиц архитектурно-строительного контроля, спортсменов высшей категории, работников государственной лесной охраны, специалистов ветеринарной медицины, судей, доноров, от несчастных случаев на транспорте, авиационного персонала, лиц, обеспечивающих авиационный процесс, рисковых профессий от несчастных случаев, багажа при воздушных перевозках, ущерба от авиационных перевозок, владельцев транспортных средств, авиационных судов, урожая в совхозах и других государственных сельскохозяйственных предприятиях.

К обязательному страхованию можно отнести формирование страхового фонда на предприятии. Он формируется на протяжении трех лет. Счет суммы резерва осуществляется по формулам:

$$S=8,34\%\cdot N_1\cdot C,$$

где

C – сумма рассчитанного резерва, который образован на отчетную квартальную дату,

N_1 – количество кварталов с начала формирования резерва.
8,34%=100%:12 (в трех годах имеется 12 кварталов).

$$S=2{,}78\%\cdot N_2\cdot C,$$

где

N_2 – количество месяцев с начала формирования резерва.
2,78%=100%:36 (в трех годах имеется 36 месяцев).

5.4. Хеджирование

Одной из разновидностей страхования является хеджирование.

Хеджирование – страхование соглашений в материально-техничес-ком снабжении, реализации готовой продукции, рисков инвестиционной деятельности, валютных рисков.

Хеджирование – это процесс, при котором риск изменения в будущем цен на физические или финансовые активы (или пассивы) может быть полностью (частично) ликвидирован путем заключения соглашения с третьей стороной. По этому контракту первоначальная сделка по приобретению активов или пассивов полностью (частично) нейтрализуется противоположной сделкой. Полное исключение риска в экономической и финансовой деятельности крайне редкое явление.

Основными методами хеджирования являются:

- структурная балансировка активов и пассивов, кредиторской и дебиторской задолженности;
- изменение срока платежей;
- форвардные сделки;
- операции типа “своп”;
- опционные сделки;
- финансовые фьючерсы;
- кредитование и инвестирование в иностранной валюте;
- реструктуризация валютной задолженности;
- параллельные ссуды;
- лизинг;
- дисконтирование требований в иностранной валюте;
- валютные корзины;
- осуществление филиалами платежей в “растущей” валюте;
- самострахование.

Одновременно с хеджерами на рынке есть трейдеры - цель которых: получение прибыли вследствие осуществления соглашений на рынке. Цель трейдеров - дешево купить и дорого продать. Трейдеры не покупают и не продают товары. Их цель - игра на разнице в ценах. Трейдеры берут на себя риск изменения цен, освобождая от него хеджеров. Трейдеры идут на риск сознательно, чтобы с помощью эффекта финансового инвестирования получить прибыль, практически ничего не делая.

Пример 5.6. Кредитор имеет 10тыс. гривен. Эти деньги он делит на две части: одну часть дает в кредит под некоторый процент под залог дома, а другую тратит на страховку дома. Кредитор платит за страховой полис 5%, а получает 80% застрахованной суммы.

Определить: какая сумма дается в долг кредитором, под какой процент дается кредит, на какую сумму страхуется дом, какая сумма тратится на страховку, чтобы в случае неблагоприятных последствий (банкротства должника и потери собственности) и благоприятных последствий иметь одинаковую прибыль в размере 100% от его наличных денег?

Решение. Обозначим: S – сумма наличных денег кредитора, r – процентная ставка кредитования, R – сумма, на которую страхуется дом,
r_1 – процентная ставка платы за страховой полис, r_2 – процентная ставка платы по страховому полису, $q = r_2 / r_1$.

Пусть в кредит дается x гривен. Тогда прибыль в случае благоприятных обстоятельств равна $R_1= (1+r)x-S$. По предположению кредитора

$$R_1= S= (1+r)x-S, \text{ то есть } 2S = (1+r)x.$$

За страховой полис кредитор платит $S-x = r_1R$. Отсюда

$$R = (S-x) / r_1.$$

Прибыль в случае неблагоприятных последствий будет

$R_2 = r_2R - S = (S - x)\dfrac{r_2}{r_1} - S = q(S - x) - S$. По условию имеем $R_1 = R_2$, то есть $(1+r)x - S = q(S - x) - S$ или $(1+r)x = q(S - x)$. Получили систему уравнений:

$$\begin{cases} 2S = (1+r)x, \\ (1+r)x = q(S-x). \end{cases}$$

Отсюда $x = \dfrac{S(q-2)}{q}$, $r = \dfrac{q+2}{q-2}$, $R = \dfrac{2S}{r_2}$.

В нашем случае $q = \dfrac{0{,}80}{0{,}05} = 16$. Поэтому кредитор дает взаймы

$\mathbf{x}=\dfrac{10000 \cdot (16-2)}{16} = 8750$ гривен под $\mathbf{r}$ = (16+2)/(16–2) =1,286 **(**128,6%), страхует дом на сумму $R = \dfrac{2 \cdot 10000}{0{,}80} = 25000$ гривен и тратит на страховку 1250 гривен.

ГЛАВА 6. ПОРТФЕЛЬ ЦЕННЫХ БУМАГ

6.1. Определение портфеля ценных бумаг и его характеристики

Как известно, основные виды ценных бумаг – акции и облигации. Их принято называть первичными. Ценные бумаги, дающие право совершать некие операции с первичными ценными бумагами (например, покупать – продавать по фиксированной цене и т. д.), называют вторичными. Среди вторичных ценных бумаг наиболее известные опционы, варранты, контракты на будущее (фьючерсы).

Основными целями инвестирования в ценные бумаги являются

- получение прибыли;
- сохранение капитала;
- обеспечение прироста капитала на базе роста курсовой стоимости ценных бумаг.

Пусть T – количество периодов (лет, кварталов, месяцев, дней и т. д.), в течение которых велось наблюдение за ценными бумагами.

Эффективностью ценной бумаги или нормой прибыли $R^{(t)}$ в t- ом периоде (t = 1,2,…,T) называется величина

$$R^{(t)} = \frac{P^{(t)} - P^{(t-1)} + D^{(t)}}{P^{(t-1)}} 100\%,$$

где

$P^{(t)}$ – цена бумаги в конце t – го периода;

$P^{(t-1)}$ – цена бумаги в конце t –1 - го периода;

$D^{(t)}$ – дивиденды, насчитанные в t - ом периоде.

Пример 6.1. Эффективность финансовой операции по покупке доллара за 3,5 гривен и продажи по 3,6 гривен равна

$$R = \frac{3.6 - 3.5}{3.5} \cdot 100\% \approx 2{,}9\%.$$

Следует отметить, что эффективность операций по покупке (продаже) ценных бумаг, может зависеть от комиссионных брокеру. Для акций крупных компаний в экономически развитых странах комиссионные составляют в среднем, 1%. Для мелких компаний комиссионные выше, что отражает трудоемкость сбыта менее солидных ценных бумаг.

Будем считать, как гипотезу, что любое конкретное значение эффективности ценной бумаги является реализацией некоторой случайной величины, которую будем называть эффективностью ценной бумаги. Каждой ценной бумаге на рынке ценных бумаг будет соответствовать своя эффективность. Эти случайные величины можно характеризовать математическими ожиданиями, вариациями (дисперсиями), ковариациями между ними

$$\hat{m}_i = \frac{1}{T}\sum_{t=1}^{T} R_i^{(t)} = \overline{R}_i,$$

$$\hat{V}_{ij} = \frac{1}{T-1}\sum_{t=1}^{T}\left(R_i^{(t)} - \hat{m}_i\right)\left(R_j^{(t)} - \hat{m}_j\right) = \frac{T}{T-1}\left(\overline{R_i R_j} - \overline{R}_i \overline{R}_j\right), \hat{V}_{ii} = \hat{\sigma}_i^2.$$

Реально это выглядит так (табл. 6.1).

Таблица 6.1

№ ц. б.	R_i	Значение эффективностей ценных бумаг в t - ом периоде			$\hat{m}_i$	Ковариации		
1	R_1	$R_1^{(1)}$	... $R_1^{(t)}$ ...	$R_1^{(T)}$	$\hat{m}_1$	$\hat{V}_{11}$	... $\hat{V}_{1j}$ ...	$\hat{V}_{1n}$
2	R_2	$R_2^{(1)}$	... $R_2^{(1)}$ ...	$R_2^{(T)}$	$\hat{m}_2$	$\hat{V}_{21}$	... $\hat{V}_{2j}$ ...	$\hat{V}_{2n}$
…	…	...	...	...	...	...	...	...
i	R_i	$R_i^{(1)}$	... $R_i^{(t)}$ ...	$R_i^{(T)}$	$\hat{m}_i$	$\hat{V}_{i1}$	... $\hat{V}_{ij}$ ...	$\hat{V}_{in}$
…	…	...	...	...	...	...	...	...
n	R_n	$R_n^{(1)}$	... $R_n^{(t)}$ ...	$R_n^{(T)}$	$\hat{m}_n$	$\hat{V}_{n1}$	$\hat{V}_{nj}$	$\hat{V}_{nn}$

В западной прессе принято собирать данные поквартально на протяжении 25 лет. Такие данные называются историческими. Надо обратить внимание на большой объем обрабатываемой информации. Если делать обработку n ценных бумаг или фирм, предприятий, компаний, то оценке подлежит n математических ожиданий и $\frac{n(n+1)}{2}$ ковариаций, используя nT чисел. Например, при обработке данных за последние 10 лет (для Украины больший период нет смысла рассматривать) получается 40 периодов (T=40). Если оценивается деятельность 500 ведущих предприятий, то надо обрабатывать 40·500 = 20 000 чисел, при этом получим 500 математических ожиданий и $\frac{500(500+1)}{2} = 250\ 502$ ковариаций. Следовательно, получается довольно большое количество чисел, которые надо рассматривать. А потом с помощью этих чисел надо еще находить другие характеристики. Поэтому, в силу этого обстоятельства, прямой статистический подход используется только для вычисления оценок $\widehat{m}_i$, а также для оценки ковариаций между самыми главными акциями в небольшом количестве. Принято выбирать 30 ведущих акций. На их базе выводится знаменитый индекс Доу-Джонса. При этом число данных равно 40·30 = 1 200, а число оцениваемых величин $30 + \frac{30(30+1)}{2} = 495$, что вполне приемлемо.

Портфелем ценных бумаг называется совокупность ценных бумаг. Структурой портфеля ценных бумаг называют соотношение частей инвестиций в ценные бумаги разных видов и предприятий у определенного инвестора (субъекта).

Пример 6.2. Из 3 тыс. гривен инвестор вложил 1000, надеясь заработать на них 5%, 1500 – 10% и 500 – 20%. Структура портфеля такая: X = (0,333; 0,5; 0,167) или X = (33,3%; 50%; 16,7%).

Пусть портфель формируется из n видов ценных бумаг.

Обозначим:

R_i – эффективность ценной бумаги i - го вида;

m_i – ожидаемая эффективность ценной бумаги i - го вида;

σ_i^2 – дисперсия (вариация) эффективности ценной бумаги i - го вида;

V_{ij} – ковариация между R_i и R_j;

$V_{ii} = \sigma_i^2$.

Пусть x_j ($j=\overline{1,n}$) – доля общего вложения, приходящаяся на j - й вид ценных бума. Следовательно

$$\sum_{j=1}^{n} x_j = 1.$$

Тогда эффективность портфеля равна

$$R_p = \sum_{j=1}^{n} x_j R_j,$$

ожидаемая эффективность портфеля равна

$$m_p = M(R_p) = \sum_{j=1}^{n} x_j M\left(R_j\right) = \sum_{j=1}^{n} x_j m_j,$$

дисперсия эффективности портфеля равна

$$V_p = M\left(R_p - m_p\right)^2 = M\left(\sum_{j=1}^{n} x_j\left(R_j - m_j\right)\right)^2 =$$

$$M\left(\sum_{i=1}^{n} x_i\left(R_i - m_i\right)\right)\left(\sum_{j=1}^{n} x_j\left(R_j - m_j\right)\right) =$$

$$\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} x_i x_j M\left\{\left(R_i - m_i\right)\left(R_j - m_j\right)\right\} = \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} x_i x_j V_{ij}.$$

Вариацию можно представить в виде

$$V_p = \sum_i \sum_j x_i x_j \frac{V_{ij}}{\sigma_i \sigma_j} \sigma_i \sigma_j = \sum_i \sum_j x_i x_j \rho_{ij} \sigma_j \sigma_j = \sum_i \sum_j (\sigma_i x_i)(\sigma_j x_j)\, \rho_{ij}.$$

Для n=2 эти формулы имеют вид

$$V_p = V_{11} x_1^2 + V_{12} x_1 x_2 + V_{21} x_1 x_2 + V_{22} x_2^2,$$

$$V_p = (\sigma_1 x_1)^2 + 2(\sigma_1 x_1)(\sigma_2 x_2)\rho_{12} + (\sigma_2 x_2)^2.$$

Мерой риска портфеля будем считать его вариацию или, что то же самое, СКО. Это следует из того, что если имеется две ценные бумаги с процентной ставкой, равной 10%, но разброс для одной из них от 9% до 11%, а для другой от 5% до 15%, то менее рисковой будет первая бумага.

6.2. Влияние корреляции на риск портфеля

Рассмотрим три особых случая ρ_{ij}=0, ρ_{ij}=1, ρ_{ij}=-1.

1. Пусть эффективности ценных бумаг взаимно некоррелируемы, то есть ρ_{ij}= 0 ($i \neq j$). Тогда

$$V_p = \sum_{j=1}^{n} x_j^2 \sigma_j^2 .$$

Произведём простую диверсификацию, вложив деньги в равных долях в бумаги, то есть $x_j = \frac{1}{n}$. Тогда $V_p = \sum_{j=1}^{n} \frac{1}{n^2} \sigma_j^2$. Пусть $\max_i \sigma_i = \bar{\sigma}$. Тогда

$$V_p \le \frac{1}{n^2} \cdot n\bar{\sigma}^2 = \frac{\bar{\sigma}^2}{n} \Rightarrow \sigma_p \le \frac{\bar{\sigma}}{\sqrt{n}} .$$

Отсюда при $n \to \infty$ $\sigma_p \to 0$.

Вывод. С ростом числа разных ценных бумаг, включенных в портфель, эффективности которых взаимно некоррелированы, риск портфеля стремиться к нулю. Сама некоррелируемость эффективностей ценных бумаг, практически, невозможное явление.

Пример 6.3. Рассмотрим условную ситуацию, когда инвестор может формировать портфель из шести различных видов ценных бумаг, эффективности которых взаимно некоррелируемы. Ожидаемые значения эффективностей и их СКО приведены в табл. 6.2.

Таблица 6.2

j	1	2	3	4	5	6
m_j	12	10	9	8	7	6
σ_j	5	4	1	0.9	0.7	0.7

Эффективности и СКО портфелей, составленных поровну из первых двух, трёх, …, шести ценных бумаг, будут равны (Табл. 6.3).

Таблица 6.3

n	2	3	4	5	6
m_p	11	10.33	9.75	9.2	8.67
σ_p	3.20	2.16	1.62	1.30	1.09

Здесь, к примеру, 10,33=(12+10+9)/3; $2{,}16 = \frac{1}{3}\sqrt{5^2 + 4^2 + 1^2}$. В рассматриваемом примере при снижении эффективности на $\frac{11 - 8{,}67}{11} \cdot 100\% = 21{,}2\%$ риск уменьшается почти в три раза.

2. Пусть имеет место полная прямая корреляция, то есть ρ_{ij}=1. В этом случае

$$V_p = \sum_i \sum_j (\sigma_i x_i)(\sigma_j x_j) = \sum_i \sigma_i x_i \sum_j \sigma_j x_j = \left(\sum_i \sigma_i x_i \right)^2 .$$

Снова произведём простую диверсификацию, вложив деньги поровну в ценные бумаги, то есть $x_j = \frac{1}{n}$. Тогда

$$V_p = \frac{1}{n^2} \left(\sum_{j=1}^{n} \sigma_i \right)^2 .$$

Пусть

$$\max_i \sigma_i = \overline{\sigma}, \quad \min_i \sigma_i = \underline{\sigma}.$$

Тогда

$$\frac{1}{n^2} \cdot (n\underline{\sigma})^2 \le V_p \le \frac{1}{n^2} \cdot (n\overline{\sigma})^2 \Rightarrow \underline{\sigma}^2 \le V_p \le \overline{\sigma}^2 \Rightarrow \underline{\sigma} \le \sigma_p \le \overline{\sigma}.$$

<u>Вывод.</u> При полной прямой корреляции диверсификация не даёт существенного уменьшения риска. Риск равен среднему риску от вложений и не стремится к нулю с увеличением числа видов ценных бумаг.

Полной прямой корреляцией могут быть связаны эффективности акций, к примеру, энергетических компаний, ценные бумаги одного и того же банка в разных филиалах. Полная корреляция имеет место, если курсы ценных бумаг определяются одним и тем же внешним фактором. Причём изменение этого фактора действует в одну и ту же сторону.

3. Случай полной прямой обратной корреляции ρ_{ij}= -1 ($i \neq j$). Для понимания ситуации достаточно проанализировать портфель, составленный всего из двух типов ценных бумаг. В этом случае

$$V_p = \sigma_1{}^2 x_1{}^2 - 2\sigma_1 x_1 \sigma_2 x_2 + \sigma_2^2 x_2^2 = (\sigma_1 x_1 - \sigma_1 x)^2 .$$

Если $x_2 = \frac{\sigma_1}{\sigma_2} x_1$, то V_p=0.

<u>Вывод.</u> При полной обратной корреляции, возможно, такое распределение вложений между различными видами ценных бумаг, что риск полностью отсутствует.

Полная обратная корреляция между эффективностями двух ценных бумаг достаточно редкое явление, но возможна. Например, в обратной корреляции находятся эффективности акций тепловых электростанций, работающих на нефтепродуктах и эффективности акций атомных электростанций.

Пример 6.4. Пусть эффективности двух ценных бумаг, имеющих одинаковую стоимость находящихся в полной обратной корреляции со СКО 2 и 3, соответственно. Тогда безрисковым будет портфель X=(3/5,2/5)=(60%,40%).

В действительности эти крайние случаи довольно редкое явления. На одной Нью-Йоркской бирже было установлено, что коэффициент корреляции между эффективностями ценных бумаг находиться в интервале (0,4; 0,6). Но в любом случае надо делать диверсификацию, руководствуясь основным финансовым правилом: не клади яйца в одну корзину.

6.3. Оптимальный портфель

При формировании портфеля ценных бумаг надо делать выбор между его предполагаемой эффективностью и риском. Чем выше предполагается его ожидаемая эффективность, тем выше и его риск.

Задача формирования оптимального портфеля ставиться так. При заданной эффективности найти структуру портфеля, обеспечивающую его минимальный риск.

Математическая модель нахождения оптимального портфеля имеет вид

$$V_p = \sum_i \sum_j V_{ij} x_i x_j \to \min,$$

$$\begin{cases} \sum_j m_j x_j = m_{p,} \\ \sum_j x_j = 1. \end{cases}$$

Задача заключается в нахождении x_j, минимизирующих вариацию портфеля V_p при условии, что обеспечивается заданное значение m_p ожидаемой эффективности.

Принято рассматривать два случая: $x_j \geq 0$ и x_j произвольного знака (либо заключены в некотором промежутке). Если $x_j < 0$, то это означает, что бумаги j- го вида рекомендуется взять в долг или взять в долг деньги под m_j процент (допустимо short sale) для формирования необходимого портфеля. В случае допустимости short sale решение представляется в виде

$$x^* = V^{-1}\frac{m_p(IJ_{12} - MJ_1) + MJ_{12} - IJ_2}{J_{12}^2 - J_1 J_2},$$

где $I = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ \cdot \\ 1 \end{pmatrix}, M = \begin{pmatrix} m_1 \\ m_2 \\ \cdot \\ m_n \end{pmatrix}, \begin{cases} J_1 = I^T V^{-1} I, J_2 = M^T V^{-1} M, \\ J_{12} = I^T V^{-1} M, \\ I^T = (1, 1, \cdots, 1), M^T = (m_1, m_2, \cdots, m_n). \end{cases}$

Вычисления по этой формуле очень объемные. Поэтому эту задачу следует решать с помощью компьютера. Очень просто эта задача решается с помощью опции <<Квадратичное программирование >> в QSB. В случае недопустимости short sale вычисления еще более сложные. Но при решении с помощью компьютера это не имеет никакого значения. Поэтому здесь рассматриваем только случай допустимости short sale.

6.4. Оптимальный портфель в случае наличия безрисковых ценных бумаг

Пусть на рынке ценных бумаг имеются безрисковые ценные бумаги с эффективностью r_0.

Математическая модель оптимального портфеля имеет вид

$$V_p = \sum_i \sum_j V_{ij} x_i x_j \to \min,$$

$$\begin{cases} m_1 x_1 + m_2 x_1 + \cdots + m_n x_n + r_o x_o = m_p, \\ x_1 + x_2 + \cdots + x_n + x_o = 1, \end{cases}$$

x_0 – доля капитала, вложенного в безрисковые ценные бумаги. В случае допустимости short sale структура оптимального портфеля определяется формулой

$$X^* = \frac{V^{-1}(M - r_0 I)}{(M - r_0 I)^T V^{-1}(M - r_0 I)}(m_p - r_0), \quad \begin{cases} X^* = (x_1^*, x_2^*, \ldots, x_n^*), \\ x_1^* + x_2^* + \ldots + x_n^* + x_0^* = 1. \end{cases}$$

Величины σ_p^* и m_p можно находить или непосредственно по формулам для V_p и m_p или по формулам:

$$\sigma_p^* = g^{-1}(m_P - r_0), \text{ где } g^2 = (m - r_0 I)^T V^{-1}(m - r_0 I) \text{ или } m_P = r_0 + g\sigma_p^*.$$

Отсюда следует, что структура рисковой части будет следующей:

$$x_r^* = \frac{x^*}{\sum_{j=1}^{n} x_j^*} = \frac{x^*}{I^T x^*} = \frac{V^{-1}(M - r_0 I) \cdot (M - r_0 I)^T V^{-1}(M - r_0 I)}{(M - r_0 I)^T V^{-1}(M - r_0 I) V^{-1} \cdot I^T (M - r_0 I)} = \frac{V^{-1}(M - r_0 I)}{I^T (M - r_0 I)},$$

то есть

$$x_r^* = \frac{x^*}{\sum x_i^*} = \frac{V^{-1}(M - r_0 I)}{I^T V^{-1}(M - r_0 I)} \quad (x_r^* = (x_{r1}^*, x_{r2}^*, \ldots, x_{rn}^*)).$$

Следовательно, структура рисковой части в оптимальном портфеле постоянна (не зависит от предполагаемой ожидаемой эффективности портфеля). Этот факт заметил Д. Тобин. То есть, если на рынке кроме рисковых ценных бумаг имеются и безрисковые (или почти безрисковые) типа государственных с фиксированным доходом, то решение задачи значительно упрощается.

6.5. Распределение капитала между безрисковыми и рисковыми вложениями

В силу результатов предыдущего пункта на практике и в теории главная задача состоит в правильном распределении капитала между безрисковыми и рисковыми вложениями.

Имеют место следующие соотношения:

$$R_p = x_o R_o + (1 - x_o) R_r;$$

$$m_p = x_o r_o + (1 - x_o) m_r;$$

$$\sigma_p = (1 - x_o)\sigma_r;$$

$$m_p - r_o = \frac{m_r - r_o}{\sigma_r}\sigma_p.$$

Из последней формулы следует, что связь между ожидаемым значением всего вклада и СКО линейна.

