

**МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ УКРАИНЫ
ДОНЕЦКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ЭКОНОМИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ**

**МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ
К ВЫПОЛНЕНИЮ КОНТРОЛЬНЫХ