Если на рынке ценных бумаг имеются безрисковые ценные бумаги, то инвестор на свое усмотрение (в меру его склонности к риску) выбирает, какую часть капитала вложить в безрисковые, а какую в рисковые. При этом структура рисковой части определяется однозначно, независимо от склонности к риску инвестора.

6.6. Качественная характеристика структуры портфеля ценных бумаг. Примеры

Ситуация здесь следующая. С увеличением требуемой эффективности вклады в каждую ценную бумагу меняются линейно, если допустимо short sale, и кусочно линейно, если недопустимо. Доли более эффективных бумаг растут, менее эффективных уменьшаются. Графически это выглядит так:

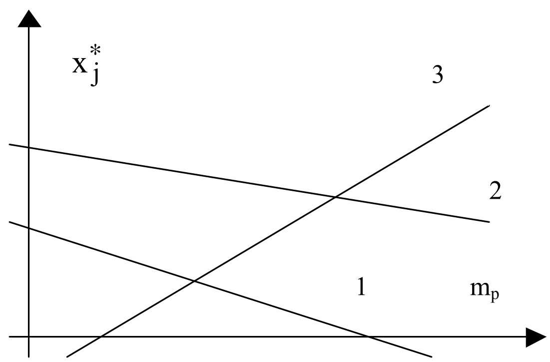


Рис. 6. 1. Доли вкладов в оптимальном портфеле при допустимости short sale.
$m_1 < m_2 < m_3$

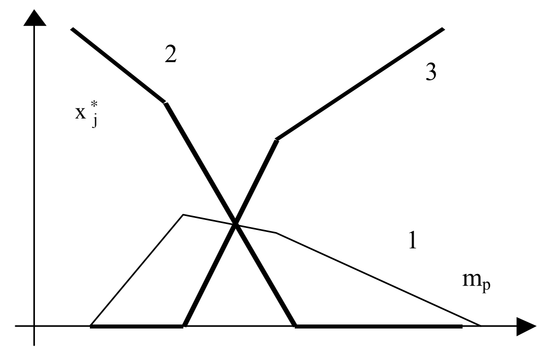


Рис. 6. 2. Доли вкладов в оптимальном портфеле при недопустимости short sale.
$m_1 < m_2 < m_3$

Мера риска оптимального портфеля возрастает с ростом требуемой эффективности. При наличии капитала, взятого в долг, можно сформировать портфель с любой ожидаемой эффективностью, но при этом и риск будет неограниченным.

В случае наличия безрисковых ценных бумаг доли вкладов в ценные бумаги можно проиллюстрировать следующими рисунками.

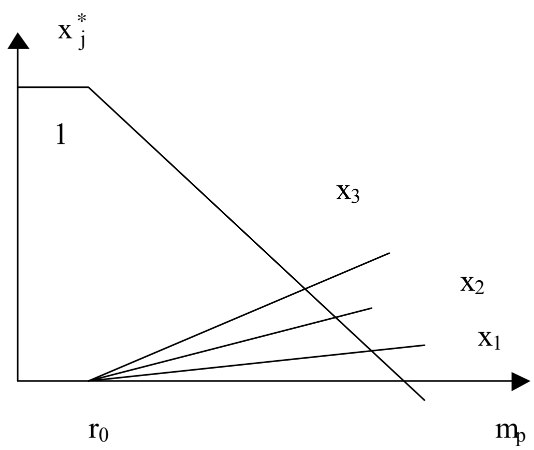


Рис. 6. 3. Доли вкладов в оптимальном портфеле при допустимости short sale.
$m_1 < m_2 < m_3$

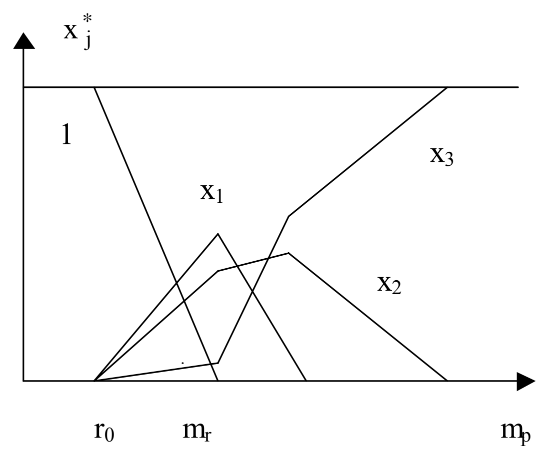


Рис. 6. 4. Доли вкладов в оптимальном портфеле при недопустимости short sale.
$m_1 < m_2 < m_3$

Если же взятие в долг невозможно, то предельная ожидаемая эффективность портфеля совпадает с эффективностью той ценной бумаги, эффективность которой самая большая. В нее вкладывается весь наличный капитал. Если есть несколько с максимальным ожидаемым эффектом, то капитал распределяется между ними. Графически это выглядит так:

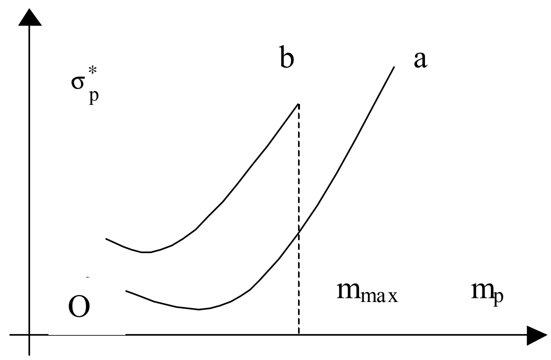


Рис. 6.5

Зависимость минимального риска от ожидаемой эффективности портфеля

a) при допустимости short sale;

b) при недопустимости short sale.

Сделаем геометрическую иллюстрацию допустимого множества портфелей из трех акций и выбора оптимального портфеля менеджерами с разными функциями полезности

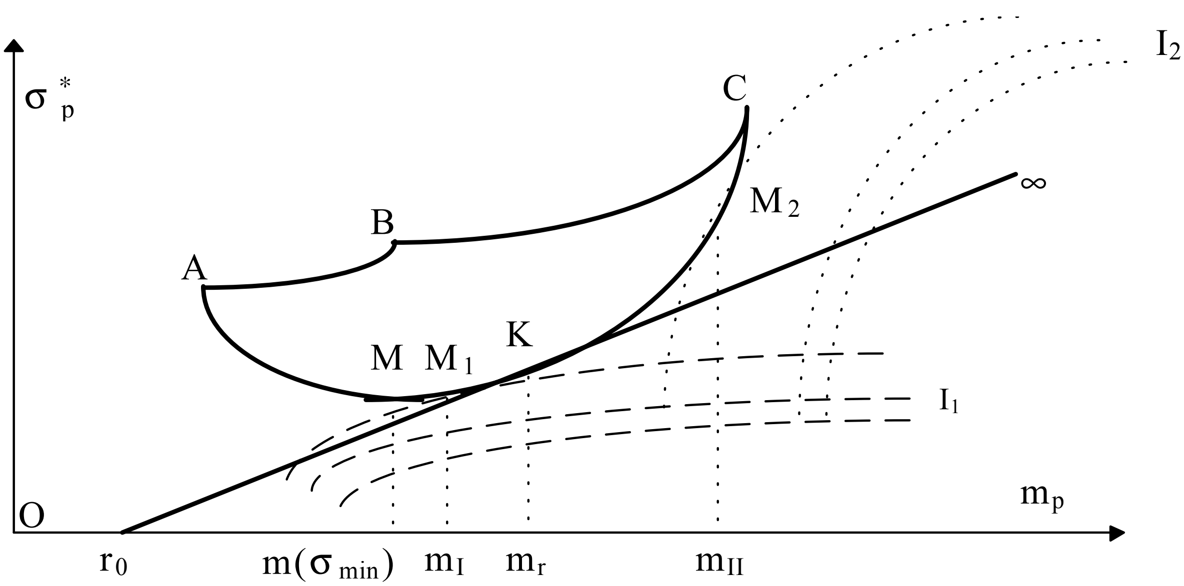


Рис. 6.6

Фигура АВСМ – множество допустимых портфелей ($x_j \geq 0$).

Точкам А,В,С соответствуют портфели, состоящие только, соответственно, из акций А,В,С.

МС – множество эффективных портфелей.

M_1 – портфель, выбираемый менеджером с линиями безразличия I_1.

M_2 – портфель, выбираемый менеджером с линиями безразличия I_2.

r_0 – эффективность безрисковой ценной бумаги (портфель, состоящий только из безрисковых ценных бумаг с эффективностью r_0).

К – оптимальный портфель, состоящий только из рисковых ценных бумаг при условии, что имеются безрисковые с эффективностью r_0.

Kr_0 – множество оптимальных портфелей с долей безрисковых x_0 ($0 \leq x_0 \leq 1$).

$K\infty$ – множество оптимальных портфелей с отрицательной долей безрисковых ценных бумаг ($x_0 \leq 0$). В этом случае безрисковые бумаги берутся в долг и за их счет формируется портфель с любой эффективностью, но и с большим риском.

Если весь капитал инвестируется в безрисковые ценные бумаги, то эффективность вложения равна r_0 и риск равен нулю. Если весь капитал инвестировать в рисковые ценные бумаги, то ожидаемая эффективность равна m_r. а СКО (риск) равен σ_r. Любому промежуточному решению ($0 < x_0 < 1$) соответствует одна из точек отрезка [К, r_0]. Если имеется возможность брать безрисковые ценные бумаги в долг ($x_0 < 0$, [К,∞]), то достижима любая ожидаемая эффективность, сопряженная соответственно с растущим риском.

Для ориентации массового инвестора в море облигаций, выпускаемых различными корпорациями, крупные брокерские фирмы публикуют рейтинги бонов (ценные бумаги, удостоверяющие вклад на длительный срок). Все эмитенты разбиваются на 9 классов: Ааа, Аа, А, Ваа, Ва,В,Саа, Са, С. Боны, принадлежащие к классу Ааа, оцениваются как абсолютно надежные, боны, принадлежащие к классу С, - как не имеющие абсолютно никаких перспектив. Остальные классы имеют промежуточную надежность. Начиная с уровня В боны считаются спекулятивными и негодными для долгосрочных инвестиций.

В случае двух ценных бумаг изложение существенно упрощается:

$$V_p = V_{11}x_1^2 + 2V_{12}x_1x_2 + V_{22}x_2^2 \to \min, \qquad \begin{cases} x_1 + x_2 = 1, \\ m_1x_1 + m_2x_2 = m_p. \end{cases}$$

В частности, если вторая ценная бумага безрисковая, то

$$\begin{cases} x_1 + x_0 = 1, \\ m_1 x_1 + r_0 x_0 = m_p, \end{cases} \qquad \sigma_p = (1 - x_0)\sigma_r.$$

Пример 6.5. В табл. 6.4 указаны вероятностные характеристики трех ценных бумаг, полученные путем обработки временных рядов (математические ожидания и ковариации):

1. Задаваясь желаемым значением ожидаемой эффективности портфеля m_p=6%, найти структуру оптимального портфеля и соответствующий риск.

Таблица 6.4

i	m_i
1	10
2	5
3	3

V_{ij}	1	2	3
1	8	1	–2
2	1	2	–1
3	–2	–1	1

2. Найти оптимальную структуру рисковой части портфеля, если принять во внимание, что имеются безрисковые ценные бумаги с эффективностью 2%. Указать его эффективность и риск.

3. Найти оптимальное распределение вложений, эффективность оптимального портфеля и риск, если имеется 3тыс. гривен, из которых треть вкладывается в безрисковые.

Решение.

1.

$$V = \begin{pmatrix} 8 & 1 & -2 \\ 1 & 2 & -1 \\ -2 & -1 & 1 \end{pmatrix}, \quad V^{-1} = \frac{1}{3}\begin{pmatrix} 1 & 1 & 3 \\ 1 & 4 & 6 \\ 3 & 6 & 15 \end{pmatrix}, \quad V^{-1}I = \frac{1}{3}\begin{pmatrix} 1 & 1 & 3 \\ 1 & 4 & 6 \\ 3 & 6 & 15 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5/3 \\ 11/3 \\ 24/3 \end{pmatrix},$$

$$J_1 = I^T V^{-1} I = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 5/3 \\ 11/3 \\ 24/3 \end{pmatrix} = \frac{40}{3}, V^{-1}M = \frac{1}{3}\begin{pmatrix} 1 & 1 & 3 \\ 1 & 4 & 6 \\ 3 & 6 & 15 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 10 \\ 5 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8 \\ 16 \\ 35 \end{pmatrix},$$

$$J_2 = M^T V^{-1} M = \begin{pmatrix} 10 & 5 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 8 \\ 16 \\ 35 \end{pmatrix} = 265, \qquad J_{12} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 8 \\ 16 \\ 35 \end{pmatrix} = 59,$$

$$J_{12}^2 - J_1 J_2 = 59^2 - \frac{40}{3} \cdot 265 = -\frac{157}{3}, \quad IJ_{12} - MJ_1 = 59 \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} - \frac{40}{3} \begin{pmatrix} 10 \\ 5 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -223/3 \\ -23/3 \\ 19 \end{pmatrix},$$

$$MJ_{12} - IJ_2 = 59 \begin{pmatrix} 10 \\ 5 \\ 3 \end{pmatrix} - 265 \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 325 \\ 30 \\ -88 \end{pmatrix},$$

$$m_P \left(IJ_{12} - MJ_1 \right) + MJ_{12} - IJ_2 = 6 \begin{pmatrix} -223/3 \\ -23/3 \\ 19 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 325 \\ 30 \\ -88 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -121 \\ -16 \\ 26 \end{pmatrix}.$$

Следовательно,

$$x^* = -\frac{3}{157} \cdot \frac{1}{3} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 3 \\ 1 & 4 & 6 \\ 3 & 6 & 15 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -121 \\ -16 \\ 26 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 59/157 \\ 29/157 \\ 69/157 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0{,}376 \\ 0{,}185 \\ 0{,}439 \end{pmatrix}.$$

Таким образом, оптимальным вложением будет

37,6% – I, 18,5% – II, 43,9% – III.

При этом

$$V_p^* = 8 \cdot 0{,}376^2 + 2 \cdot 1 \cdot 0{,}185 \cdot 0{,}376 + 2 \cdot 0{,}185^2 - 2 \cdot 2 \cdot 0{,}376 \cdot 0{,}439 -$$
$$- 2 \cdot 0{,}185 \cdot 0{,}439 + 1 \cdot 0{,}439^2 = 0{,}709,$$

$$\sigma_P^* = \sqrt{0{,}709} = 0{,}842.$$

2. $$x_r^* = \frac{V^{-1}(M - r_0 I)}{I^T V^{-1}(M - r_0 I)}. \qquad M - Ir_0 = \begin{pmatrix} 10 \\ 5 \\ 3 \end{pmatrix} - 2 \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix},$$

$$V^{-1}(M-Ir_0)=\frac{1}{3}\begin{pmatrix}1 & 1 & 3\\ 1 & 4 & 6\\ 3 & 6 & 15\end{pmatrix}\begin{pmatrix}8\\ 3\\ 1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}14/3\\ 26/3\\ 57/3\end{pmatrix},$$

$$I^TV^{-1}(M-Ir_0)=\begin{pmatrix}1 & 1 & 1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}14/3\\ 26/3\\ 57/3\end{pmatrix}=\frac{97}{3}. \quad x_r^*=\frac{3}{97}\begin{pmatrix}14/3\\ 26/3\\ 57/3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}14/97\\ 26/97\\ 57/97\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0{,}144\\ 0{,}268\\ 0{,}588\end{pmatrix}.$$

Следовательно, структура рисковой части портфеля такая:

14,4% – I,   26,8% – II,   58,8% – III.

При этом: $m_r = 0{,}144\cdot 10+0{,}268\cdot 5+0{,}588\cdot 3=4{,}544$,

$$V_r^* = 8\cdot 0{,}144^2+2\cdot 1\cdot 0{,}268\cdot 0{,}144+2\cdot 0{,}268^2-2\cdot 2\cdot 0{,}144\cdot 0{,}588-2\cdot 0{,}268\cdot 0{,}588+$$
$$+1\cdot 0{,}588^2=0{,}0786,$$
$$\sigma_r^*=\sqrt{0{,}0786}=0{,}28.$$

3. Из 3 тыс. грв. 1 тыс. вкладываются под 2%. Оставшиеся 2 тыс. распределяются следующим образом: $0{,}144\cdot 2000=288$ под 10%; $0{,}268\cdot 2000=536$ под 5%; $0{,}588\cdot 2000=1176$ под 3%. Эффективность и риск этого портфеля, соответственно, равны

$$m_p= x_0r_0+(1-x_0)m_r= \frac{1}{3}\cdot 2+\frac{2}{3}\cdot 4{,}544=3{,}696,\ \sigma_p^*=(1-x_0)\sigma_r=\frac{2}{3}\cdot 0{,}28=0{,}187.$$

Общая структура портфеля такая:

9,6% – I,   17,9% – II,   39,2% – III, 33,3% – безрисковые.

Здесь $0{,}096 = 0{,}144\cdot\frac{2}{3},\ 0{,}179=0{,}268\cdot\frac{2}{3},\ 0{,}392=0{,}588\cdot\frac{2}{3}$.

Пример 6.6. Имеется два вида ценных бумаг: рисковые, с эффективностью 0,6 и σ = 4 и безрисковые, с эффективностью 0,2. Имеется 100 гривен. Надо определить структуры портфелей с эффективностями 0; 0,2; 0,4; 0,6; 1; 2; 10; 100. Указать: 1) эффективности портфелей в долях и процентах; 2) деньги, которые предполагается получить в результате этих финансовых операций; 3) структуру портфелей в долях и деньгах; 4) σ_p. Объяснить шестую ситуацию.

Решение. В данной ситуации задачи имеют однозначные решения, которые определяются формулами

$$\begin{cases} x_1 + \quad x_0 = 1, \\ 0{,}6x_1 + 0{,}2x_0 = m_P, \end{cases} \qquad \begin{cases} x_0 = \dfrac{0{,}6 - m_P}{0{,}4}, \\ x_1 = 1 - x_0, \end{cases} \quad \sigma_P = (1 - x_0)\sigma_r.$$

Результаты вычислений оформляем табл. 6.5.

Таблица 6.5

N	Вложения	Эффект. порт. m_P		Ожид. выигрыш	Структура портфелей				СКО σ_P
					Доли		Деньги		
		Части	%		0,6	0,2	0,6	0,2	
1	100	0	0	100	–0,5	1,5	–50	150	2
2	100	0,2	20	120	0	1	0	100	0
3	100	0,4	40	140	0,5	0,5	50	50	2
4	100	0,6	60	160	1	0	100	0	4
5	100	1	100	200	2	–1	200	–100	8
6	100	2	200	300	4,5	–3,5	450	–350	18
7	100	10	1000	1100	24,5	–23,5	2450	–2350	98
8	100	100	10000	10100	249,5	–248,5	24950	–24850	998

Объяснение шестой ситуации. Имеется 100 гривен. В долг берется 350 гривен под 20%. Стало 450 гривен. 450 вкладывается под 60%. Получается $450 + 0{,}6 \cdot 450 =$ 720. Отдается кредит $350 + 0{,}2 \cdot 350$ = 420. Осталось 720–420=300. Эффективность финансовой операции равна (300–100)/100 = 2 или 200%. Из таблицы видно, что с ростом эффективности растет и риск (СКО, σ).

6.7. Нахождение оптимальной структуры портфеля с помощью компьютера

В случае допустимости "short sale" оптимальную структуру портфеля можно легко найти с помощью нахождения некоторой обратной матрицы, которую надо находить с помощью Excel.

а) Случай отсутствия безрисковых ценных бумаг.

Для определенности рассмотрим портфель из трех ценных бумаг.

$$V = \sum x_i x_j V_{ij} \to \min,$$

$$\begin{cases} m_1x_1 + m_2x_2 + m_3x_3 = m_p, \\ x_1 + x_2 + x_3 = 1. \end{cases}$$

Составляем матрицу Z и находим обратную матрицу Z^{-1}. Способ нахождения обратной матрицы надо узнать. Он рассматривался в курсе эконометрии. Последовательность действий при нахождении обратной матрицы такая: 1) Пуск, 2) Программы, 3) Office97, 4) Microsoft EXCEL, 5) Набрать квадратную матрицу, 6) Выбрать место (черным затенением) для обратной матрицы таких же размеров, как и исходная матрица, 7) f_* , 8) Выделить МОБР, 9) ОК, 10) В центре выбрать массив, 11) Выделить пунктиром исходную матрицу, 12) Одновременно (два раза подряд) нажать три клавиши [Control,⇑,↵]. Может быть и другая последовательность действий.

$$Z = \begin{pmatrix} 2V_{11} & 2V_{12} & 2V_{13} & m_1 & 1 \\ 2V_{21} & 2V_{22} & 2V_{23} & m_2 & 1 \\ 2V_{31} & 2V_{32} & 2V_{33} & m_3 & 1 \\ m_1 & m_2 & m_3 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad Z^{-1} = \begin{pmatrix} - & - & - & d_{14} & d_{15} \\ - & - & - & d_{24} & d_{25} \\ - & - & - & d_{34} & d_{35} \\ - & - & - & - & - \\ - & - & - & - & - \end{pmatrix}.$$

В обратной матрице используются только шесть чисел

$$\bar{a} = \begin{pmatrix} d_{14} \\ d_{24} \\ d_{34} \end{pmatrix}, \quad \bar{b} = \begin{pmatrix} d_{15} \\ d_{25} \\ d_{35} \end{pmatrix}.$$

Тогда $\begin{pmatrix} x_1^* \\ x_2^* \\ x_3^* \end{pmatrix} = \bar{a} \cdot m_p + \bar{b} = \begin{pmatrix} d_{14}m_p + d_{15} \\ d_{24}m_p + d_{25} \\ d_{34}m_p + d_{35} \end{pmatrix},$

$$x_1^* = d_{14}m_p + d_{15}, \quad x_2^* = d_{24}m_p + d_{25}, \quad x_3^* = d_{34}m_p + d_{35}.$$

В рассмотренном выше примере

$$Z=\begin{pmatrix} 16 & 2 & -4 & 10 & 1 \\ 2 & 4 & -2 & 5 & 1 \\ -4 & -2 & 2 & 3 & 1 \\ 10 & 5 & 3 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix},\ Z^{-1}=\begin{pmatrix} - & - & - & 0.159 & -0,580 \\ - & - & - & -0.057 & 0,529 \\ - & - & - & -0.102 & 1,051 \\ - & - & - & - & - \\ - & - & - & - & - \end{pmatrix},$$

$$x^*=\begin{pmatrix} 0,159 \\ -0,057 \\ -0,102 \end{pmatrix}\cdot 6+\begin{pmatrix} -0,580 \\ 0,529 \\ 1,051 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 0,376 \\ 0,185 \\ 0,439 \end{pmatrix},$$

$$x_1^*=37,6\%,\ x_2^*=18,5\%,\ x_3^*=43,9\%,$$

$$V_p^*=8\cdot 0,376^2+2\cdot 1\cdot 0,185\cdot 0,376+2\cdot 0,185^2-2\cdot 2\cdot 0,376\cdot 0,439-$$
$$-2\cdot 0,185\cdot 0,439+1\cdot 0,439^2=0,709,$$

$$\sigma_p^*=\sqrt{0,709}=0,842\,.$$

б) Случай наличия рисковых ценных бумаг.

$$V=\sum x_i x_j V_{ij}\to \min,$$

$$\begin{cases} m_1x_1+m_2x_2+m_3x_3+r_0x_0=m_p, \\ x_1+x_2+x_3+x_0=1. \end{cases}$$

Снова составляем новую матрицу Z и находим обратную к ней.

$$Z=\begin{pmatrix} 2V_{11} & 2V_{12} & 2V_{13} & m_1 & 1 & 0 \\ 2V_{21} & 2V_{22} & 2V_{32} & m_2 & 1 & 0 \\ 2V_{31} & 2V_{32} & 2V_{33} & m_3 & 1 & 0 \\ m_1 & m_2 & m_3 & 0 & 0 & r_0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & r_0 & 1 & 0 \end{pmatrix},\ Z^{-1}=\begin{pmatrix} - & - & - & d_{14} & d_{15} & - \\ - & - & - & d_{24} & d_{25} & - \\ - & - & - & d_{34} & d_{35} & - \\ - & - & - & - & - & - \\ - & - & - & - & - & - \\ - & - & - & d_{64} & d_{65} & - \end{pmatrix}\backslash$$

Чтобы найти оптимальную структуру рисковой части, достаточно выписать только три числа $\bar{d}=(d_{15},d_{25},d_{35})$.

Тогда

$$x_{r1}^* = \frac{d_{15}}{d_{15} + d_{25} + d_{35}}, \qquad x_{r2}^* = \frac{d_{25}}{d_{15} + d_{25} + d_{35}}, \qquad x_{r3}^* = \frac{d_{35}}{d_{15} + d_{25} + d_{35}},$$

$$m_r^* = x_{r1}^* m_1 + x_{r2}^* m_2 + x_{r3}^* m_3.$$

Полностью выписывать восемь чисел $\bar{c}, \bar{d}$ надо, если требуется найти структуру портфеля с эффективностью m_p. В этом случае

$$x^* = \bar{c} \cdot m_p + \bar{d} = \begin{pmatrix} d_{14} m_p & + & d_{15} \\ d_{24} m_p & + & d_{25} \\ d_{34} m_p & + & d_{35} \\ d_{64} m_p & + & d_{65} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_1^* \\ x_2^* \\ x_3^* \\ x_0^* \end{pmatrix}.$$

В рассмотренном выше примере

$$Z = \begin{pmatrix} 16 & 2 & -4 & 10 & 1 & 0 \\ 2 & 4 & -2 & 5 & 1 & 0 \\ -4 & -2 & 2 & 3 & 1 & 0 \\ 10 & 5 & 3 & 0 & 0 & 2 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 2 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad Z^{-1} = \begin{pmatrix} - & - & - & - & -0{,}113 & - \\ - & - & - & - & -0{,}211 & - \\ - & - & - & - & -0{,}462 & - \\ - & - & - & - & - & - \\ - & - & - & - & - & - \\ - & - & - & - & - & - \end{pmatrix}.$$

Следовательно,

$$x_{r1}^* = \frac{-0{,}113}{-0{,}113 - 0{,}211 - 0{,}462} = 0{,}144, \quad x_{r2}^* = \frac{-0{,}211}{-0{,}113 - 0{,}211 - 0{,}462} = 0{,}268,$$

$$x_{r3}^* = \frac{-0{,}462}{-0{,}113 - 0{,}211 - 0{,}462} = 0{,}588.$$

Следовательно,

$x_{r1}^* = 14{,}4\%,$ $\qquad$ $x_{r2}^* = 26{,}8\%,$ $\qquad$ $x_{r3}^* = 58{,}8\%.$

При этом

$$m_r = 0{,}144 \cdot 10 + 0{,}268 \cdot 5 + 0{,}588 \cdot 3 = 4{,}544,$$

$$V_r^* = 8 \cdot 0{,}144^2 + 2 \cdot 1 \cdot 0{,}268 \cdot 0{,}144 + 2 \cdot 0{,}268^2 - 2 \cdot 2 \cdot 0{,}144 \cdot 0{,}588 -$$
$$- 2 \cdot 0{,}268 \cdot 0{,}588 + 1 \cdot 0{,}588^2 = 0{,}0786,$$

$$\sigma_r^* = \sqrt{0{,}0786} = 0{,}28.$$

В литературе иногда структуру рисковой части находят с помощью уравнения касательной. На рис 6.6 это касательная r_0K . Но так решать относительно громоздко и поэтому неудобно.

Все вычисления значительно упрощаются при использовании программы QSB^+. Она помещается на одну дискету и поэтому ей удобно пользоваться. Ее можно перенести на свою дискету в учебном классе.

Пользоваться программой QSB^+ надо следующем образом. В QSB^+ выбираем Qsb. exe и программу „квадратичное программирование". В случае отсутствия безрисковых ценных бумаг выбираем опции min, количество переменных – 3, количество ограничений – 2 и т.д. то есть по столбцу: (2,3,2,-,1,0,1).

Потом вносим данные в компьютер:

$$\begin{array}{ccccc} 0 & 0 & 0 & & \\ V_{11} & V_{12} & V_{13} & & \\ V_{21} & V_{22} & V_{23} & & \\ V_{31} & V_{32} & V_{33} & & \\ m_1 & m_2 & m_3 & = & m_p \\ 1 & 1 & 1 & = & 1 \end{array} \qquad \begin{array}{ccccc} 0 & 0 & 0 & & \\ 8 & 1 & -2 & & \\ 1 & 2 & -1 & & \\ -2 & -1 & 1 & & \\ 10 & 5 & 3 & = & 6 \\ 1 & 1 & 1 & = & 1 \end{array}$$

Выбираем <<решение>> и получаем ответ: (0,375; 0,184; 0,441).

В случае наличия рисковых ценных бумаг с эффективностью r_0 выбираем min, количество переменных – 4, количество ограничений – 2 и т. д. Потом вносим данные

$$\begin{array}{cccccc} 0 & 0 & 0 & 0 & & \\ V_{11} & V_{12} & V_{13} & 0 & & \\ V_{21} & V_{22} & V_{23} & 0 & & \\ V_{31} & V_{32} & V_{33} & 0 & & \\ 0 & 0 & 0 & 0 & & \\ m_1 & m_2 & m_3 & r_0 & = & m_p \\ 1 & 1 & 1 & 1 & = & 1 \end{array} \qquad \begin{array}{cccccc} 0 & 0 & 0 & 0 & & \\ 8 & 1 & -2 & 0 & & \\ 1 & 2 & -1 & 0 & & \\ -2 & -1 & 1 & 0 & & \\ 0 & 0 & 0 & 0 & & \\ 10 & 5 & 3 & 2 & = & 6 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & = & 1 \end{array}$$

Получаем решение

$$x^* = (x_1^*, x_2^*, x_3^*, r_0^*). \quad x^*=(0,227;\ 0,421;\ 0,923;\ -0,571).$$

Отсюда

$$x_{r1}^* = \frac{x_1^*}{x_1^* + x_2^* + x_3^*}, \quad x_{r2}^* = \frac{x_2^*}{x_1^* + x_2^* + x_3^*}, \quad x_{r3}^* = \frac{x_3^*}{x_1^* + x_2^* + x_3^*}.$$

$$x_{r1}^* = \frac{0,227}{0,227 + 0,421 + 0,923} = \frac{0,227}{1,571} = 0,145; \ x_{r2}^* = \frac{0,421}{1,571} = 0,268; \ x_{r3}^* = \frac{0,923}{1,571} = 0,588.$$

Существенным преимуществом использования QSB^+ является то, что здесь можно указывать границы изменения переменных x_1, x_2, x_3, r_0. Если ограничения не накладываются, то предполагается, что все переменные ≥ 0.

6.8. Риск и неравенство Чебышева

Дисперсия не полностью характеризует степень риска. Но она позволяет в некоторых случаях довольно чётко определить предельные шансы менеджера (инвестора, предпринимателя) при принятии экономических решений. Теоретическая база для этого заложена в неравенстве Чебышева:

$$P(|R - m| > \delta) \leq \frac{V}{\delta^2},$$

где

R – случайная величина;

m – её математическое ожидание;

δ – величина отклонения случайной величины от её математического ожидания;

$V=\sigma^2$ – дисперсия случайной величины;

Так как $p\leq 1$, то естественно требовать $V\leq\delta^2$.

Пусть инвестиции осуществляются за счёт кредита взятого под процент r_s под залог недвижимости. Найдём вероятность события, что инвестор не сможет вернуть долг и лишится своей недвижимости.

Пусть R – случайная величина эффективности вложений с математическим ожиданием m и дисперсией V. Тогда вероятность неразорения равна

$$P(R<r_s)=P(R-m< r_s -m)= P(m-R< m-r_s)= P(|R-m| < m-r_s) \le \frac{V}{(m-r_s)^2}.$$

Рационально вкладывать под кредит можно только тогда, когда $m > r_s$.

Для того, чтобы шанс разорения был не более одного из 9, достаточно, чтобы выполнялось неравенство

$$\frac{V}{(m-r_s)^2} \le \frac{1}{9}.$$

Отсюда следует, что $3\sigma \le m- r_s$ или

$$m \ge r_s+3\sigma$$

Это правило трёх сигм.

Пример 6.7. Предприниматель берёт кредит под 20% годовых. Эксперты оценивают, что риск, связанный с колебаниями ожидаемой прибыли, составляет 10%. Оценить с вероятностью 1/9 уровень ожидаемой прибыли, чтобы избежать банкротства. По полученным формулам имеем

$$m \ge 20\%+3\cdot 10\%=50\%.$$

Рассмотрим ещё случай, когда кредитор инвестирует лишь часть своего капитала, оставляя остальную часть на сбережение под процент r_0.

Пусть

S – начальный капитал;

x_0 – доля, вложенная на сбережения под процент r_0.

Разорение возможно, если

$$x_0S(1+ r_0)+(1- x_0)S(1+R)<0.$$

Отсюда

$$R < -\frac{1+x_0r_0}{1-x_0}.$$

Оценка по неравенству Чебышева даёт риск банкротства с вероятностью, меньшей чем 1/9 тогда, когда

$$3\sigma < m + \frac{1+x_0r_0}{1-x_0} \quad \text{или} \quad m > -\frac{1+x_0r_0}{1-x_0} + 3\sigma.$$

Игра на собственный капитал значительно безопаснее. Если инвестировать весь собственный капитал, то достаточным уровнем неразорения будет

$$m \geq -1+3\sigma.$$

6.9. Расчёт опционов

Опцион – контракт, заключенный между двумя лицами, в соответствии с которым одно лицо предоставляет другому лицу право купить определенный актив по определенной цене в рамках определенного периода времени или предоставить право продать определенный актив по определенной цене в рамках определенного периода времени.

Опцион «колл» – предоставляет право покупателю купить (отозвать).

Опцион «пут» – предоставляет право покупателю продать.

Стоимость опциона связана со стоимостью базисного актива. Эта взаимосвязь является наиболее очевидной непосредственно перед моментом истечения (при истечении) опциона.

Изобразим графически зависимость между стоимостью опциона с ценой исполнения 100 и ценой базисной акции при истечении.

На рис. 6.7 изображена цена опциона «колл». Если цена акции ниже 100, то опцион не имеет никакой ценности. Если цена выше 100, то опцион можно исполнить за 100 и получить актив, который стоит дороже. Чистый выигрыш покупателя опциона составит разница между рыночной ценой актива и ценой исполнения, равной 100.

На рис. 6.8 изображена цена опциона «пут» с ценой исполнения 100 при истечении. Если цена акции выше 100, то опцион не будет иметь стоимости. Если цена ниже 100, то опцион можно исполнить, чтобы получить 100 за акцию, которая стоит меньше, и, таким образом, получить чистый выигрыш, равный для покупателя опциона разности между 100 ценой исполнения и рыночным курсом акции. Чистый выигрыш продавца опциона составит разницу между ценой исполнения, равной 100 и рыночной ценой актива.

Стоимости (внутренние) опционов «колл» и «пут» находятся по формулам

$$IV_c = \max\{0, P_s - E\},$$

$$IV_p = \max\{0, E - P_s\},$$

где IV_c – стоимость опциона «колл»,

IV_p – стоимость опциона «пут»,

P_s – рыночный курс базисной опции,

E – цена исполнения опциона.

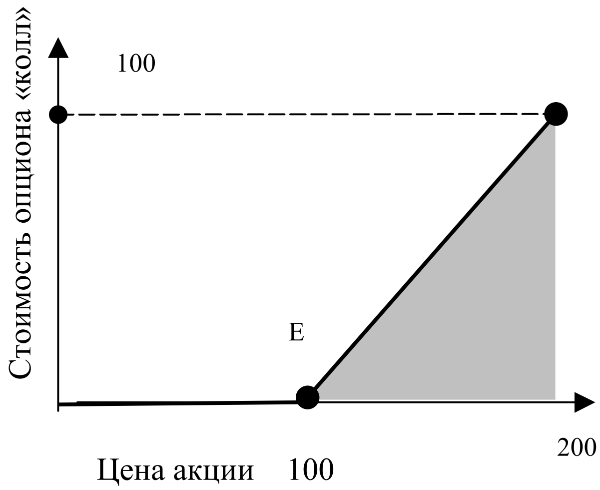


Рис. 6.7

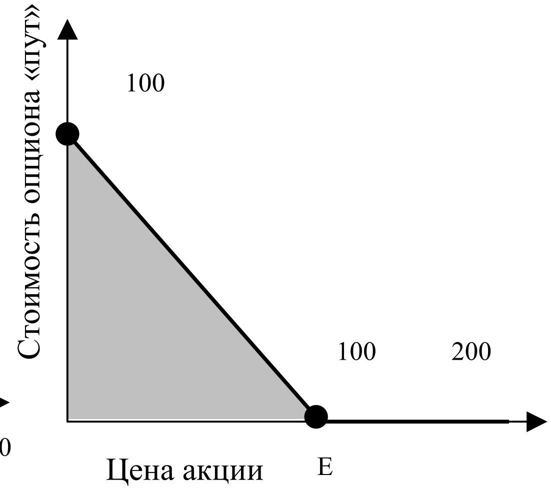


Рис. 6.8

В условиях отсутствия налогов и трансакционных издержек стоимость опциона «колл» можно оценить, воспользовавшись формулой, предложенной Блэком и Шоулзом. Она часто применяется теми, кто пытался обнаружить ситуации, когда рыночная цена опциона серьезно отличается от его действительной цены. Опцион, который продается по существу по более низкой цене, чем полученная по формуле Блэка – Шоулза, является кандидатом на покупку, и наоборот, – тот, который продается по значительно более высокой цене, – кандидат на продажу. Формула Блэка – Шоулза для оценки действительной стоимости опциона имеет вид

$$V_c = N(d_1)P_s - \frac{E}{e^{RT}} N(d_2),$$

где $$d_1 = \frac{\ln(P_s/E) + (R + 0{,}5\sigma^2)T}{\sigma\sqrt{T}}, \quad d_2 = \frac{\ln(P_s/E) + (R - 0{,}5\sigma^2)T}{\sigma\sqrt{T}},$$

$$(d_2 = d_1 - \sigma\sqrt{T}).$$

Здесь:

P_s – текущая рыночная цена базисного актива;

E – цена исполнения опциона;

R – непрерывно исчисляемая ставка без риска в расчете на год;

T – время до истечения, представленное в долях в расчете на год;

σ – риск базисной обыкновенной акции, измеренный стандартным отклонением доходности акции, представленной как непрерывно начисляемый процент в расчете на год;

$N(d_1)$ – вероятность того, что при нормальном распределении со средней равной 0, и стандартным отклонением равным 1, результат будет меньше d_1. Аналогично d_2.

$$N(x) = 0{,}5 + \Phi(x), \text{ где } \Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^x e^{-\frac{z^2}{2}} dz.$$

Ставка процента R и стандартное отчисление актива σ предполагается постоянным на протяжении всего времени действия опциона. (Имеются формулы, в которых эти ограничения сняты).

Пример 6.8. Рассмотрим опцион «колл», который истекает через четыре месяца и имеет цену исполнения 50 гривен, т.е. $T = \frac{1}{3}$, E = 50. Текущий курс и риск базисной обыкновенной акции составляют соответственно 40 гривен и 50%, а безрисковая ставка равна 5%. Таким образом, P_s = 40, R = 0,05, σ = 0,5.

Найдем d_1 и d_2.

$$d_1 = \frac{\ln\frac{40}{50} + \left(0{,}05 + 0{,}5 \cdot 0{,}5^2\right)\frac{1}{3}}{0{,}5\sqrt{\frac{1}{3}}} = -0{,}571,$$

$$d_2 = d_1 - 0{,}5\sqrt{1/3} = -0{,}571 - 0{,}289 = -0{,}86,$$

$$N(d_1) = 0{,}5 - \text{ö}(0{,}571) = 0{,}5 - 0{,}2157 = 0{,}2843,$$

$$N(d_2) = 0{,}5 - \text{ö}(0{,}86) = 0{,}5 - 0{,}3051 = 0{,}1949,$$

$$V_c = 0{,}2843 \cdot 40 - 50 \cdot 0{,}1949 / e^{0{,}05 \cdot 0{,}383} = 1{,}788.$$

Если в настоящий момент этот опцион продается за 5 гр., то инвестору следует подумать, не выписать ли несколько опционов. Опционы переоценены, и их цена в ближайшем будущем должна упасть.

Напротив, если опцион продается за 1 гривну, то инвестору следует его купить, так как следует рост его цены в будущем.

Формула Блэка – Шоулза для определения стоимости опциона «пут» имеет вид

$$P_p = \left(E/e^{RT}\right)\ \left(N(-d_2) - P_S N(-d_1)\right).$$

Паритет опционов «пут» и «колл» записывается в виде

$$P_p + P_s = P_c + E / e^{RT}.$$

P_p, P_c – соответственно текущий рыночный курс опционов «пут» и «колл».

6.10. Формирование оптимального портфеля с помощью ведущего фактора

Формирование оптимального портфеля с помощью доходности вложений требует сбор и обработку громадного количества статистических данных. В экономической жизни все взаимосвязано, но есть факторы, которые влияют сразу практически на все показатели. Такие показатели называются ведущими факторами. Поэтому часто делают прогноз (и это целесообразно) с помощью анализа зависимостей курсов и других характеристик от ведущих факторов финансового рынка. Ведущими факторами могут быть: цена на нефть; средняя доходность ценных бумаг на бирже, на всем финансовом рынке; разные средние; индексы; индексы Доу Джонса; фондовые индексы и т.д.

Пусть

F – некоторый ведущий фактор,

r – доходность какой-нибудь фиксированной ценной бумаги.

По результатам наблюдений значений (r, F), то есть по парам (r_i, F_i) из выборки можно записать уравнение регрессии r на F, которое можно считать уравнением зависимости r от F

$$r = a + bF,$$

если принимать гипотезу, что зависимость линейна: $r \approx a + bF$.

Если гипотеза о влиянии ведущего фактора на данную ценную бумагу верна, то все отклонения от прямой $r = a + bF$ вверх и вниз являются случайными. И, если в будущем возникнет новая ситуация, новая пара величин (r, F), то соответствующая точка расположится в окрестности прямой $r = a + bF$.

Если ведущий фактор F выбран удачно, то его влиянием определяются почти все случайные колебания доходности r, а остаточные колебания $e = r - (a + bF)$ оказываются сравнительно небольшими и некоррелированными и друг с другом, и с другими доходностями r.

То есть, если обозначить остаточные колебания i -той ценной бумаги через e_i, то

$$r_i = a_i + b_i F + e_i\,; \qquad (v_{ij} = o,\ i \neq j)$$

(v_{ij} – совместная ковариация различных остаточных величин).

Если для каждой ценной бумаги найдена зависимость ее доходности r от ведущего фактора, то можно легко найти и все нужные величины для формирования оптимального портфеля. Действительно,

$$m_i = a_i + b_i m_F,$$
$$V_{ij} = b_i b_j V_{FF},$$
$$V_{ii} = b_i^2 b V_{FF} + v_{ii.}$$

Итак, предполагаем, что доходность любой ценной бумаги зависит от доходности рынка

$$r_i = a_i + b_i F + e_i$$

(доходность рынка – средняя доходность рисковых бумаг).

Пример 6.9. На рынке обращаются рисковые ценные бумаги, доли (среди рисковых бумаг) и эффективности которых (средние доходности в процентах) таковы (табл. 6.6).

Таблица 6.6.

Доли	10	15	15	5	5	10	40
Эффективности	10	6	14	12	15	20	8

Найти доходность рынка.

Решение.

$m_F = 0{,}1 \cdot 10 + 0{,}15 \cdot 6 + 0{,}15 \cdot 14 + 0{,}05 \cdot 12 + 0{,}05 \cdot 15 + 0{,}1 \cdot 20 + 0{,}4 \cdot 8 = 10{,}55\%$.

Обычно вместо буквы b_i используют букву β_i. Этот коэффициент так и называют: «бета ценных бумаг» вида i относительно рынка или, короче «бета i-го вклада».

Вариация доходности каждой ценной бумаги равна $V_{ii} = \beta_i^2 V_{FF} + v_{ii}$, то есть состоит из двух слагаемых: «рыночной части» вариации $\beta_i^2 V_{FF}$, определяемой случайным поведением рынка в целом и «собственной» вариации, не зависящей от рынка v_{ii}.

Отношение

$$R_i^2 = \frac{\beta_i^2 V_{FF}}{v_{ii}}$$

называется R – squared.

Это отношение характеризует долю риска данных ценных бумаг, вносимую рынком.

Те бумаги, для которых R – squared велико, в каком-то смысле предпочтительнее, так как их поведение более предсказуемо.

Эффективность ценных бумаг удобно отсчитывать от эффективности безрискового вклада m_0

$$m_i = a_i + \beta_i m_F = m_0 + \beta_i(m_F - m_0) + \alpha_i,$$

где $\alpha_i = a_i + (\beta_i - 1)m_0$.

Превышение эффективности ценной бумаги над безрисковой эффективностью m_0 называется премией за риск.

$\alpha = 0$ – бумаги справедливо оцениваемые;

$\alpha > 0$ – бумаги рынком недооценены;

$\alpha < 0$ – бумаги рынком переоценены.

Аналогичные утверждения имеют место и для портфелей. Графическое изображение (рис 6.9) зависимости эффективностей бумаг от β называется линией ценных бумаг SML.

Здесь по горизонтальной оси отложены коэффициенты β, по вертикали – эффективности бумаг и портфелей. Все точки, лежащие на прямой SML, соответствуют «справедливо» оцененным бумагам (портфелям), а те, которые выше переоцененным, ниже – недооцененным.

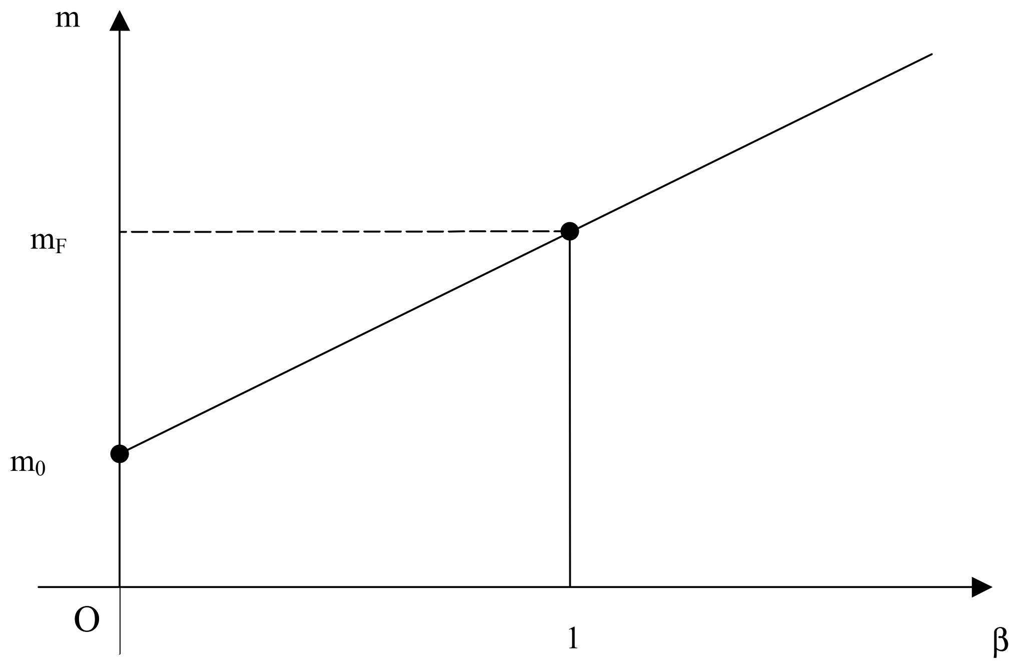


Рис. 6. 9

Кроме модели CAPM (Capital Asset Prising Model – Модель ценообразования капитальных активов) иногда используется и модель APT (Arbitrage Prising Theory – Арбитражная модель ценообразования). Однако она более сложная и поэтому в основном используют CAPM.

Пример 6.10. В табл. 6.7 указаны доходности ценной бумаги r и средняя доходность рынка F (по рисковым бумагам) на протяжении ряда кварталов

Таблица 6.7.

r	10	12	9	10	9	10	12	10	8	10
F	15	16	14	15	14	15	17	16	13	15

Найти

1) уравнение регрессии r на F;
2) случайную величину остаточных колебаний e;
3) m_e;
4) v_{ii};
5) β_i;
6) $\bar{r}$;

7) $\bar{F}$;

8) $\hat{V}_{FF}$;

9) $\hat{V}_{rF}$;

10) R_i^2;

11) премию за риск.

Решение.

1. Уравнение регрессии r на F имеет вид r = F – 5 (Его легко найти с помощью компьютера).

2. Чтобы найти величину остаточных колебаний e, составим ряд значений e = r – (F – 5).

e	0	1	0	0	0	0	0	–1	0	0

3. m_e= 1/10(0+1+0+0+0+0+0–1+0+0)=0,

что и следовало ожидать.

4. v_{ii}=1/10 $[(0-0)^2+(1-0)^2+(0-0)^2+(0-0)^2+(0-0)^2+(0-0)^2+(0-0)^2+(-1-0)^2+(0-0)^2+(0-0)^2]=2/10$.

5. β_i = 1 (коэффициент при F в уравнении регрессии). То, что коэффициент чувствительности β приблизительно равен +1, означает, что эффективность рассматриваемого вклада меняется приблизительно одинаково с эффективностью всего рынка.

6. $\bar{r} = 10$.

7. $\bar{F} = 15$.

8. $\hat{V}_{FF} = \sum_{i=1}^{10} (F_i - 15)^2 / 10 = 1{,}2$.

9. $\hat{V}_{rF} = \dfrac{\sum_{i=1}^{10} (r_i - 10)(F_i - 15)}{10} = 1{,}2$.

10. $R_i^2 = \dfrac{\beta_i^2 V_{FF}}{v_{ii}} = \dfrac{1 \cdot 1{,}2}{0{,}2} = 6$.

R_i = 2,4.

Так как R относительно велико, то поведение рассматриваемой ценной бумаги предсказуемо.

11. Премия за риск равна

$$\alpha = a + (\beta_i - 1)m_0 = a \approx -5.$$

Следовательно, рассматриваемая ценная бумага переоценена.

6.11. Премия за риск

Предположим, что сбербанк платит 6% годовых. Прибыль в R_f=6% не имеет риска.

Предположим, что некоторая акция ценою в 20 гривен дает доход в 1гривну и еще ожидается ее рост на 1%.

В этом случае норма прибыли равна

$$K = \frac{D_1}{P_0} + д$$

$$K = \frac{1}{20} \cdot 100\% + 1\% = 5\% + 1\% = 6\% .$$

Возникает вопрос: Куда будут вкладывать деньги инвесторы? Большинство инвесторов считает, что в такой ситуации с одинаковой нормой прибыли вкладывать деньги в акции невыгодно. Инвесторы будут стремится продать эти акции и вкладывать деньги в сбербанк. Это будет снижать цену акций и поднимать величину дивидендов. Это вызовет повышение ожидаемой общей прибыли по акции. В некоторой точке акция достигнет равновесия при K > R_f. Например, если цена акции стабилизируется на уровне 12,5гривен, то в этом случае

$$K = \frac{1}{12{,}5} \cdot 100\% + 1\% = 8\% + 1\% = 9\%.$$

Разность между требуемой нормой прибыли по рискованному вложению и безрисковой прибылью составляет премию за риск.

Премия за риск в рассмотренном примере равна

$$K - R_f = 9\% - 6\% = 3\%.$$

С учетом бета – коэффициента премия за риск будет находится по формуле

$$\text{премия за риск} \le \beta_j (K - R_f).$$

6. 12. Рыночное равновесие ценных бумаг

Систематический риск или бета коэффициент измеряет тенденцию акции двигаться вверх и вниз вместе с рынком: акция с высоким бета – коэффициентом более изменчива, чем рынок, а акция с низким бета менее изменчива, чем средняя. Средняя акция имеет β=1.0. Требуемая норма прибыли на акцию равна R_f плюс премия за риск, которая зависит от β.

Требуемая норма прибыли на акцию находится по формуле

$$K_j = R_f + \beta(K_M - R_f),$$

где

R_f – безрисковая норма как ставка государственных облигаций,

β – индекс риска относительно средней облигации (по наблюдениям $0,6 < \beta < 2.0$),

K_M – норма прибыли по средней облигации,

K_j – расчетная норма прибыли,

$\beta(K_M - R_f)$ – премия за риск.

Эта формула называется уравнением модели ценообразования актива капитала: CAPM (Capital assets pricing model). Она имеет фундаментальное значение в финансовом деле.

Акции обычно находятся в равновесии при требуемой и ожидаемой нормах прибылей, которые равны друг другу

$$K = \frac{D_1}{P_0} + д = R_f + \beta\left(K_M - R_f\right),$$

где

P_0 – цена акции на сегодняшний день,

D_1 – дивиденды по акции,

д – ожидаемые темпы роста в процентах.

Графическое изображение уравнения (рис.6.10)

$$K = R_f + \beta(K_M - R_f)$$

носит название линии рынка ценных бумаг – Security market line (SML). Ее график имеет вид

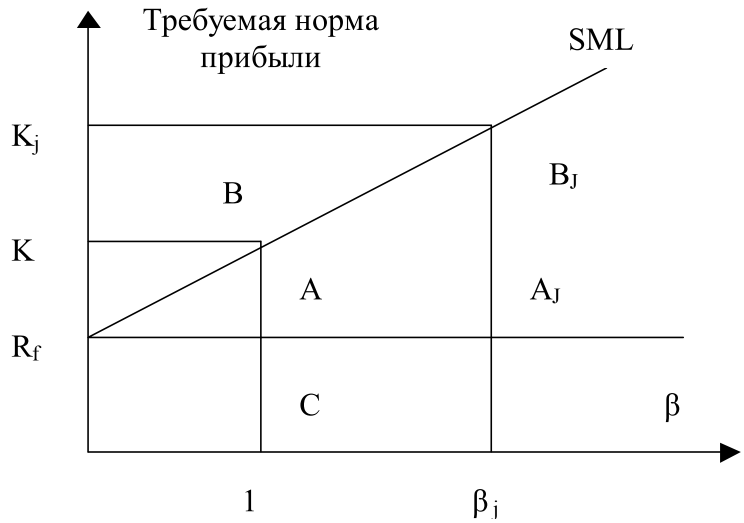


Рис. 6.10

Здесь:
AB – рыночная премия за риск,
AC – безрисковая норма,
A_jB_j – премия за риск при $\beta=\beta_j$.

6.13. Общий риск портфеля

Как уже отмечалось, большинство ценных бумаг связаны друг с другом. В действительности большинство акций коррелируют не полностью. Вкладывая средства в различные ценные бумаги (фирмы), инвестор снижает, но не исключает риск. Практические исследования показывают, что с ростом числа ценных бумаг, включенных в портфель, стандартное отклонение ожидаемых прибылей портфеля уменьшается до определенного уровня. Дальнейшее снижение риска с ростом числа ценных бумаг в портфеле происходит относительно медленно. Даже хорошо диверсифицированные портфели имеют некоторую степень риска, которую нельзя уже снизить. Риск портфеля σ_p можно разделить на две части. Одна часть, называемая несистематическим, не может быть уменьшена через диверсификацию. Вторая часть определяется как систематический риск и она может быть уменьшена через диверсификацию. Разделение общего риска на систематический и несистематический изображено на рис. 6.11.

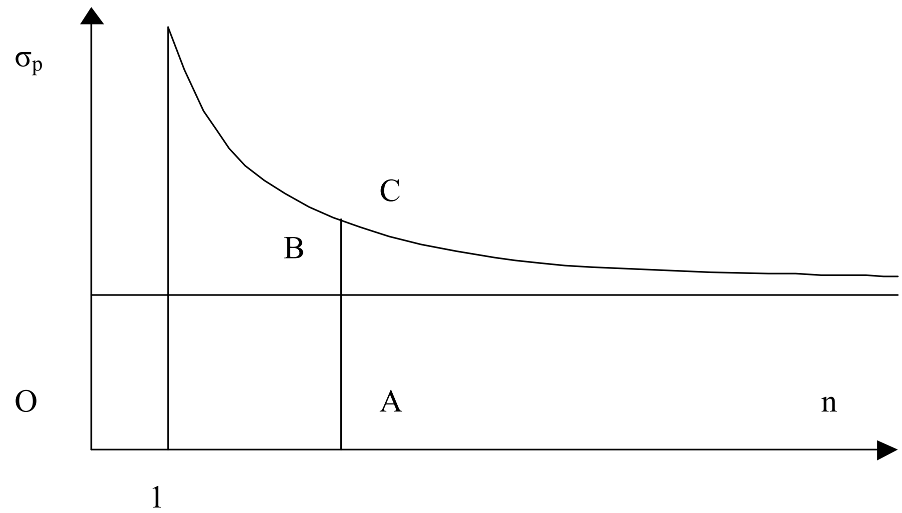


Рис. 6.11

Здесь

n – число акций;

AB – величина систематического недиверсифицированного риска, связанного с рыночными отношениями;

CB – величина несистематического диверсифицированного риска;

AC – величина общего риска.

Исследования показывают, что с ростом числа ценных бумаг в каждом портфеле корреляция между прибылью на портфель и прибылью на рынок возрастает, то есть хорошо диверсифицированный портфель сильно коррелирует с рынком. Прибыли на портфель растут и падают в зависимости от ситуации на рынке.

6. 14. Риск ставки процента

Если купонная ставка процента облигации совпадает с текущей ставкой процента, то облигация продается по номиналу. Купонная ставка процента устанавливается на весь срок действия облигации и не изменяется со временем. Рыночная ставка процента меняется со временем. В соответствии с повышением и понижением рыночной процентной ставки, цены, находящихся в обращении облигаций изменяются в противоположном направлении, и чем дольше срок погашения облигации, тем больше изменение цены в ответ на изменение рыночной ставки процента. Это можно изобразить графически (рис. 6.12).

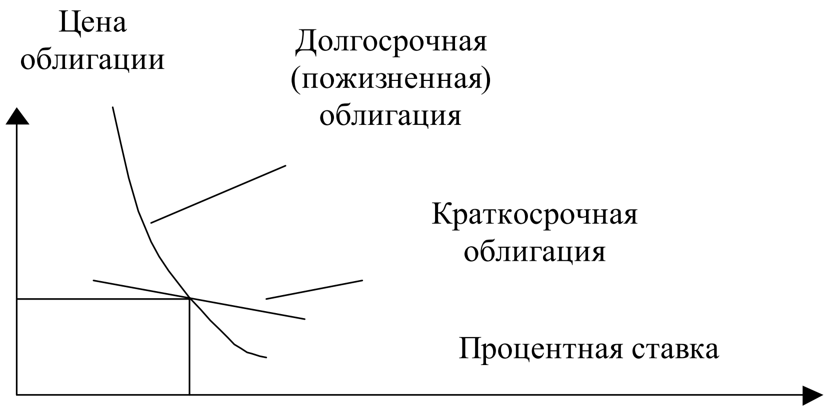


Рис. 6.12

В частности, если опасность невыполнения обязательств по двум облигациям одинаковая, то облигация с большим сроком погашения подвергается большему риску.

ГЛАВА7. ЭЛЕМЕНТЫ ТЕОРИИ ИГР

7.1. Понятие игры

Игра задается матрицей

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & . & a_{1j} & . & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & . & a_{2j} & . & a_{2n} \\ . & . & . & . & . & . \\ a_{i1} & a_{i2} & . & a_{ij} & . & a_{in} \\ . & . & . & . & . & . \\ a_{m1} & a_{m2} & . & a_{mj} & . & a_{mn} \end{pmatrix}.$$

Здесь

a_{ij} – платежи столбцевого игрока при выборе им j - й стратегии строчному, если последний выбирает i-ю стратегию;

$a_{ij} > 0$ – столбцевой игрок платит строчному;

$a_{ij} < 0$ – строчный игрок платит столбцевому;

$a_{ij} = 0$ – никто никому не платит.

Для выбора оптимальной стратегии строчный игрок сначала в каждой строке выбирает минимальный элемент

$$\alpha_i = \min_j a_{ij}.$$

За оптимальную стратегию он выбирает ту, для которой α_i наибольшее

$$\alpha = \max_i \alpha_i.$$

α – нижняя цена игры.

Аналогично столбцевой игрок сначала в каждом столбце выбирает наибольшее число

$$\beta_j = \max_i a_{ij}$$

и оптимальную стратегию выбирает по

$$\beta = \min_j \beta_j,$$

где β – верхняя цена игры. Всегда $\alpha \le \beta$.

Если $\alpha = \beta$, то игра называется игрой с седловой точкой. Элемент, для которого $a_{lk} = \alpha = \beta$, называется седловым элементом.

Не всякая игра имеет седловую точку. Но если седловая точка имеется, то стратегии игроков определяются однозначно. Разработаны методы определения оптимальных стратегий и для игр, не имеющих седловых точек.

Пример 7.1. Найти седловую точку в матричной игре.

$$A = \begin{pmatrix} -5 & 1 & 3 & 1 & -1 \\ -2 & -5 & -6 & 2 & -4 \\ 4 & 4 & 6 & [3] & 5 \\ -6 & 3 & -1 & -3 & 6 \end{pmatrix}.$$

Находим нижнею цену игры

$$\begin{aligned} \alpha_1 &= \min(-5, \ 1, \ 3, \ 1, \ -1) = -5, \\ \alpha_2 &= \min(-2, -5, -6, \ 2, -4) = -6, \\ \alpha_3 &= \min(\ 4, \ 4, \ 6, \ 3, \ 5) = 3, \\ \alpha_4 &= \min(-6, \ 3, -1, -3, \ 6) = -6, \end{aligned} \quad \alpha = \max(-5,-6,3,-6)=3$$

Находим верхнюю цену игры

$$\begin{aligned} \beta_1 &= \max(-5, -2, \ 4, -6) = 4, \\ \beta_2 &= \max(\ 1, -5, \ 4, \ 3) = 4, \\ \beta_3 &= \max(\ 3, -6, \ 6, -1) = 6, \\ \beta_4 &= \max(\ 1, \ 2, \ 3, -3) = 3, \\ \beta_5 &= \max(-1, -4, \ 5, \ 6) = 4, \end{aligned} \quad \beta = \min(4,4,6,3,4) = 3$$

Следовательно, $\alpha = \beta = 3$ и $a_{34} = 3$ – седловой элемент.

7.2. Игры с природой

Рассмотрим игру, в которой один из игроков ’’неживая природа“. В этом случае задача усложняется, так как в предыдущем случае каждый из игроков, выбирая оптимальную стратегию, думает и за противника. В данном случае неизвестно, как поведет себя природа.

Прежде всего, введем число, которое характеризовало бы не только выигрыши игроков, но и удачность выбора стратегии.

Игра с природой задается матрицей

Таблица 7. 1

Стратегии игрока	Состояния природы					
	θ_1	θ_2		θ_j		θ_n
x_1	a_{11}	a_{12}	...	a_{1j}	...	a_{1n}
x_2	a_{21}	a_{22}	...	a_{2j}	...	a_{2n}
...	...	...	...	...	...	...
x_i	a_{i1}	a_{i2}	...	a_{ij}	...	a_{in}
...	...	...	...	...	...	...
x_m	a_{m1}	a_{m2}	...	a_{mj}	...	a_{mn}

Риском r_{ij} игрока при пользовании стратегией x_i в условиях θ_j называется разность между выигрышем, который он может получить, зная условия θ_j, и выигрышем, который он получает, не зная их и выбирая стратегию x_i:

$$r_{ij} = \beta_j - a_{ij}.$$

Пример 7.2. Найти матрицу рисков для игры с природой (табл. 7. 2).

Таблица 7. 2

	θ_1	θ_2	θ_3	θ_4
x_1	**1** 3	**4** 4	**5** 1	**9** 0
x_2	**3** 1	**8** 0	**4** 2	**3** 6
x_3	**4** 0	**6** 2	**6** 0	**2** 7
β_j	4	8	6	9

Жирным шрифтом (затененным) выделены выигрыши игрока. В последней строке выписаны значения β_j (например, $\beta_2 = \max(4, 8, 6) = 8$). Остальные числа –значение рисков (например, $r_{32} = \mathbf{8} - \mathbf{6} = 2$). Число 7, к примеру, показывает, что стратегия x_3 в условиях θ_4 плохая, игрок может получить 9, выбирая в этих условиях стратегию x_1.

7.3. Критерии оптимальности

Для выбора оптимальных стратегий в игре с природой пользуются различными критериями. Рассмотрим некоторые из них.

Критерий Байеса. Если имеется статистическая неопределенность, то есть известны вероятности $p_1, p_2,...,p_n$, с которыми принимаются состояния природы $\theta_1, \theta_2,..., \theta_n$, то за оптимальную стратегию выбирают ту, для которой максимальное среднее значение выигрыша по строке

$$m_{\text{в}i} = \sum_j p_j a_{ij} \to \max$$

или минимальный средний риск по строке

$$m_{ri} = \sum_j p_j r_{ij} \to \min.$$

Если вероятности неизвестны, то можно считать все состояния равновозможными, то есть $p_j = 1/n$. В этом случае критерий Байеса называется критерием Лапласа.

По критерию Вальда (крайнего пессимизма) оптимальная стратегия выбирается по нижней цене игры:

$$\alpha = \max_i \alpha_i = \max_i \min_j a_{ij}.$$

По критерию Сэвиджа (также крайнего пессимизма по риску) оптимальную стратегию выбирают по

$$s = \min_i s_i = \min_i \max_j r_{ij}.$$

По критерию Гурвица оптимальную стратегию выбирают по

$$h = \max_i h_i = \max_i (\kappa\alpha_i + (1-\kappa)w_i) = \max_i (\kappa \min_j a_{ij} + (1-\kappa) \max_j a_{ij}).$$

Число κ задается на свое усмотрение из отрезка [0,1]. Если $\kappa = 1$, то имеет место крайний пессимизм, а если $\kappa = 0$, то крайний оптимизм.

Пример 7.3. Рассмотрим игру с природой. Выбрать оптимальную стратегию, пользуясь критериями: Лапласа; Байеса (по выигрышам и рискам), если состояния природы принимаются, соответственно, с вероятностями 0,6; 0,1; 0,3; Вальда; Сэвиджа; Гурвица с $\kappa = 0,6$ (табл. 7. 3).

Таблица 7. 3

	$\theta_1(0,6)$	$\theta_2(0,1)$	$\theta_3(0,3)$	m_{ci}	m_{Bi}	m_{ri}	α_i	s_i	w_i	h_i
x_1	**20** 65	**30** 50	**15** 30	65/3	19,5	53	15	65	30	21
x_2	**75** 10	**20** 60	**35** 10	130/3	57,5	15	20	**60**	75	42
x_3	**25** 60	**80** 0	**25** 20	130/3	30,5	42	**25**	**60**	80	**47**
x_4	**85** 0	**5** 75	**45** 0	**135/3**	**65**	**7,5**	5	75	85	37
β_j	85	80	45							

Здесь

$$m_{ci} = \frac{1}{n}\sum_j a_{ij}, \quad m_{Bi} = \sum_j p_j a_{ij}, \quad m_{ri} = \sum_j p_j r_{ij}.$$

Например

$$m_{C1} = (20+30+15)/3 = 65/3,$$
$$m_{B2} = 0,6\times 75+0,1\times 20+0,3\times 35 = 75,5,$$
$$m_{r4} = 0,6\times 0+0,1\times 75+0,3\times 0 = 7,5,$$
$$h_3 = 0,6\times 25+0,4\times 80 = 47.$$

Следовательно, пользуясь критерием Лапласа, выбираем четвертую стратегию, Баеса – по выигрышам четвертую, по рискам – четвертую, Вальда – третью, Сэвиджа – вторую или третью, Гурвица – третью.

Однозначности в выборе быть не может, ибо неизвестно, как поведет себя природа.

7.4. Принятие многоцелевых решений в условиях риска

Пусть

$X=\{x_1, x_2, \ldots, x_i,\ldots,x_m\}$ – множество принятия решений (что производить, сеять, чем торговать);

$\theta=\{\theta_1, \theta_2, \ldots, \theta_j,\ldots, \theta_n\}$ – множество состояний среды (наличие конкуренции, погодные условия, поведение поставщиков);

$\{1, \ldots, q, \ldots, s\}$ – способы оценки (прибыль, себестоимость, затраты);

a_{ij}^q – численная оценка принятого решения x_i при условии, что будет θ_j состояние среды и выбран q-ый способ оценки;

a_i^q – численная оценка i - го выбранного решения при q – ом способе оценки.

Общая оценка принятия решений зависит от информации о состоянии среды, то есть от степени неопределённости, с которой принимаются состояния $\theta_1, \theta_2, \ldots, \theta_n$. Под информационной ситуацией понимают определенный уровень градации неопределенности нахождения среды в одном из состояний заданного множества, которым обладает субъект управления (менеджер) в момент принятия решения.

Будем различать шесть информационных ситуаций:

- $И_1$ – задаются априорные вероятности состояний $\theta_1, \theta_2, \ldots, \theta_n$;
- $И_2$ – известен закон распределения вероятностей состояний среды, но неизвестны его параметры;
- $И_3$ – задаётся система линейных соотношений на компонентах априорного распределения состояний среды;
- $И_4$ – неизвестно распределение вероятностей состояний $\theta_1, \theta_2, \ldots, \theta_n$;
- $И_5$ – антагонистические интересы среды в процессе принятия решений;
- $И_6$ – промежуточное состояние среды (обо всём известно понемногу).

В зависимости от информационной ситуации применяют разные критерии выбора решения: Баеса, Лапласа, Вальда, Гурвица и т. д.

В развёрнутой форме ситуации принятия решений записываются матрицами (функционалами оценок)

$$A^q = \begin{pmatrix} & \theta_1 & \cdots & \theta_j & \cdots & \theta_n \\ x_1 & a_{11}^q & \cdots & a_{1j}^q & \cdots & a_{1n}^q \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ x_i & a_{i1}^q & \cdots & a_{ij}^q & \cdots & a_{in}^q \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ x_m & a_{m1}^q & \cdots & a_{mj}^q & \cdots & a_{mn}^q \end{pmatrix}.$$

Сущность проблемы состоит в принятии одного решения на основании свертки.

Проблема принятия многоцелевых решений характеризуется тремя факторами:

- методами нормализации;
- соотношением приоритета;

- критериями свертки.

Методы нормализации. Нормализация применяется для перехода к сравнительным шкалам в значениях функционалов оценок. Очевидно, что все числа в функционалах оценок должны находится в одинаковом диапазоне.

Некоторые методы нормализации приведены в табл. 7.4.

Таблица 7. 4

Метод нормализации	**Математическая запись**
Смена ингредиента	$-a_{ij}^{k}, \quad 1/a_{ij}^{k}$
Относительная нормализация	$(a_{ij}^{q}/\max_{i} a_{ij}^{q}), \quad (a_{ij}^{q}-\min_{i} a_{ij}^{q})$
Сравнительная нормализация	$(a_{ij}^{q}-\min_{i} a_{ij}^{q}), \quad (\max_{i} a_{ij}^{q}-a_{ij}^{q})$
Естественная нормализация	$(a_{i}^{q}-\min_{ij} a_{ij}^{q})/(\max_{i} a_{ij}^{q}-\min_{i} a_{ij}^{q})$
Севиджа	$(\max_{k} a_{k}^{q}-a_{k}^{q})/(\max_{k} a_{k}^{q}-\min_{k} a_{k}^{q})$

Некоторые способы оценки, к примеру, по прибыли, имеют приоритетное значение. Чтобы учесть это, значения a_{ij}^{q} для некоторых q, преобразуют в большие (меньшие) числа. Если имеется несколько функционалов оценки, то для принятия одного решения эти функционалы преобразуют в один функционал. Это преобразование называется свёрткой. Некоторые методы учёта приоритета и некоторые методы свёртки приведены в табл.7.5, 7.6.

Таблица 7. 5

Принцип учета приоритета	Математическая запись
Линейный	$u_k a_{ij}^{k}$
Показательный	$\left(a_{ij}^{k}\right)^{u^k}$
Сокращение размеров задачи	$A^{q} \succ A^{q_0}$ q_0 задано

Таблица 7. 6

Критерий свертки	Математическая запись
Гарантированного результата	$\max_{k} \min_{q} a_{k}^{q}$
Доминирующего результата	$\max_{k} \max_{q} a_{k}^{q}$
Равенства	$a_{k_0}^{1}=a_{k_0}^{2}=\ldots=a_{k_0}^{s}$
Суммарной эффективности	$\max_{k} \sum_{q} a_{k}^{q}$
Равномерности	$\max_{k} \prod_{q} a_{k}^{q}$

Рассмотрим четыре основных задачи принятия многоцелевых решений.

I задача. Имеется s различных оценок состояний среды (X, θ, A^q) $(q = \overline{1,s})$. Информационная ситуация одна. Критерий принятия решений один. Если надо, то проводится нормализация, учет приоритетов и свертка по каждому состоянию среды. Получаем один функционал оценки C (свертки).

$$A^1, \ldots, A^s = \begin{pmatrix} a_{11}^1 & \ldots & a_{1n}^1 \\ a_{m1}^1 & \ldots & a_{mn}^1 \end{pmatrix}, \ldots, \begin{pmatrix} a_{11}^s & \ldots & a_{1n}^s \\ a_{m1}^s & \ldots & a_{mn}^s \end{pmatrix}.$$

s матриц $A^1, \ldots, A^s$ нормализуем в матрицы $B^1, \ldots, B^s$

$$B^1, \ldots, B^s = \begin{pmatrix} b_{11}^1 & \ldots & b_{1n}^1 \\ b_{m1}^1 & \ldots & b_{mn}^1 \end{pmatrix}, \ldots, \begin{pmatrix} b_{11}^s & \ldots & b_{1n}^s \\ b_{m1}^s & \ldots & b_{mn}^s \end{pmatrix}.$$

Учитывая приоритет, эти матрицы преобразуем в матрицы $C^1, \ldots, C^s$

$$C^1, \ldots, C^s = \begin{pmatrix} c_{11}^1 & \ldots & c_{1n}^1 \\ c_{m1}^1 & \ldots & c_{mn}^1 \end{pmatrix}, \ldots, \begin{pmatrix} c_{11}^s & \ldots & c_{1n}^s \\ c_{m1}^s & \ldots & c_{mn}^s \end{pmatrix}$$

С помощью свёртки их преобразуем в одну матрицу C:

$$C = \begin{pmatrix} c_{11} & \ldots & c_{1n} \\ c_{m1} & \ldots & c_{mn} \end{pmatrix}$$

По ней определяем оптимальную стратегию, пользуясь одним из критериев теории игр, составляя матрицу D.

$$D = \begin{pmatrix} d_1 \\ d_m \end{pmatrix} \Rightarrow \text{ответ.}$$

<u>II задача.</u> Имеется s различных оценок состояний среды: $(X, \theta, A^q), (q = \overline{1, s})$ (информационная ситуация одна, критерий принятия решений один).

$$A^1, ..., A^s = \begin{pmatrix} a_{11}^1 & ... & a_{1n}^1 \\ a_{m1}^1 & ... & a_{mn}^1 \end{pmatrix}, ..., \begin{pmatrix} a_{11}^s & ... & a_{1n}^s \\ a_{m1}^s & ... & a_{mn}^s \end{pmatrix}.$$

Для каждого способа q оценки находим общую оценку x_i - го выбора решения. Получаем один функционал оценки B=(A_1, A_2,…, A_s). По s матрицам принятия решения составляем новый функционал (одну матрицу) с s столбцами, которые соответствуют количеству (s) оценок принятия решений по одному критерию

$$B = \begin{pmatrix} b_1^1 & b_1^2 & ... & b_1^s \\ b_m^1 & b_m^2 & ... & b_m^s \end{pmatrix}$$

По ней определяем оптимальную стратегию, пользуясь одним из критериев теории игр, составляя матрицу С.

$$C = \begin{pmatrix} c_1 \\ c_m \end{pmatrix} \Rightarrow \text{ответ.}$$

<u>III задача.</u> По одной ситуации принятия решения (X, θ, A)

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{1n} \\ a_{m1} & a_{mn} \end{pmatrix}$$

составляем новый функционал с К столбцами, которые соответствуют количеству (К) критериев принятия решений. Из одной матрицы составляем новую матрицу, у которой количество столбцов будет равно количеству критериев. Дальше поступаем как в первой задаче.

$$\begin{pmatrix} a_1^1 & \dots & a_1^К \\ \dots & \dots & \dots \\ a_m^1 & \dots & a_m^К \end{pmatrix} \Rightarrow B^{нор} \Rightarrow C^{приор} \Rightarrow D^{свёр} = \begin{pmatrix} d_1^{св} \\ d_m^{св} \end{pmatrix} \Rightarrow \text{ответ.}$$

<u>IV задача.</u> По одной ситуации принятия решения

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{1n} \\ a_{m1} & a_{mn} \end{pmatrix}$$

составляем новый функционал с И столбцами, которые соответствуют количеству (И) информационных ситуаций. По одной матрице составляем новую матрицу, у которой количество столбцов равно количеству информационных ситуаций

$$B = \begin{pmatrix} b_1^1 & b_1^И \\ b_m^1 & b_m^И \end{pmatrix} \Rightarrow C^{нор} \Rightarrow D^{приор} \Rightarrow E^{свёр} = \begin{pmatrix} e_1^{св} \\ e_1^{св} \end{pmatrix} \Rightarrow \text{ответ.}$$

Пример 7.4. По имеющимся двум ситуациям (X,θ,A^1) и (X,θ,A^2) принятия решений с одной информационной ситуацией $И_5$ выбора оптимальной стратегии найти оптимальную стратегию в ситуации принятия многоцелевого решения. Использовать естественную нормализацию, линейный учёт приоритета с весовыми коэффициентами $u_1=1/4$, $u_2=3/4$ и суммарную эффективность для свёртки.

$$A^1, A^2 = \begin{pmatrix} \overline{10} & \underline{1} \\ \underline{2} & 8 \\ 3 & 9 \\ 5 & 3 \\ 6 & \overline{14} \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \underline{1} & \overline{8} \\ 3 & \underline{2} \\ 2 & 3 \\ \overline{5} & 5 \\ \underline{1} & 4 \end{pmatrix} \Rightarrow B^1, B^2 = \begin{pmatrix} 8/8 & 0/14 \\ 0/8 & 7/14 \\ 1/8 & 8/14 \\ 3/8 & 2/14 \\ 4/8 & 14/14 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0/4 & 6/6 \\ 2/4 & 0/6 \\ 1/4 & 1/6 \\ 4/4 & 3/6 \\ 0/4 & 2/6 \end{pmatrix} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow C^1, C^2 = \begin{pmatrix} 8/32 & 0/56 \\ 0/32 & 7/56 \\ 1/32 & 8/56 \\ 3/32 & 2/56 \\ 4/32 & 14/56 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0/16 & 18/24 \\ 6/16 & 0/24 \\ 3/16 & 3/24 \\ 12/16 & 9/24 \\ 0/16 & 6/24 \end{pmatrix} \Rightarrow$$

$$D = \begin{pmatrix} \underline{8/32} & 72/96 \\ 12/32 & \underline{36/96} \\ \underline{7/32} & 30/96 \\ \underline{27/32} & 108/96 \\ \underline{4/32} & 24/96 \end{pmatrix} \Rightarrow E = \begin{pmatrix} 8/32 \\ 36/96 \\ 7/32 \\ \underline{27/32} \\ 4/32 \end{pmatrix}.$$

Здесь:

$$b_{51}^{1} = \frac{6-2}{10-2} = \frac{4}{8}, b_{42}^{2} = \frac{5-2}{8-2} = \frac{3}{6}; c_{32}^{1} = \frac{1}{4} \cdot \frac{8}{14} = \frac{8}{56}, c_{41}^{2} = \frac{3}{4} \cdot \frac{4}{4} = \frac{12}{16},$$

$$d_{11} = \frac{8}{32} + \frac{0}{16} = \frac{8}{32}, d_{32} = \frac{8}{56} + \frac{3}{24} = \frac{30}{96}, e_3 = \min({}^{27}\!/_{32}, {}^{108}\!/_{96}) = {}^{27}\!/_{32}$$

Для выбора оптимальной стратегии к $D=C^1+C^2$ применяем критерий Вальда. Оптимальная стратегия x_4.

Пример 7.5. По имеющимся трём ситуациям (X, θ, A^1), (X, θ, A^2) и (X,θ,A^3) принятия решений с одной информационной ситуацией И $_5$ выбора оптимальной стратегии, найти оптимальную стратегию в ситуации принятия многоцелевого решения. Нормализации и приоритета не делаем. За критерий принятия решений выбираем критерий Вальда.

$$A^1, A^2, A^3 = \begin{pmatrix} 10 & 1 \\ 2 & 8 \\ 3 & 9 \\ 5 & 3 \\ 6 & 14 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 8 \\ 3 & 2 \\ 2 & 3 \\ 5 & 5 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 5 & 4 \\ 2 & 3 \\ 4 & 3 \\ 4 & 2 \end{pmatrix} \Rightarrow$$

$$B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 4 \\ 3 & 2 & 2 \\ 3 & 5 & 3 \\ 6 & 1 & 2 \end{pmatrix} \Rightarrow C = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 2 \\ [3] \\ 1 \end{pmatrix} \Rightarrow$$

x_4– оптимальная стратегия.

Здесь $b_{31} = \min(3,9), b_{53} = \min(4,2)$ $c_5=\min(6,1,2)=1$.

Пример 7.6. По одной ситуации принятия решений (X,θ,A) и информационной ситуации $И_1$ определить оптимальную стратегию. Пользуемся критерием Байеса и модальным критерием для составления матрицы B

$$A=\begin{array}{c} \\ x_1\\ x_2\\ x_3\\ x_4\\ x_5\end{array}\begin{array}{c}\begin{array}{ccccc}\theta_1(0{,}1) & \theta_2(0{,}4) & \theta_3(0{,}2) & \theta_4(0{,}1) & \theta_5(0{,}2)\end{array}\\ \begin{pmatrix} 2 & 2 & 3 & 4 & 2\\ 5 & 4 & 2 & 2 & 1\\ 6 & 4 & 1 & 1 & 0\\ 3 & 2 & 2 & 0 & 1\\ 4 & 3 & 0 & 2 & 1\end{pmatrix}\end{array} \Rightarrow B=\begin{pmatrix} \underline{2} & 2{,}4\\ 4 & \underline{2{,}9}\\ 4 & \underline{2{,}5}\\ 2 & \underline{1{,}8}\\ 3 & \underline{2}\end{pmatrix}\Rightarrow$$

$$C=\begin{pmatrix} 2\\ \underline{2{,}9}\\ 2{,}5\\ 1{,}8\\ 2\end{pmatrix}$$

x_2 – оптимальная стратегия.

Первый столбец в B – это второй столбец A как столбец с наибольшей вероятностью. Второй столбец находится по формуле вычисления математического ожидания: $b_{32}=6\cdot 0{,}1+4\cdot 0{,}4+1\cdot 0{,}2+1\cdot 0{,}1+0\cdot 0{,}2=2{,}5$; c_2=min(4; 2,9).

Пример 7.7. Имеется одна ситуация принятия решений, которая задаётся функционалом оценивания. Экономическая среда характеризуется двумя информационными ситуациями $И_1$ и $И_4$. $И_1$ с вероятностями $p(\theta_1)=0.25$ и $p(\theta_2)=0.75$ соответственно. Найти оптимальную стратегию в ситуации принятия многоцелевого решения.

$$A=\begin{array}{c}\begin{array}{cc}\theta_1(0{,}25) & \theta_1(0{,}75)\end{array}\\ \begin{pmatrix} 4 & 5\\ 1 & 0\\ 5 & 1\\ 2 & 1\end{pmatrix}\end{array}\Rightarrow B=\begin{pmatrix} 0{,}25\cdot 4+0{,}75\cdot 5 & (4+5)/2\\ 0{,}25\cdot 1+0{,}75\cdot 0 & (1+0)/2\\ 0{,}25\cdot 5+0{,}75\cdot 1 & (5+1)/2\\ 0{,}25\cdot 2+0{,}75\cdot 1 & (2+1)/2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 4{,}75 & \underline{4{,}5}\\ \underline{0{,}25} & 0{,}5\\ \underline{2} & 3\\ \underline{1{,}25} & 1{,}5\end{pmatrix}\Rightarrow$$

x_1 – оптимальная стратегия.

Первый столбец в B получаем по Байесу, а второй по Лапласу. Нормализации не и приоритета не делаем. Свёртку делаем по Вальду.

7.5. Оптимизация по Парето

В экономических исследованиях иногда приходится оптимизировать задачи по нескольким критериям. Например, одновременно учитывать минимум затрат и максимум прибыли, максимум прибыли (M_ξ) и минимум риска (D_ξ), максимум выпуска продукции и максимум прибыли, минимальные затраты и минимальный риск и т.д.

Рассмотрим многокритериальный метод оптимизации, предложенный итальянским экономистом Парето.

Пусть имеется n критериев (на max) $f_i \quad (i = \overline{1,n})$. Найдем некоторое решение задачи. Обозначим его через x^* и предположим, что существует другое решение x^{**}, такое, что для всех критериев $f_i(x)$ имеют место неравенства

$$f_i(x^{**}) \ge f_i(x^*) \qquad (i = \overline{1,n}),$$

причем хотя бы одно неравенство строгое.

В этом случае решение x^{**} приоритетнее, чем x^*. Поэтому все x^*, которые удовлетворяют указанному неравенству, надо отбросить и в дальнейшем следует анализировать только те x^{**}, для которых не существует x^*, чтобы выполнялось указанное неравенство.

Множеством Парето при n критериях $f_i(x)$ на максимум называется множество таких x, для которых не существует такого x^*, чтобы выполнялось неравенство

$$f_i(x^*) \ge f_i(x),$$

причем хотя бы одно неравенство строгое.

Дадим геометрическую интерпретацию (рис.7.1, 7.2) паретовых решений для задачи с двумя критериями $f_1(x_1, x_2) \to \max$,
$f_2(x_1, x_2) \to \min, \quad (x_1, x_2) \in X.$

$$F = (f_1(x_1, x_2), f_2(x_1, x_2)), \qquad (x_1, x_2) \in X.$$

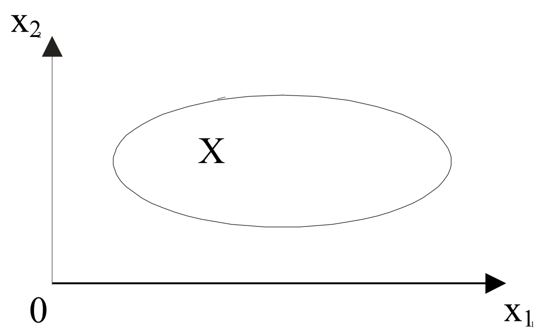


Рис.7.1

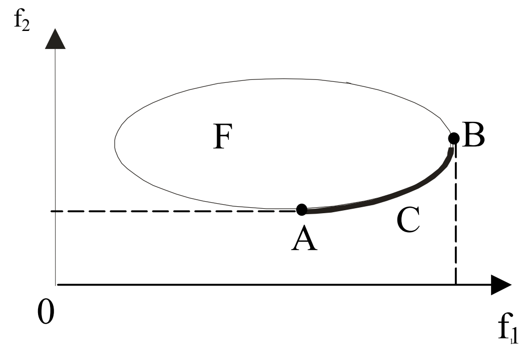


Рис.7.2

Множество F называется множеством достижения или граничных возможностей. Множество Парето представляет собой часть границы множества достижимости, то есть к нему принадлежат те значения критериев, над которыми не доминируют другие варианты.

В данном случае множеством Парето будет дуга ACB.

Существенным моментом здесь есть то, что решение полученное таким методом, не является однозначным. Лицо, принимающее решение, на свое усмотрение выбирает оптимальное решение из множества Парето (точку на дуге ABC).

Но имеет место чрезвычайно важное утверждение.

Утверждение. На множестве Парето каждая из характеристик f_1, f_2 – (однозначная) функция другой. Другими словами, если две характеристики принадлежат множеству Парето, то по одной характеристике можно однозначно определить другую.

Разработаны общие приемы построения множества Парето. Мы рассмотрим пример, не требующий общей теории.

Пример7.8. Издержки по выпуску двух видов продукции x_1 и x_2 на фирме определяются формулой

$$f_1 = 10x_1 + x_1x_2 + 10x_2.$$

Выручка от реализации продукции определяется формулой

$$f_2 = 2x_1 + 3x_2.$$

Функция полезности фирмы равна

$$u(f_1, f_2) = (10000 - f_1)f_2.$$

Найти оптимальный план выпуска продукции фирмой, используя множество Парето и функцию полезности при условии, что первой продукции можно выпускать не более 100 единиц, а второй не более 50 единиц.

Математическая модель задачи имеет вид

$$f_1(x_1, x_2) = 10x_1 + x_1x_2 + 10x_2 \to \min,$$
$$f_2(x_1, x_2) = 2x_1 + 3x_2 \to \max,$$
$$0 \le x_1 \le 100, \quad 0 \le x_2 \le 50.$$

Построим (рис.7.3) область определения задачи, множество достижения и выделим на нем множество Парето.

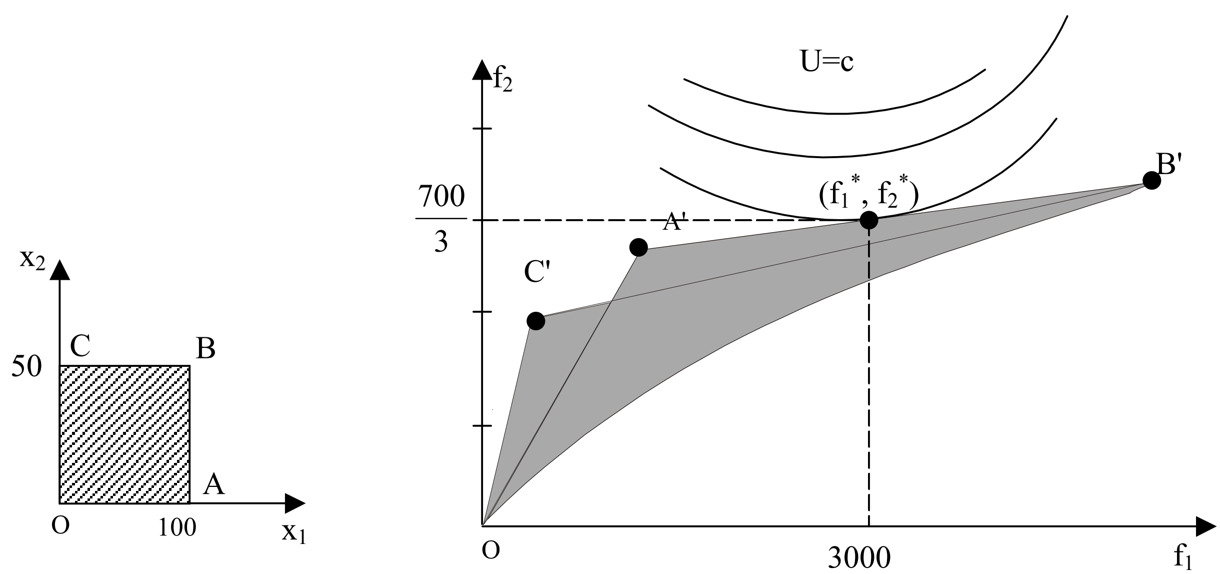


Рис. 7.3

OA отображается на O'A' так как на OA $x_2=0$, $f_1=10x_1$, $f_2=2x_1$.

Поэтому $f_2=1/5f_1$, причем $0 \le f_1 \le 1000$, $0 \le f_2 \le 200$.

Аналогично находятся отображения других частей.

Множеством Парето в данной задаче будет часть границы области достижения: O'C'A'B'.

Фирма на свое усмотрение может выпускать продукцию, количество которой находится решением системы

$$\begin{cases} 10x_1 + x_1x_2 + 10x_2 = f_1, \\ 2x_1 + 3x_2 = f_2, \end{cases}$$

где значения (f_1, f_2) берутся, как координаты, какой либо точки O'C'A'B'.

Найдем оптимальное решение, которое соответствует максимуму функций полезности.

Оптимальное значение находится на отрезке A'B' в силу расположения линий безразличия $u(f_1, f_2) = const$.

Уравнение прямой A'B' имеет вид

$$f_2 = \frac{1}{30}(f_1 - 500) + 150.$$

Решением системы

$$\begin{cases} f_2 = \frac{1}{30}(f_1 - 500) + 150, \\ f_2 = \frac{c}{10000 - f_1}, \\ \frac{1}{30} = \frac{c}{(10000 - f_1)^2}, \end{cases}$$

находим $f_1^* = 3000, \quad f_2^* = \frac{700}{3}$.

Решая систему

$$\begin{cases} 10x_1 + x_1 x_2 + 10x_2 = 3000, \\ 2x_1 + 3x_2 = \frac{700}{3}, \end{cases}$$

находим два оптимальных плана выпуска продукции (80; 24,4) и (41,667; 50) или (80,24), (42,50).

Пример7.9. Пусть для выпуска продукции двух видов используется сырье трех видов. Расходы сырья на единицу продукции каждого вида, запасы сырья, продажная цена единицы продукции и цена единицы сырья записаны в табл. 7.7.

Таблица 7. 7

Вид сырья	Затраты сырья на единицу продукции		Запасы сырья	Цена единицы сырья
	Продукция 1	Продукция 2		
S_1	1	1	120	3
S_2	3	1	300	6
S_3	1	3	300	4
Цена единицы продукции	51	49		

Найти такой план выпуска продукции, чтобы одновременно максимизировать выручку от продажи продукции и максимизировать прибыль.

Математическая модель задачи имеет вид

$$z_1 = 51x_1 + 49x_2 \to \max,$$

$$z_2 = (51-3-18-4)x_1 + (49-3-6-12)x_2 = 26x_1 + 28x_2 \to \max,$$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 \le 120, \\ 3x_1 + x_2 \le 300, \\ x_1 + 3x_2 \le 300, \end{cases}$$

$$x_1 \ge 0 \quad x_2 \ge 0.$$

Здесь отличие от задач, рассмотренных в математическом программировании, состоит в том, что надо одновременно найти максимум двух функций.

Задачу решим графически (рис. 7.4).

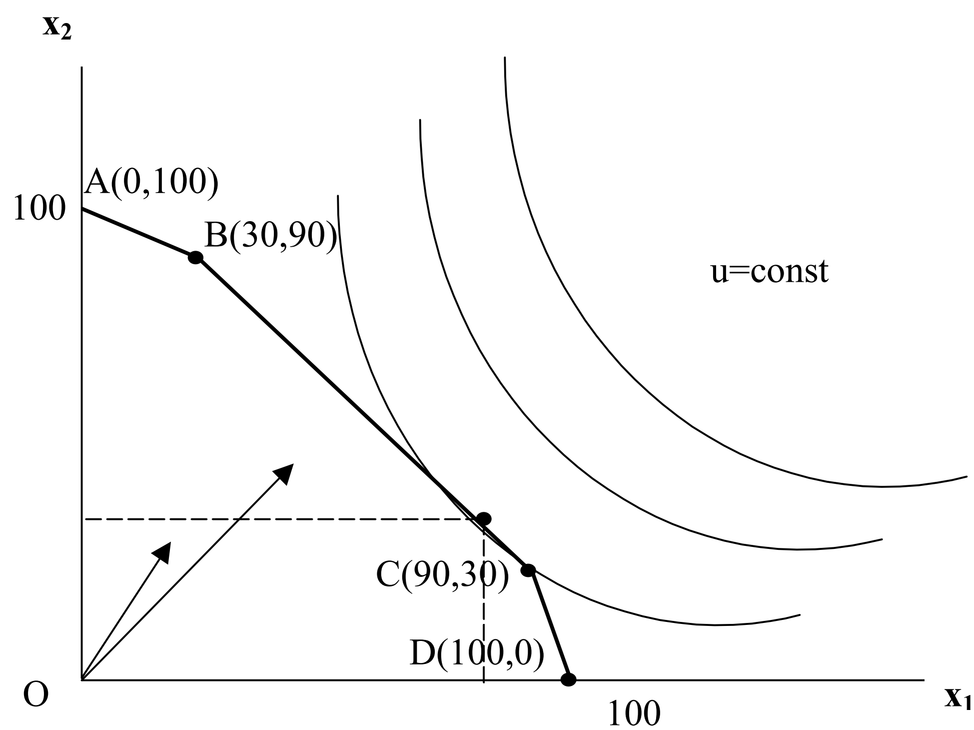


Рис. 7.4

Областью определения задачи является пятиугольник ОАВСД. Функция z_1 принимает наибольшее значение в точке С, z_{1max}=6060. Функция z_2 принимает наибольшее значение в точке В, z_{2max}=3300. Однозначного ответа по выбору оптимального решения нет. Для сопоставления значений z_1 и вычислим их значения в точках A, B, C, D (Табл. 7. 8).

Таблица 7. 8

	A(0,100)	B(30,90)	C(90,30)	D(100,0)
z_1	4900	5940	6060	5100
z_2	2800	3300	3180	2600

Однозначное решение можно найти с помощью функции полезности.

Пусть функция полезности фирмы, выпускающей продукцию имеет вид

$$u=(x_1-40)x_2.$$

Найдем точку на ломаной ABCD, в которой функция $U(x_1, x_2)$ принимает максимальное значение.

Эта точка находится решением системы

$$\begin{cases} (x_1-40)x_2=c, \\ -1=-\dfrac{c}{(x-40)^2}, \\ x_1+x_2=120. \end{cases}$$

Первое уравнение получилось из уравнения линии безразличия, которая касается ломаной ABCD. Второе уравнение получилось из равенства производных (в точке касания угловые коэффициенты прямой $x_1+x_2=120$ и касательной линии безразличия совпадают).

Решая эту систему, получаем

$$x_1=80, \quad x_2=40.$$

Чтобы найти оптимальное решение по Парето, надо изобразить на плоскости $(z_1 0 z_2)$ множество значений (z_1, z_2) когда (x_1, x_2) изменяются в пятиугольнике OABCD. Получится новый пятиугольник O'A'B'C'D'.

Множеством Парето будет отрезок B'C'. Оптимальному решению будет соответствовать некоторая точка из этого отрезка (рис. 7.5). Найдя (z_1^*, z_2^*) по аналогии с предыдущим примером, найдем (x_1^*, x_2^*).

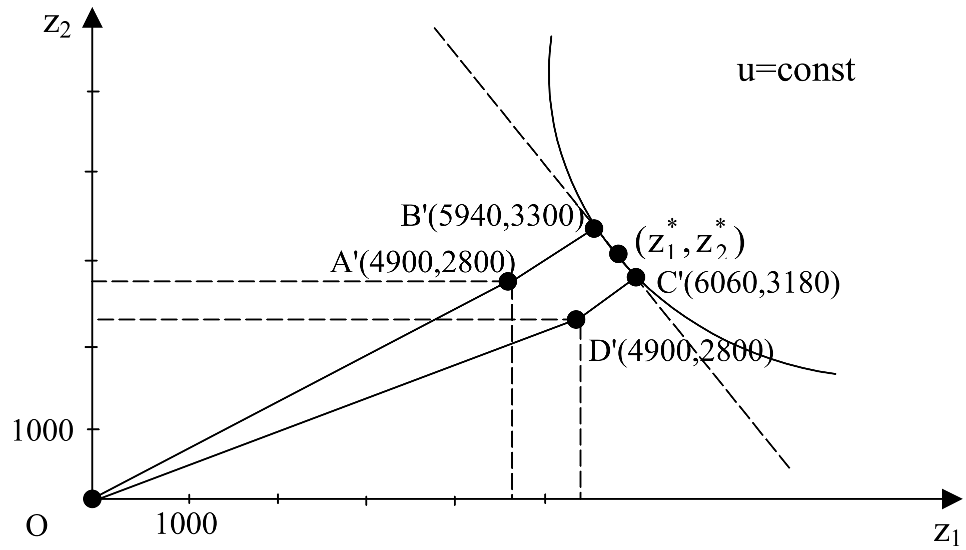


Рис. 7.5

Уравнение C'B': $z_2=-z_1+9240$.
Пусть функция полезности фирмы имеет вид

$$u(z_1, z_2) = (z_1 - 2760)z_2\ .$$

Тогда оптимальное решение по Парето находится решением системы

$$\begin{cases} (z_1 - 2760)z_2 = c, \\ z_2 = -z_1 + 9240, \\ -\dfrac{c}{(z_1 - 2760)^2} = -1. \end{cases}$$

Решая эту систему, находим

$$z_1^* = 6000, \qquad z_2^* = 3240.$$

Значения x_1 и x_2 находим решением системы

$$\begin{cases} 51x_1 + 49x_2 = 6000, \\ 26x_1 + 28x_2 = 3240. \end{cases}$$

Ответ: x_1=60, x_2=60.

ГЛАВА 8. ЗАДАЧИ УПРАВЛЕНИЯ ЗАПАСАМИ

8.1. Модель запасов наличных денег

Наличие брокерских комиссионных и других издержек обуславливает то, что не все финансовые ресурсы хранятся в виде облигаций, хотя они и приносят прибыль. Фактор неопределённости не позволяет вывести простую форму оптимальных денежных запасов. Выход из данного положения находят следующий. Когда кассовые остатки достигают точки $x^{(1)}$, фирма приобретает облигации, снижая тем самым свои кассовые остатки до оптимального уровня x^{*}. Если же запасы наличных денег снижаются до нуля или до минимального уровня $x^{(2)}$, который задается менеджером, то фирма продает облигации и увеличивает кассовые остатки до оптимального уровня. Схематически это выглядит так (рис. 8.1).

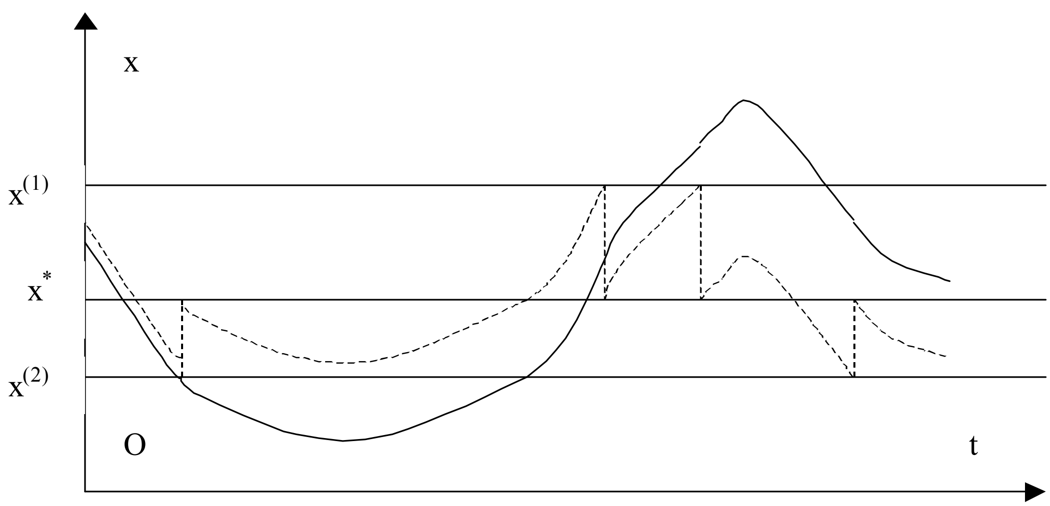


Рис.8.1

Аналитически эта задача решается следующим образом. Пусть функция распределения потока чистых денежных поступлений и расходов вокруг среднего уровня имеет нормальный закон распределения со среднеквадратическим отклонением σ. Тогда оптимальное сальдо денежных средств x^* и максимальный уровень денежных запасов $x^{(1)}$ находятся по формулам:

$$x^* = \left[\frac{3K_S\sigma^2}{4k_M}\right]^{1/3} + x^{(2)};$$

$$x^{(1)} = 3\left[\frac{3K_S\sigma^2}{4k_M}\right]^{1/3} + x^{(2)} = 3x^* - 2x^{(2)}.$$

Здесь

K_S – постоянная величина: объем одной сделки по продаже ценных бумаг или получение кредита;

k_M – величина потерянных возможностей, равная проценту, который можно получить, если купить ценные бумаги;

$x^{(2)}$ – минимальный уровень наличных денег (задается менеджером).

8.2 Задача управления запасами в условиях неопределенности

Обозначим

b – ожидаемая интенсивность спроса изделий;

c_1 – затраты на оформление заказываемой партии, возникающие с каждым разом во время ее размещения;

c_2 – затраты на содержание единицы запаса за единицу времени;

q – размер снабжения (размер партии), который можно рассматривать как детерминированную величину;

B(q) – общие затраты на содержание запаса за единицу времени;

r – коэффициент риска, равный вероятности того, что потребности в запасах окажутся неудовлетворительными через недостаточность резерва и превысят его. Значение коэффициента риска выбирается в пределах 1 - 5%.

Тогда оптимальный размер партии равен

$$q = \sqrt{\frac{2c_1 b}{c_2}}.$$

Оптимальный размер резерва при условии, что спрос подчинен нормальному закону с математическим ожиданием q и среднеквадратическим отклонением σ равен

$$K = u_{Pr}\,\sigma,$$

где u_{Pr} находится из равенства $\Phi(u_{Pr}) = 0{,}5\text{-}p_r$, по таблицам функции

$$\Phi(x)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_0^x e^{-\frac{t^2}{2}}dt.$$

Оптимальный запас вместе с резервом равен

$$W=\sqrt{\frac{2c_1b}{c_2}}+u_{Pr}\sigma,$$

а общие затраты на содержание запаса за единицу времени –

$$B(q)=\frac{c_1b}{q}+c_2\left(\frac{q}{2}+u_{Pr}\sigma\right).$$

Пример 8.1. Минимальный уровень сальдо денежных средств установлен на нулевом уровне, то есть $x^{(2)} = 0$ (это означает, что в случае необходимости предприятие может без проблем найти необходимое количество денег), величина (стоимость) потерянных возможностей составляет 15%, среднеквадратическое отклонение потока чистых денежных доходов $\sigma = 10$ тыс. гривен. Постоянная величина (объем) одного договора K_S=20 тыс. гривен. Определить максимальный и оптимальный уровни денежных запасов.

Решение. По приведенным выше формулам получаем

$$x^{*}= [(3\cdot 20 \cdot 10^2)/(4 \cdot 0{,}15)]^{1/3}- 0 = 21{,}544 \text{ тыс. гривен},$$

$$x^{(1)}= 3x^{*}-2x^{(2)} =3 \cdot 21{,}544 - 0 = 64{,}633 \text{ тыс. гривен}.$$

Менеджер поступит рационально, если в момент, когда сальдо денежных средств достигнет $x^{(1)} = 64{,}633$ тыс. гривен, купит ценные бумаги на сумму $x^{(1)}-x^{*} = 64{,}633 - 21{,}544 = 43{,}089$ тыс. гривен.

Пример 8.2. Ожидаемая квартальная интенсивность спроса составляет 8000 ед., затраты на оформление заказанной партии – 20 гривен, затраты на содержание единицы запаса за единицу времени – 2 гривны. Известно, что среднеквадратическое отклонение потребностей в запасах составляет 50 ед.

Считаем, что потребности в запасах имеют нормальный закон распределения, а коэффициент риска того, что резерв окажется недостаточным, выбран на уровне 5%.

Вычислить оптимальный размер партии, оптимальный запас резерва, оптимальный запас вместе с резервом, суммарные затраты на содержание запаса за единицу времени.

Решение. В нашем случае: $b = 8000$, $c_1 = 20$, $c_2 = 2$, $p_r = 0{,}05$, $\Phi(u_{Pr}) = 0{,}5-p_r = 0{,}5-0{,}05 = 0{,}45$. Из таблиц значений функции $\Phi(x)$ находим $u_{Pr} = 1{,}64$.

Поэтому

$$К = u_{Pr}\sigma = 1{,}64\cdot 50 = 82 \text{ (ед.)},$$

$$q = \sqrt{\frac{2c_1 b}{c_2}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 20 \cdot 8000}{2}} = 400 \text{ (ед.)},$$

$$W = q + К = 400 + 1{,}64\cdot 50 = 482 \text{ (ед.)},$$

$$B(q) = \frac{c_1 b}{q} + c_2\left(\frac{q}{2} + u_{Pr}\sigma\right) = \frac{20 \cdot 8000}{400} + 2\left(\frac{400}{2} + 82\right) = 964 \text{(гривен)}.$$

8.3. Аукционные торги

Всякого рода торги за приобретение прав на собственность или за преимущество при предоставлении услуг являются важным видом действий на финансовом рынке. Рассмотрим простейшие модели торгов.

Пусть на аукционные торги выставляются два объекта и в торгах участвуют также два покупателя. Еще до начала аукциона участники должны определить свою цель участия в аукционе. В случае если участников двое, целями их могут быть

1) максимизация разности своего дохода и дохода конкурента;
2) максимизация своего дохода и т.д.

Рассмотрим математические методы решения этих задач.

Пусть

V_1 – стоимость первого объекта, выставленного на торгах;

V_2 – стоимость второго объекта, выставленного на торгах;

S_A – количество денег у покупателя А;

S_B – количество денег у покупателя В;

Δ – минимальная величина, установленная правилами аукциона, на которую покупатели могут повысить цену объектов.

Предполагается, что силы обоих покупателей примерно равны. Математически это записывается в виде

$$\frac{1}{2} < \frac{S_A}{S_B} < 2.$$

Максимизация разности доходов

Пусть торги начинает покупатель В.

Если B предложил цену X за первый объект и A не хочет платить такую цену, то B купит первый объект и у него останется $S_B – X$. Если теперь A захочет купить второй объект, то он за него предложит $S_B – X + \Delta$, и купит его. При этом прибыль A равна $R_A = V_2 – S_B + X – \Delta$, а прибыль B равна $R_B = V_1 – X$.

Разность доходов в этом случае равна

$$R_A – R_B = V_2 – S_B + X – \Delta – V_1 + X.$$

Если A не захочет уступать первый объект, то он за него увеличит цену до $X + \Delta$, а B уступит, то B выигрывает торги за 2-ой объект, предложив за него $S_A – (X + \Delta) + \Delta = S_A – X$. В этом случае разность доходов A и B равна

$$R_A – R_B = (V_1 – X – \Delta) – [V_2 – (S_A – X)].$$

A будет идти на повышение цены за первый объект в том и только в том случае, если разность доходов во втором случае будет больше, т.е.

$$(V_1 – X – \Delta) – [V_2 – (S_A – X)]) \geq V_2 – S_B + X – \Delta – V_1 + X.$$

Отсюда

$$X \leq \frac{2V_1 - 2V_2 + S_A + S_B}{4}.$$

Доход A при этом равен

$$R_A = V_1 - X - \Delta = \frac{V_1 + V_2}{2} - \frac{S_A + S_B}{4} - \Delta.$$

Доход B при этом равен

$$R_B = V_2 - S_A + X = \frac{V_1 + V_2}{2} - \frac{3}{4}S_A + \frac{S_B}{4}.$$

Разность между доходами A и B равна

$$R_A - R_B = \frac{S_A - S_B}{2} - \Delta.$$

Максимизация собственного дохода

Пусть A хочет максимизировать свой доход. A будет увеличивать цену за первый объект до X+Δ; если это позволит ему увеличить свой аукционный доход, т.е., если

$$V_1 - (X + \Delta) \geq V_2 - (S_B - X + \Delta).$$

Отсюда

$$X \leq \frac{V_1 - V_2 + S_B}{2}.$$

Соответственно, если B преследует цель максимизации своего дохода, то он предложит цену X+Δ, когда

$$X \leq \frac{V_1 - V_2 + S_A}{2}.$$

Аукционные торги окончатся, если X превысит

$$\min\left(\frac{V_1 - V_2 + S_B}{2}, \frac{V_1 - V_2 + S_A}{2}\right).$$

Если $S_B > S_A$, то первый объект будет куплен A. При этом его доход будет равен

$$R_A = V_1 - \frac{V_1 - V_2 + S_A}{2} - \Delta = \frac{V_1 + V_2 - S_A}{2} - \Delta.$$

Если $S_A > S_B$, то первый объект купит B, при этом доход A будет равен

$$R_A = V_2 - S_B + \frac{V_1 - V_2 + S_B}{2} - \Delta = \frac{V_1 + V_2 - S_B}{2} - \Delta.$$

Пример 8.3. Пусть A имеет 1600 гривен, а B – 1200 гривен. На аукцион выставлены два объекта стоимостью 900 гривен и 1000 гривен. Проведем анализ аукционных торгов. A будет повышать цену до

$$X = \frac{2V_1 - 2V_2 + S_A + S_B}{4} = \frac{1800 - 2000 + 1600 + 1200}{4} = 650.$$

Если первый объект за эту цену купит В, то его доход будет равен

$$R_B = V_1 - X = 900 - 650 = 250.$$

В этом случае доход А будет равен

$$R_A = V_2 - S_B + X = 1000 - 1200 + 650 = 450.$$

Разность доходов равна: $450 - 250 = 200$.

Если же первый объект за 650 грн. купит А, то его доход будет равен: $900 - 650 = 250$. Тогда доход В будет равен

$$R_B = V_2 - S_A + X = 1000 - 1600 + 650 = 50.$$

Разность доходов снова равна: $250 - 50 = 200$.

Поскольку $S_A = 1600 > S_B = 1000$, то для максимизации своего дохода первый объект должен купить В, и доход А будет равен

$$R_A = \frac{V_1 + V_2 - S_B}{2} = \frac{900 + 1000 - 1200}{2} = 350.$$

А должен предлагать за первый объект не больше, чем

$$X = \frac{V_1 - V_2 + S_B}{2} = \frac{900 - 1000 + 1200}{2} = 550.$$

Анализ можно делать и непосредственными вычислениями без формул.

Например, если А предложит за первый объект 600 и его купит В, то у В останется еще 600, и тогда второй объект А должен купить за 600. Поэтому доход А равен $1000 - 600 = 400$, а доход В равен $900 - 600 = 300$.

Разность доходов $400 - 300 < 200$.

Если А предложит за первый объект 700, то он будет вынужден купить его сам. У него останется $1600 - 700 = 900$. Поэтому В купит второй объект за 900. У В останется $1200 - 900 = 300$.

Доход А равен 900 – 700 = 200, доход В равен 1000 – 900 = 100. Разность доходов равна 200 – 100 = 100, что меньше 200.

ГЛАВА 9. ОСНОВНЫЕ ПУТИ И СПОСОБЫ МИНИМИЗАЦИИ РИСКА

Действия по снижению риска, как правило, ведутся в двух направлениях:

- избежание появления возможных рисков;
- снижение воздействия риска на результаты производственно- финансовой деятельности.

Избежать риска можно отказом от него. Отказываться от риска желательно на стадии принятия решения. Но для снижения негативного воздействия риска предприятию лучше принимать его на себя. Для этого на предприятии создаются резервные фонды. Размер резервного фонда выбирают таким образом: средняя годовая сумма потерь за последние три года скорректированная уровнем инфляции.

Минимизация риска может осуществляться путём его разделения и объединения. Разделение предпочтительнее осуществлять физическим разделением активов (делать вклады в разные банки) или разделением активов по собственности (запись имущества на родственников, другие фирмы). Объединение рисков в основном происходит объединением фирм. При этом партнёров ищут среди тех фирм, которые обладают дополнительной рабочей силой, информацией об особенностях производства и состоянии рынка.

Методы и пути минимизации риска следует разбить на две группы:

- внешние (по отношению к предприятию);
- внутренние.

9.1. Внешние методы снижения риска

Основными внешними методами снижения риска являются

- диверсификация;
- передача риска;
- страхование.

Рассмотрим их в отдельности.

Диверсификация экономической деятельности заключается в распределении усилий и капиталовложений между разными видами деятельности. Ее проводят или пополнением ассортимента изделий, которые похожи на товары уже выпускаемыми предприятием, или не похожими, но интересными для потребителей. Надо иметь в виду, что диверсификация может и увеличить риск.

Риск можно снизить его передачей. Передача (трансферт) риска производится в основном по следующим причинам:

- потери, которые велики для одной стороны, могут оказаться незначительными для другой стороны;
- трансфери (лицо, которому передаётся риск) может знать лучшие способы и иметь лучшие возможности для сокращения возможных потерь, чем трансфер;
- трансфери может находится в лучшей позиции для сокращения потерь или контроля за хозяйственным риском.

Основными способами передачи экономического риска является передача риска через заключение контрактов. Основными контрактами являются:

- аренда;
- лизинг (покупка для сдачи в аренду);
- контракты на хранение и перевозку грузов;
- контракты продажи, обслуживания, снабжения;
- контракт – поручительство, по которому поручитель даёт кредитору гарантию в том, что долг принципала будет возмещён вне зависимости от успеха или неудачи деятельности принципала (поручителем может выступать как частное, так и юридическое лицо);
- договор факторинга (по этому договору посредник покупает у своего клиента – поставщика требования к его покупателям, фактически покупает дебиторскую задолженность);
- биржевые сделки (покупка опционов и заключение форвардных, фьючерских контрактов).

Одним из способов передачи риска является страхование. Страхование – это передача риска трансфери, в роли которого выступает страховая компания. Страховать можно не всё. Нельзя, к примеру, застраховать то, что фирма не получит сверхприбыли. При страховании имеется два ограничения:

- цена;
- не всё можно страховать.

Экономически оправдано страхование:

- имущества;
- вынужденных простоев.

9.2. Внутренние методы снижения экономического риска

Прежде чем обращаться к внешним факторам, влияющим на уровень риска, надо исследовать внутренние источники риска.

Основными методами снижения внутренних рисков являются:

- проверка партнеров по бизнесу;
- грамотное составление контракт-сделок;
- планирование и прогнозирование деятельности предприятия,
- составление бизнес-плана;
- тщательный отбор кадров;
- организация защиты коммерческой тайны;
- получение дополнительной информации.

Рассмотрим некоторые из них подробнее.

9.2.1. Проверка партнеров по бизнесу

При заключении любой сделки для снижения риска в первую очередь необходимо проверять предполагаемых партнеров. Здесь надо руководствоваться основным правилом бизнеса: «доверяй, но проверяй». Однако какого-либо стандартного традиционного перечня того, что надо знать о коммерческих партнерах не существует. Американским предпринимательским фирмам рекомендуется знать следующее о заемщике (правило пяти си).

1. Характер – личность заемщика, его репутацию в деловом мире, ответственность и готовность выполнить взятое обязательство.
2. Финансовые возможности – способность погасить взятую ссуду за счет текущих денежных поступлений или от продажи активов.
3. Имущество – величину и структуру акционерного капитала.
4. Обеспечение – виды и стоимость активов, предлагаемых в качестве залога при получении кредита.
5. Общие условия – состояние экономической конъюнктуры и другие внешние факторы.

9.2.2. Бизнес - планирование

Внутренним способом минимизации риска является планирование и прогнозирование развития предприятия. Эффективное прогнозирование и планирование дают возможность мэнэджеру предвидеть экономические колебания и приспособиться к изменениям конъюнктуры рынка, снизив, таким образом, уровень риска. Планирование деятельности предприятия основано, как правило, на разработке бизнес-плана. Бизнес - план обычно содержит:

- организационное резюме руководства;
- описание проекта, продукта или услуг, которые надо финансировать;
- анализ отрасли и рынка;
- планы маркетинга, производства и управления;
- финансовый план (показывающий различные варианты возможной деятельности);
- прогноз притока денежных средств (обычно на период погашения займа);
- ориентировочный финансовый отчет.

9.2.3. Подбор персонала предпринимательской организации

Важнейшим из внутренних источников снижения предпринимательского риска является тщательный подбор работников (персонала) фирмы. Штат сотрудников должен подбираться по принципу компетентности и заинтересованности в работе. При этом надо руководствоваться следующими принципами:

- нанимайте только людей, имеющих опыт работы;
- подбирайте только самых квалифицированных работников;
- соответствуют ли принимаемые работники носителям ценностей вашей компании;
- постарайтесь отыскать людей, с которыми работали раньше;
- постарайтесь, чтобы ваша управленческая команда была как можно меньше.

Поиск сотрудников осуществляется по следующим каналам:

- средства массовой информации;
- личные контакты;
- агентства, занимающиеся подбором кадров;
- учебные заведения;
- конкурсная основа.

Основными правилами, которыми пользуются руководители при отборе кадров, являются:

- интервью;
- тестирование;
- испытательный срок;

- обращение в центры профориентации и тестирование на пригодность.

9.2.4. Организация защиты коммерческой тайны на предприятии

Информация о деятельности предприятия не существует сама по себе, а жёстко связана с её носителями: люди, работающие на предприятии; бумажные документы; видеоплёнки; компьютерная информация; телефонные и факсные сообщения. Надо иметь в виду, что главная утечка информации происходит через людей. Через подкуп, шантаж, переманивание служащих, выведывание сведений происходит около 2/3 утечки информации. Поэтому кроме общих правил охраны имущества и информации надо:

- стратегически важные подробности технологических процессов держать в особом секрете и желательно осуществлять самим руководителем;
- стимулировать способных сотрудников материальными поощрениями, идти на сотрудничество с наиболее способными и брать их в компаньоны.

9.2.5. Получение дополнительной информации

Получение дополнительной информации как о внутреннем положении предприятия, так и о его внешнем окружении – один из способов минимизации возможных экономических рисков. Неосведомлённость, некомпетентность может вести к немыслимым потерям. При принятии решений надо оценить, насколько существенна выгода от дополнительной информации и насколько само по себе важно решение для лица, которому эта информация необходима. Желательно отложить принятие решения до получения необходимой дополнительной информации, но надо иметь в виду, что до определённого времени с накоплением информации качество решения улучшается, а после этого времени резко падает. То есть надо в определённый момент отказаться от дальнейших поисков информации, так как возникает риск упущения выгоды.

ГЛАВА 10. РИСКИ В ПРОИЗВОДСТВЕ

10.1. Математическая модель

Рассмотрим общую математическую модель оптимального производственного планирования. Требуется осуществить выбор ресурсно допустимых интенсивностей технологий, направленных на максимизацию эффекта, к примеру, прибыли.

Математическая модель этой задачи имеет вид

$$(C,X)\to\max;$$
$$AX\le B;$$
$$X\ge 0.$$

Здесь

C – вектор удельных эффективностей технологий;

X – вектор интенсивностей;

A – матрица удельных затрат выпуска;

B – вектор ресурсов ингредиентов.

Массив (C,A,B) состоит из случайных величин, то есть зависит от ω, где

ω – случайная ситуация, элементарное событие некоторого вероятностного пространства $(\Omega, \mathcal{A}, P)$. Здесь

Ω – множество элементарных событий;

$\mathcal{A}$ – σ - алгебра событий;

P – вероятностная мера.

Если формально вместо C, A, B подставить C(ω), A(ω),B (ω), то строгой формулировки задачи не получим. Иногда компоненты C(ω), A(ω),B (ω) заменяют их средне ожидаемыми значениями и рассматривают задачу

$$\left(\overline{C(\omega)}, X\right)\to\max;$$
$$\overline{A(\omega)}X\le\overline{B(\omega)};$$
$$X\ge 0.$$

Наличие баланса в среднем не совсем означает согласованность реальных затрат ресурсов с их реальным наличием. План, выбранный по средним, в большинстве случаев может оказаться не реальным. Замена случайных величин их ожидаемыми значениями допускается при малых разбросах величин вокруг ожидаемых значений. При этом априорно доказать степень малости очень тяжело. Характеристиками относительных разбросов случайного параметра η могут быть $M(|\eta-M\eta|) / M\eta$ или $\sigma / M\eta$.

Общим недостатком планирования по средним есть то, что множество значений случайного параметра отождествляется с одним некоторым значением.

Математические ожидания можно заменить модами случайных величин – их наиболее вероятными значениями. Этот метод также имеет существенный недостаток, поскольку план, наилучший при модальных значениях, может оказаться нереальным для подавляющегося большинства других случаев.

Иногда планируют по вариантам. Но это не всегда возможно. К примеру, нельзя определить заранее варианты распределения площадей под посевы, так как результаты посева будут известны после сбора урожая, и т. д.

10.2. Оценка выбора предпринимательской деятельности

Материальное, научно-техническое и сервисное производство должно иметь приоритетное значение для общества. Но в данный момент на Украине производственная деятельность является наиболее рискованным видом деятельности, так как производство включает в себя несколько стадий, на каждой из которых можно понести потери в результате ошибочных действий или негативного влияния внешней среды. Производственная деятельность может быть основной или вспомогательной. Выбор производственной деятельности сводится, как правило, к двум направлениям:

- использование уже накопленного опыта и профессиональных знаний;
- реализация себя в новой сфере деятельности.

Для оценки предполагаемой деятельности и её риска можно пользоваться следующей моделью:

Критерии	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1. Капитал										
2. Рынки сбыта										
3. Система торговли										
4. Общественное сознание в потребности товара										
5. Снабжение										

6. Государственное регулирование										
7. Наёмный труд										
8. Валовой доход										
9. Частота заключения сделок										
10. Элементы новизны										
11. Кредиты										
12. Морально устаревшие товары										
13. Зависимость от партнёров										
14. Конкуренция										
15. Этнический аспект										

Уровень риска обозначают числами 1-10: 1 – отсутствие риска, 10 – очень высокий риск. Надо обратить внимание на то, что предельные значения уровней не означают ещё, что перспективы производства очень хорошие или очень плохие.

10.3. Основные риски при производственной деятельности

Производственная деятельность включает в себя следующие основные риски:

- риск невостребованности произведенной продукции;
- риски неисполнения хозяйственных договоров;
- риски усиления конкуренции;
- риски изменения конъюнктуры рынка;
- риски возникновения непредвиденных затрат и снижения доходов;
- риски потери имущества предприятиями;
- форс-мажорные риски.

Рассмотрим некоторые из этих рисков подробнее.

Риски невостребованности произведённой продукции возникают вследствие отказа потребителя от произведённой продукции. Причин здесь много, но их можно подразделить на внутренние и внешние.

Внутренние причины возникают в результате плохой деятельности самого предприятия, подразделений, работников. К ним относятся:

- квалификация производственного персонала;
- организация производственного процесса (работников);
- организация снабжения предприятия материальными ресурсами;
- организация сбыта готовой продукции;
- организация рекламы произведённой продукции;
- управление предприятием;
- маркетинговые исследования рынка.

Надо вовремя обнаруживать брак, так как возврат продукции приравнивается к невостребованности.

Очень важной причиной возникновения невостребованности продукции является неэффективная реклама произведённого товара или услуг.

Основные принципы рекламы состоят в следующем:

- реклама должна представлять с выгодной стороны не сам продукт по себе, а как средство удовлетворения определённой потребности;
- реклама должна обладать новизной, эмоциональным эффектом;
- реклама должна учитывать жизненный цикл продукции;
- для новых товаров необходимо сообщать основные и дополнительные потребительские свойства, способы их применения (то есть реклама должна носить информационный характер);
- реклама должна носить убеждающий характер – выделять предпочтения этого товара аналогичному другому товару;
- реклама должна быть напоминающая, убеждающая в правильности выбранного товара, когда товар уже не новый;
- постоянное рекламирование.

Не допускается недобросовестная, недостоверная реклама. Недобросовестной является реклама, которая дискредитирует юридических и физических лиц, не пользующихся рекламируемыми товарами, содержит некорректные сравнения рекламируемого товара с товарами других юридических или физических лиц, вводит потребителей в заблуждение относительно рекламируемого товара. Недостоверной является реклама, в которой присутствуют не соответствующие действительности характеристики товара такие как: природа, состав, способы и дата изготовления, назначение, потребительские свойства, условия применения, наличие сертификата соответствия, соответствия государственным стандартам, количество, место происхождения и др.

По закону не допускается заведомо ложная, скрытая, неэтическая реклама.

Риск невостребованности продукции должен быть выявлен до начала производства, а не на стадии реализации.

Рассмотрим риск неисполнения хозяйственных договоров (контрактов).

Экономическая деятельность базируется на сделках (договорах), заключаемых в соответствии с гражданским законодательством. В договорах должны указываться размер и порядок возмещения ущерба при невыполнении условий договора.

Риски по хозяйственным договорам включают следующие риски:

- скрытые - непрогнозируемая неплатежеспособность партнёров;

- отказ заключения договора после предварительных переговоров (для исключения этого риска надо составлять протокол с определением заключаемого договора, размер материальной ответственности за неподписание договора);
- риск заключения договора на условиях, отличающихся от наиболее приемлемых и обычных для предприятия или отрасли (это возникает, в основном, в силу неопытности одного из партнёров);
- риск вхождения в договорные отношения с недееспособными или неплатежеспособными партнерами (чтобы избежать этого риска, надо тщательно проверять платежеспособность поставщиков и потребителей);
- риски задержки выполнения партнерами текущих договорных обязательств;
- риски нанесения ущерба третьим лицам (окружающей среде);

- риск заключения договоров на снабжение производства, не обеспеченного сбытом готовой продукции.

В современных условиях в производственной деятельности все более важную роль приобретают риски усиления конкуренции. Для уменьшения риска конкуренции прежде всего надо обратить внимание на следующие причины:

- утечка конфиденциальной информации по вине сотрудников или шпионажа конкурентов;
- неполная или неверная информация о конкурентах вследствие несовершенства маркетинговой политики;
- замедление внедрения нововведений, по сравнению с конкурентами;
- недобросовестность конкурентов;
- появление на рынке товаров, способных удовлетворить спрос потребителей на данный товар из других отраслей;
- появление местных конкурентов;
- экспансия зарубежных экспортёррв на местном рынке.

Существует ценовая, неценовая, функциональная, видовая, скоростная конкуренции. Надо производить то, что продаётся, а не то, что производится, невзирая на имеющееся оборудование и существующий технологический процесс.

Чтобы обойти конкурентов, предприятиям можно рекомендовать следующие приёмы:

- добивайтесь новшеств, хотя бы незначительных;
- сохраняйте тайну ведения дел и свое положения на рынке,
- определяйте свои преимущества в конкуренции и внедряйте их;

- объём продаж - самый важный показатель;
- сокращайте сроки отгрузки товара и скорость предоставления услуг;
- концентрируйте свои усилия на создание новых сегментов риска;
- разнообразьте ассортимент продукции и видов услуг;
- увеличивайте ценность потребительских свойств продукции;
- постоянно совершенствуйте управление предприятием.

Законодательством не допускается недобросовестная конкуренция:

- монополизм;
- раздел рынка;
- ограничение доступа на рынок;
- устранение конкурентов.

Рассмотрим риски возникновения непредвиденных затрат и снижения доходов. Риски непредвиденных затрат в первую очередь возникают из-за увеличения цен на ресурсы и услуги. Это происходит вследствие ошибок прогнозирования цен на рынке ресурсов, изменения политики цен на рынке ресурсов, изменения политики цен у поставщиков, уменьшения количества поставщиков. Кроме того, потеря прибыли происходит вследствие остановки производства, замены оборудования, внедрения новой техники, забастовок, потерь денежных активов, ценных бумаг, изменения курса ценных бумаг, принадлежащих предприятию, повышения плавающей процентной ставки кредитной линии.

Особо надо обратить внимание на штрафные санкции и судебные арбитражные издержки, которые наступают в случае экологического ущерба, ущерба жизни и здоровья людей, выпуска некачественного товара, невыполнения контрактных обязательств, судебные издержки при разбирательстве конфликтных ситуаций (проигранных).

Риск возникновения непредвиденных затрат и снижения доходов наступает, в первую очередь, в случае увеличения рыночных цен на ресурсы и услуги, выше запланированных. Они возникают, прежде всего, из-за

- ошибок в анализе и прогнозировании конъектуры на рынках ресурсов;
- изменения политики ценообразования у поставщиков;
- уменьшения количества поставщиков.

Риски потери имущества предприятия подразделяются на следующие подвиды:

- риск, связанный с потерей имущества в результате стихийных бедствий;
- риск, связанный с хищениями;

- риск, связанный с потерей имущества в результате аварий на предприятии;
- риск потери во время транспортировки;
- риск отчуждения в результате неправомерных действий властей.

10.4. Операционный и финансовый левериджи

Операционный леверидж определяется долей постоянных расходов в общих расходах производственной деятельности. Если постоянные расходы высоки, то даже небольшие спады в продажах могут привести к большому снижению доходов. Поэтому, чем выше постоянные расходы фирмы, тем больше ее деловой риск (рис. 10.1).

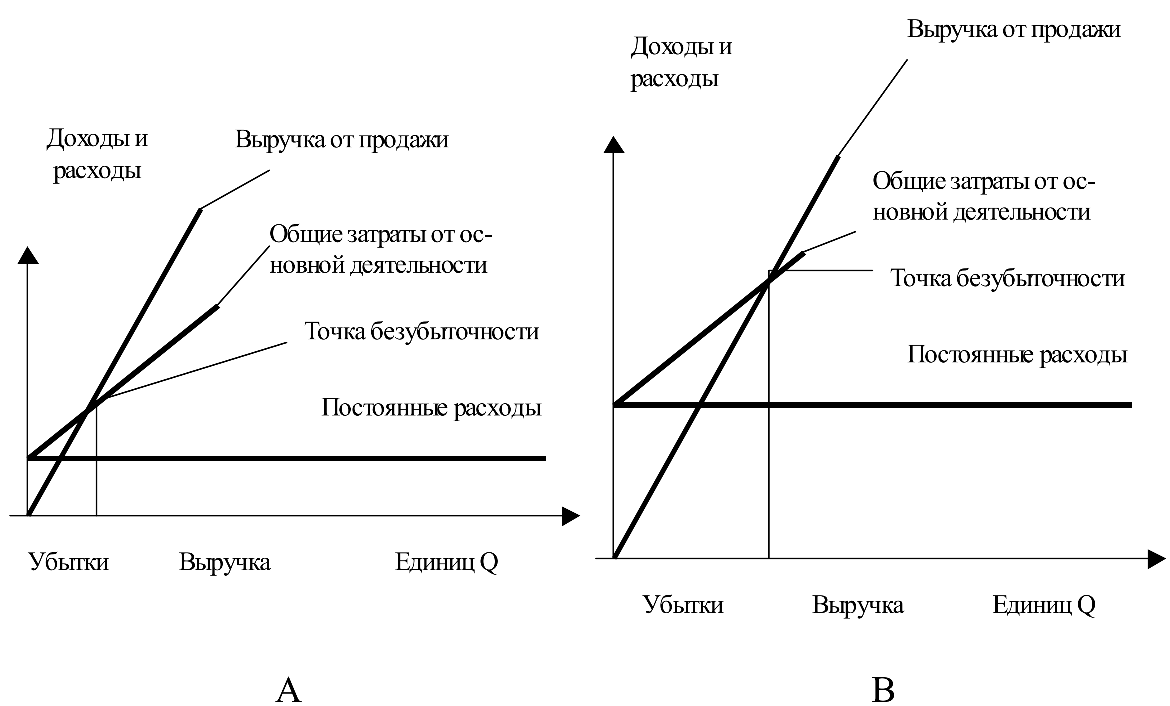


Рис.10.1

Из графика видно, что когда фирма В достигает точки своей безубыточности, то ее прибыль от производственной деятельности растет быстрее чем у фирмы А. Чем выше операционный леверидж, тем выше деловой риск предприятия. Доля постоянных издержек в полных издержках определяется основной технологией производства. Электрические, телефонные, химические, машиностроительные компании имеют крупные вложения в основной капитал по сравнению с торговыми, пищевыми компаниями. Но делая определенные капиталовложения, увеличивая долю постоянных расходов, можно будет уменьшить со временем переменные расходы, что в конце концов повлияет на их операционный леверидж и на деловой риск.

*Финансовый леверидж*_– это использование ценных бумаг с фиксированным доходом (долговые обязательства, облигации и др.) и привилегированные акции. Чем выше финансовый леверидж, тем выше объем безубыточных продаж и тем больше влияние на доход на акцию оказывает данное изменение в объеме продаж.

Операционный леверидж влияет на прибыль до выплаты процента и налогов (EBIT), а финансовый леверидж влияет на прибыль после выплаты процента и налогов, если прибыль доступна акционерам - держателям акций.

Более строгое выяснение сути левериджа можно сделать с помощью анализа левериджа (the degree of leverage).

Степень операционного левериджа DOL определяется как процентное изменение прибылей от производственной деятельности, связанной с данным процентным изменением объема продаж. Степень операционного левериджа определяется по формуле

$$\mathrm{DOL} = \frac{Q(P-V)}{Q(P-V)-F}$$

или

$$\mathrm{DOL} = \frac{S - QV}{S - QV - F},$$

где

Q – единицы выпуска продукции,

P – средняя цена продаж за единицу продукции,

V – переменные расходы на единицу продукции,

F – всего фиксированных расходов,

S – общая выручка от продаж,

VQ – всего переменных расходов.

Пример 10.1. Найти степень операционного левериджа фирмы, в которой объем продаж (S) равен 30 млн. гривен с 20% переменными расходами (QV=0,2·30 000 000 = 6 000 000) гривен) и постоянными производственными расходами (F), равными 10 млн. грн.

$$\mathrm{DOL} = \frac{\text{S-QV}}{\text{S-QV} - F} = \frac{30\ 000\ 000 - 6\ 000\ 000}{30\ 000\ 000 - 6\ 000\ 000 - 10\ 000\ 000} = \frac{24}{14} = 1{,}71(171\%).$$

Это означает, что 100% увеличение продаж дает 171% увеличение прибыли (до выплаты налога и процентов).

Степень финансового левериджа (DOFL) определяет, на сколько изменится прибыль, доступная держателям обыкновенных акций при увеличении прибыли на один процент до выплаты процента и налогов.

Степень финансового левериджа определяется по формуле

$$\mathrm{DOFL} = \frac{\mathrm{EBIT}}{\mathrm{EBIT} - \mathrm{I}},$$

где EBIT(earnings befor interest and taxes)- доходы до уплаты процента и налогов,

I- выплаты по процентам.

Пример 10.2. Найти степень финансового левериджа фирмы при ее доходе в 6 млн.грн. до выплаты процента и налога (EBIT). Фирма имеет 20 млн.грн. всех обязательств с акционерным капиталом при 40% долге с 11% ставкой процента всей задолженности.

Решение.

$$\mathrm{DOFL}_{\text{при долг/активы=40\%}} =$$
$$\frac{6\ 000\ 000}{6\ 000\ 000 - 0{,}11 \cdot 0{,}4 \cdot 20\ 000\ 000} = \frac{600}{600-88} = 1{,}17.$$

Это означает, что 30% увеличение EBIT привело бы к 30·1.17=35,1% увеличению прибыли на акцию.

10.5. Комбинирование операционного и финансового левериджей

Общий эффект финансового и операционного левериджей на прибыль от одной акции от изменения продаж может быть найден с помощью комбинированного левериджа CLE:

$$\mathrm{CLE} = \frac{Q(P-V)}{Q(P-V) - F - I} = \frac{S - VC}{S - VC - F - I}.$$

Пример 10.3. Найти эффект комбинированного левериджа фирмы при 30 млн. грн продаж с 20% переменными расходами от всех обязательств. Фирма имеет постоянные расходы F=10 000 000. Ее активы составляют 20 000 000 из которых 40% долга с 11% ставкой.

Решение.

$$\mathrm{CLE} = \frac{\mathrm{S}-\mathrm{VC}}{\mathrm{S}-\mathrm{VC}-\mathrm{F}-\mathrm{I}} =$$

$$\frac{30\ 000\ 000 - 6\ 000\ 000}{30\ 000\ 000 - 6\ 000\ 000 - 10\ 000\ 000 - 0{,}11\cdot 0{,}4\cdot 20\ 000\ 000} = \frac{24}{13{,}12} = 1{,}83.$$

Поэтому 10% рост продаж 30млн.гр. до 33млн.гр. вызывает рост EPS на 10·1,83= 18,3%.

Если налоги составляют 30%, то

$$\mathrm{EPS}_{Д/А=0,4} = \frac{(30-10-6-0{,}88)\cdot 0.7}{0{,}6} = 15{,}31(\text{гривны}).$$

Следовательно EPS_{30}=15.31гривны, а EPS_{33}= EPS_{30}+0,183 EPS_{30}=15,31·1,183=18,11грн.

Принято обозначать:

EPS – доход на акцию,

DPS – дивиденд на акцию.

ГЛАВА 11. БАНКОВСКИЕ РИСКИ

11.1 Структура банковских рисков

Банковская деятельность направлена на привлечение и аккумулирование временно свободных денежных средств и их распространение между отдельными хозяйственными звеньями на условиях платности, срочности и возвратности. Ведущим принципом в работе коммерческих банков является стремление к получению большей прибыли. По банковским рискам имеется много обширной литературы.

Банковская система основывается на трех ведущих критериях деятельности:

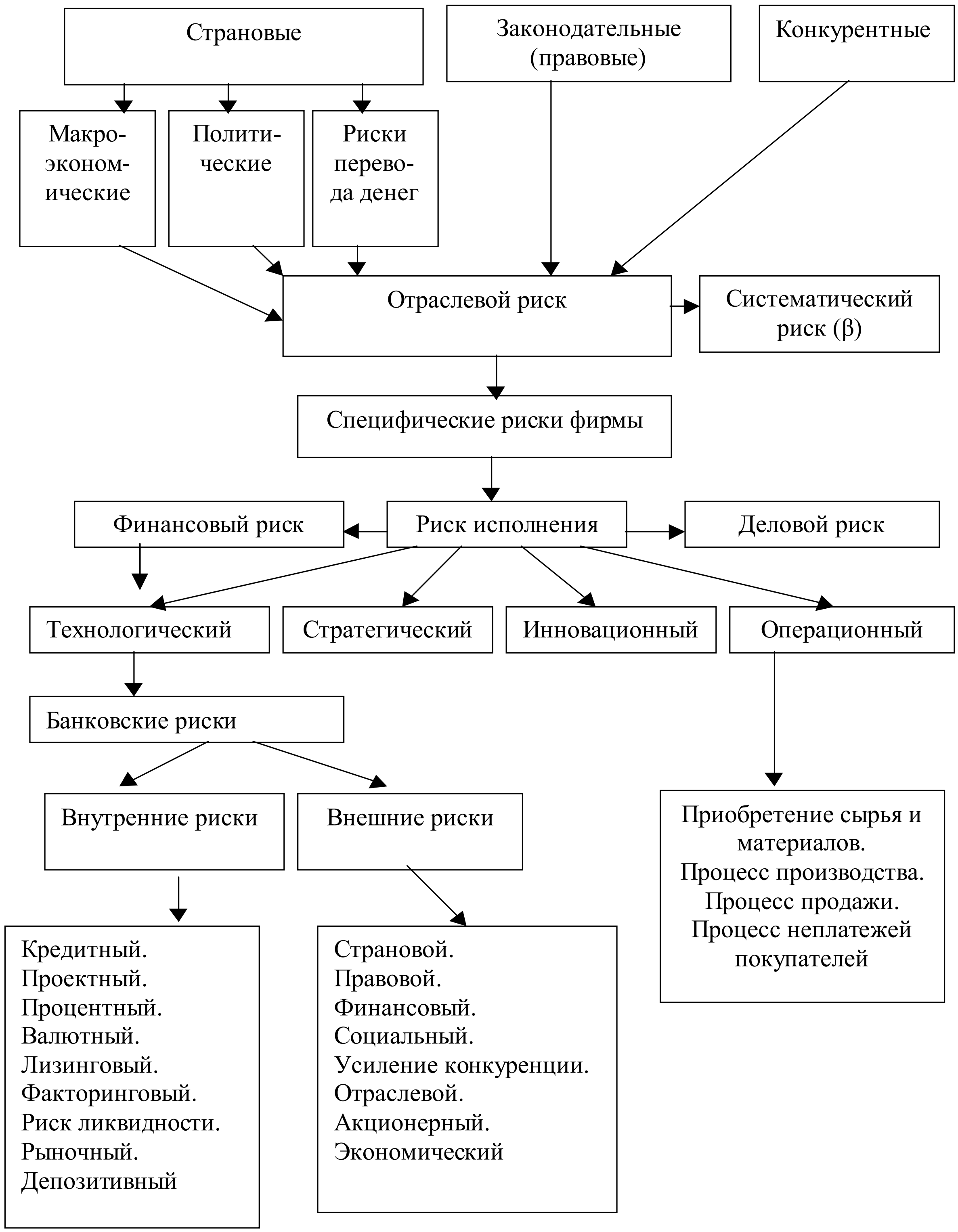
- ликвидность;
- рентабельность;
- безопасность.

В банковской деятельности насчитывается свыше пятидесяти видов риска, начиная с риска простого мошенничества. Основными рисками в банковской деятельности являются:

- банкротство заемщика;
- псевдобанкротство;
- отказ партнеров от платежей за полученные товары или отказ от приобретенных или произведенных заемщиком товаров;
- переконцентрация рисков через сверх нормативный отпуск средств одному заемщику или их размещение в одном секторе экономики, который оказался неэффективным;
- льготное кредитование родственных дочерних предприятий;
- обеспеченность банков и предприятий-заемщиков квалифицированными кадрами;
- другие факторы, вплоть до ряда политических, таких как военные конфликты, революции, национализация, смена законодательной политики.

При правильной организации риск в банке может быть сведен к минимуму, но не может быть полностью устранен. Надо учитывать, что чрезмерная осторожность может оставить банк без прибыли.

Изобразим в виде схемы структуру банковских рисков.



Структура банковских рисков.

11.2. Ликвидность банка

Среди внутренних банковских рисков особое место занимает риск ликвидности, а среди внешних банковских рисков – страновой.

Под ликвидностью банка понимают его способность своевременно обеспечивать выполнение своих обязательств. В целях контроля за состоянием ликвидности кредитной организации, установлены нормативы текущей, мгновенной и долгосрочной ликвидности. Эти нормативы устанавливаются в определенных размерах и вычисляются соответственно по формулам:

$$\text{Н}_2 = \frac{\text{ЛА}_\text{Т}}{\text{ОВ}_\text{Т}} \cdot 100\%, \quad \text{Н}_3 = \frac{\text{ЛА}_\text{М}}{\text{ОВ}_\text{М}} \cdot 100\%, \quad \text{Н}_4 = \frac{\text{К}_\text{РД}}{\text{К} + \text{ОД}} \cdot 100\%,$$

где

$\text{ЛА}_\text{Т}$ – ликвидные активы;

$\text{ОВ}_\text{Т}$ – обязательства до востребования и на срок до 30 дней;

$\text{ЛА}_\text{М}$ – сумма высоколиквидных активов банка;

$\text{ОВ}_\text{М}$ – сумма обязательств банка по счетам до востребования;

$\text{К}_\text{РД}$ – кредиты, выданные банком со сроком погашения свыше одного года;

К – капитал банка;

ОД – обязательства банка со сроком погашения свыше одного года.

Оценка странового экономического риска производится на основании данных национальной статистики расчетом показателей:

Наименование показателя	Обозначения и формула	Нормальное значение
Показатель обслуживания внешнего долга	$\text{К}_1 = \frac{\text{СРС}_\text{В}}{\text{О}_\text{Э}} \cdot 100\%$	Оптимальное $\le 10\%$ Приемлемое $\le 25\%$
Показатель обслуживания процентных выплат	$\text{К}_2 = \frac{\text{П}_\text{П}}{\text{О}_\text{Э}} \cdot 100\%$	Должно не превышать 15-20%

Здесь

$\text{СРС}_\text{В}$ – совокупные расходы страны по обслуживанию своего внешнего долга;

$\text{О}_\text{Э}$ – объем экспорта;

$\text{П}_\text{П}$ – процентные платежи.

11.3. Основные виды банковских сделок (контрактов)

Для снижения риска при заключении банковских контрактов используют особые виды сделок, такие как: овернайт, форвардные сделки, фьючерсные сделки, опционы, свопы, споты и т. д.

Овернайт – купленная валюта предоставляется в распоряжение покупателя в день совершения сделки или на следующий день.

Опцион – договор, в соответствии с которым один из его участников приобретает право покупки или продажи какого - либо товара (валюты) по фиксированной цене в течение некоторого периода времени, а другой участник за денежную премию обязуется обеспечить при необходимости реализацию этого права по определенной договорной цене.

Форвардные сделки – это биржевые сделки, связанные с взаимной передачей прав и обязанностей в отношении реального товара (в т.ч. ценных бумаг, валют) с отсроченным сроком его поставки. Форвардные сделки заключаются между двумя участниками рынка, включая условия, отвечающие пожеланиям сторон.

Фьючерсные сделки это вид сделок на товарной или фондовой бирже, срочные стандартизированные контракты между двумя участниками один из которых обязуется продать в т. ч. ценные бумаги (а второй обязуется оплатить, причем реализация сделки осуществляется через определенный промежуток времени). Фьючерсные сделки заранее стандартизированы и оплата по ним, в отличие от форвардных, производится по предыдущему дню или по результатам предыдущих торгов на бирже. Благодаря бирже, продавец фьючерсного контракта имеет право в любой момент времени выкупить его, то есть, эти контракты имеют высокую ликвидность.

Спот – поставка валют в течение двух дней после их свершения.

Своп – продажа наличной валюты (спот) с одновременной покупкой ее на срок (форвард) или наоборот.

11.4. Рейтинг клиентов банка

- Клиенты высочайшего качества. Имеют допуск к альтернативному финансовому обеспечению практически при любых экономических условиях. Денежный поток стабилен. ”Леверидж ” предоставляет значительную защиту активов.
- Клиенты высокого качества. Доступ на альтернативные финансовые рынки лишь слегка более ограничен, чем у клиентов 1-го класса. Денежный поток и покрытие процентов значительны в отношении к обязательствам и расходам на проценты.

- Клиенты выше среднего качества. Доступ на альтернативные финансовые рынки может быть ограничен в периоды экономической нестабильности. Денежный поток и покрытие процентов значительны, но могут быть снижены в периоды экономического спада.
- Клиенты среднего качества. Доступ к альтернативным финансовым рынкам возможен только в благоприятные экономические периоды. Денежный поток и покрытие процентов адекватны. Защита активов и доходов может быть ослаблена в период экономического спада.
- Клиенты ниже среднего уровня. Доступ к альтернативным финансовым рынкам ограничен даже при благоприятных экономических условиях. Денежный поток и границы покрытия в целом приемлемы, но подвержены значительным колебаниям, что может ограничить возможности обслуживания долга.
- Клиенты с повышенным элементом кредита. Денежный поток, покрытие процентов и защита активов ограничена.
- Клиенты с плохим качеством кредита.

Выдавая кредиты предприятиям, банк должен оценивать их экономическое состояние. Рассмотрим два показателя: оценка банкротства предприятия, надзор за ссудами.

11.5. Оценка банкротства предприятия

Рассмотрим модель Альтмана оценки банкротства предприятия. Определяются величины

$$x_1 = \frac{\text{Оборотный капитал}}{\text{Совокупные активы}};$$

$$x_2 = \frac{\text{Нераспределенные активы}}{\text{Совокупные активы}};$$

$$x_3 = \frac{\text{Брутто - доходы}}{\text{Совокупные активы}};$$

$$x_4 = \frac{\text{Рыночная оценка капитала}}{\text{Балансовая оценка суммарной задолженности}};$$

$$x_5 = \frac{\text{Объем продаж}}{\text{Совокупные активы}}.$$

По этим величинам определяют z-оценку:

$$z = 1{,}2x_1 + 1{,}4x_2 + 3{,}3x_3 + 0{,}6x_4 + 1{,}0x_5.$$

Если $z<2{,}675$, то фирма относится к группе банкротов,
если $z\geq 2{,}675$, то фирма относится к группе успешных.

11.6. Модель Чессера надзора за ссудами

На основании статистических данных определяют величины:

$$x_1 = \frac{\text{Наличность} + \text{легко реализуемые ценные бумаги}}{\text{Совокупные активы}};$$

$$x_2 = \frac{\text{Нетто - продажи}}{\text{Наличность} + \text{легко реализуемые ценные бумаги}};$$

$$x_3 = \frac{\text{Брутто- доходы}}{\text{Совокупные активы}};$$

$$x_4 = \frac{\text{Совокупная задоженность}}{\text{Совокупные активы}};$$

$$x_5 = \frac{\text{Основной капитал}}{\text{Чистые активы}};$$

$$x_6 = \frac{\text{Оборотный капитал}}{\text{Нетто - продажи}}.$$

По этим величинам определяют y - оценку:

$$y = -2{,}0434 - 5{,}24x_1 + 0{,}0053x_2 - 6{,}6507x_3 + 4{,}4009x_4 - 0{,}0791x_5 - 0{,}1020x_6.$$

Находим вероятность выполнения условий договора

$$p = \frac{1}{1 + e^{-y}}.$$

Если p<0,5, то заемщик надежный,

если p>0,5, то условия договора не будут выполнены.

Модель Чессера по данным выборки сумела за год до нарушения условий кредитного договора правильно определить судьбу трех из четырех кредитов.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Быстрое изменение окружающей нас действительности отвергает использование в экономике бесспорных решений, пригодных во все времена, для любых условий. Это объясняется тем, что неопределенность при принятии решений является неотъемлемой чертой человеческой практики, характерной для любых действий, связанных с необходимостью учета всего комплекса воздействующих на изучаемый объект причин. Неопределенность многих экономических ситуаций порождает необходимость риска при принятии решений, необходимость в предвидении последствий принимаемых решений, необходимость системного подхода при любом образе действий по управлению. Системный подход обеспечивает развивающейся экономике приспособление к постоянно меняющемуся окружению.

В настоящее время риск и прогноз остаются еще не до конца понятной и изученной проблемой. Основной вопрос при этом заключается в том, что риск еще не сформировался окончательно как отдельное научное направление. На этом пути еще очень много проблем. Остаются открытыми вопросы четкого словесного определения понятия риска, определения формального численного критерия риска, позволяющего применять его в различных ситуациях. Отсутствуют четкие рекомендации по применению приемлемого уровня риска в конкретных ситуациях, отсутствуют разработки по формированию экономических нормативов и правил поведения на основе количественных оценок риска. В практическом использовании прогноза также нет четких рекомендаций по применению полученных результатов в моделях по принятию решений и т.д. По сути, риск как наука является объединением различных методов с различных областей знаний и сильно связан со смежными дисциплинами. В качестве математических средств принятия решений в условиях неопределенности и риска используется теория вероятности и математическая статистика, математическое программирование и теория игр, теория полезности Неймана-Моргенштерна, и методы прогнозирования. Из этого перечня видно, насколько важно изучение предлагаемого курса для непрерывной математической подготовки студентов экономических специальностей.

Понятно, что эту книгу нельзя считать исчерпывающим пособием при изучении указанных дисциплин. Кроме рассмотренных, существует множество других вопросов, которые в этом учебном пособии либо не рассмотрены, либо поставлены в качестве нерешенных проблем. Не все проблемы, освещенные в книге, обсуждались детально и глубоко. С некоторыми из них студенты могут столкнуться и при изучении других дисциплин. Однако, коллектив авторов пособия состоит из профессиональных преподавателей, которые много лет читают рассматриваемые в книге проблемы студентам-экономистам и развивают это направление в своей практической деятельности. В настоящее время авторы готовят к изданию еще один учебник по проблемам разработки систем поддержки принятия решений, где эти и другие вопросы получат свое дальнейшее развитие.

В книге нашли место практические рекомендации по применению общих положений по прогнозу и риску в типовых ситуациях. Основная трудность здесь состоит не в выполнении расчетов, а в построении самих моделей, адекватных реальной действительности. Известно, что принятие мер по снижению риска пропорционально уровню ожидаемых возможных потерь. Но, с другой стороны, с повышением уровня потерь уменьшается вероятность их возникновения. Поэтому на практике надо разработать критерий, позволяющий сбалансировать уровень снижения риска с необходимыми для этого дополнительными затратами. Существенным здесь является то, что оценки риска имеют ценность не сами по себе, а только в связи с необходимостью принимать решение в конкретной ситуации. Мы уверены, что со временем положение в данном направлении прояснится с выходом в свет целого ряда работ. Надо только четко понять, как действуют компании, фирмы и отдельные лица в условиях неопределенности и риска и на основании этих исследований делать прогноз последствий принятия решений.

Предложенный практикум будет особенно полезен тем, кто хочет самостоятельно продвинуться в направлении практического использования сложных и современных экономико-математических моделей при принятии решений в ситуациях с неопределенностью и риском.

Мы надеемся, что наш скромный труд поможет студентам в овладении знаниями цикла экономико-матема-тических дисциплин, а нашим коллегам облегчит задачу разработки новых привлекательных тем в области экономических исследований.

СПИСОК РЕКОМЕНДОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Аленичев В.В., Аленичева Т.Д. Страхование валютных рисков, банковских и экспортных коммерческих кредитов. – М.: ИСТ –Сервис, 1994. – 206 с.
2. Альгин А.П. Риск и его роль в общественной жизни. – М.: Мысль, 1989. – 205 с.
3. Башарин Г.П. Начала финансовой математики. – М., 1997. – 160 с.
4. Бланк И.А. Инвестиционный менеджмент. – Киев, 1995. – 447 с.
5. Бондарев Б.В. Введение в финансовую математику: учебное пособие. – Донецк, 1996. – 200 с.
6. Бондарев Б.В., Стешенко И.В. Сборник задач по финансово-экономическим расчетам: учебное пособие. – Донецк, 1996. – 88 с.
7. Бондарев Б.В., Шурко И.А. Финансовая математика. – Донецк, 1998. – 163 с.
8. Буренин А.Н. Рынки производных финансовых инструментов. - М., 1996. – 368 с.
9. Вентцель Е.С. Исследование операций: задачи, принципы, методология. – М.: Наука, 1980. – 208 с.
10. Вітлінський В.В., Наконечний С.І. Ризик у менеджменті. – Київ: ТОВ «Борисфен – М», 1996. – 326 с.
11. **Гольцберг М.А. Хасан-Бек Л.М. Основы финансового инвестирования. - Киев, 1995. – 114 с.**
12. Гречанинов Ф. Барометр КАС-20 // Бизнес. – 1997. – № 31. – С.18.
13. Дж.о'Брайен, Шривастова С. Финансовый анализ и торговля ценными бумагами. – М., 1995. – 208 с.
14. Индекс Wood –15 // Бизнес. – 1997. – № 23. – С. 8.
15. Индексы фондового рынка Украины: Обзор // Украинская инвестиционная газета. Фондовый рынок. – 1997. – 10 июля. – С.10.
16. Касимова О.Ю., Крыжановский Г.А. Начала финансовой математики (анализ кредитных и инвестиционных операций). – Зеленоград, 1995. – 120 с.
17. Кини Р.П., Райфа Х. Принятия решений при многих критериях: предпочтения и замещения. – М.: Радио и связь, 1981. – 560 с.
18. Ковалев В.В. Сборник задач по финансовому анализу. - М., 1997. –128 с.
19. Кошевой Д., Тарнавский В. Условия диктуют ставки // Финансовая Украина. – 1995. – 17 октября. – С. 36.

20. Куприна С. Рынки ценных бумаг и фондовые индексы // Финансовая газета. – 1994. – № 42. – С. 10.
21. Лапуста М. Г., Шаршукова Л. Г. Риски в предпринимательской деятельности. – М.: Инфра, 1998. – 224 с.
22. Ляшенко В.И. Фондовые индексы и рейтинги. – Донецк, 1998. – 317 с.
23. Ляшенко В.И., Рухлядин В.И. Фондовые индексы. – Донецк,1995. – 72 с.
24. Ляшенко И.В., Ю.В. Макогон, В.И. Рухлядин. Международные фондовые индексы. – Донецк, 1995. – 51 с.
25. Малыхин В.И. Финансовая математика. – М.: ООО ЮНИТИ ДАНА, 1999. – 248 с.
26. Малыхин В.И. Математика в экономике. Дон Инфра – М, 2000. – 356 с.
27. Моррис У.Т. Наука об управлении. – М.: Мир, 1971. – 304 с.
28. Первозванский А.А., Первозванская Т.Н. Финансовый рынок: расчет и риск. – М.: Инфра, 1994. – 192 с.
29. Приходько В. П. Риски и неопределенность в банковской деятельности // Бизнес-Информ. – 1997. – № 5 – 13.
30. Рубцов Б.Б. Зарубежные фондовые рынки: инструменты, структура, механизм функционирования. – М., 1996. – 304 с.
31. Рэдхэд К., Хьюс С. Управление финансовыми рисками. – М., 1996. – 288 с
32. Скатерщиков С., Чернышкова Е. Российские фондовые индексы: заочный теоретический спор // Финансовая газета. – 1994. – №8. – с.11
33. Страховое дело: Учебник // Под ред. Л.И. Рейтмана. – М.: Банковский и биржевой научно-консультативный центр, 1992. – 178 с.
34. Фалин Г.И. Математический анализ рисков в страховании. – М.: Российский юридический издательский дом, 1994. – 164 с.
35. Финансовое управление компанией. Под ред. Е.В. Кузнецовой. – М.: Фонд «Правовая культура», 1995. – 384 с.
36. Хозяйственый риск и методы его измерения. Пер. с венг. / Т. Бачкаи и др. – М.: Экономика, 1979. – 184 с.
37. Христиановский В.В., Щербина В.П. Экономический риск и методы его измерения. – Донецк: – ДонГУ, 1997. – 46 с.
38. Христиановский В.В., Щербина В.П., Полшков Ю. Н. Экономический риск и методы его измерения. – Донецк ДонГУ, 1999. – 250 с.
39. Черкасов В.Е. Практическое руководство по финансово-экономическим расчетам. – М., 1995. – 128 с.
40. Четыркин Е.М. Методы финансовых и коммерческих расчетов. – М.,1995. – 320 с.
41. Шарова Т.Н. Управление валютными рисками. – Киев, 1994. – 200 с.

42. Шарп У., Александер Г., Бейли Дж. – Инвестиции. М., 1997. – 1024 с.
43. Шахов В.В. Введение в страхование. - М.: Финансы и статистика, 1992. – 214 с.
44. **Шеремет А., Сайфулин Р., Негашев Е. Анализ финансовых результатов деятельности предприятия // Финансовая газета. – 1993. – С.14.**
45. Ястремський О.І. Моделювання економічного ризику. – Київ: Либідь, 1992. – 176 с.
46. Black F., Scoles M. The Pricing of Optiona and Corporate Liabilities. Gof Polit. Economy, 81, №3, 1973
47. Bylles, Richard Nelson. What Color Is Your Parachute: A Practical Manual for Hunters: Career–Changers. Berkeley.1997
48. Markowitz W.N. Portfolio selection. – J., of Finances, v7, №1, pp. 77–91, 1952
49. Moody's Investors Service. Corporate Bond Defaults and Default Rates 1979–1993. January, 1994. – p.19
50. Merton R.C. Optimum Consumption and Portfolio Rules in a Continuous – Time Model. I. of Economic Theory's. 1971. - pp.373-413
51. Sharpe V.F. Investments. – N. J., Prentice-Hall, 1985 (3-nd edit).
52. Tobin D. Liguidity preference as behavior toward risk. Rev. of Econ. Studies, v25, 1, 1958. – pp.65 – 86

СОДЕРЖАНИЕ

ГЛАВА 3. ОПРЕДЕЛЕНИЕ РИСКА И ЕГО ОСНОВНЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ…….…..……41

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

СПИСОК РЕКОМЕНДОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

СОДЕРЖАНИЕ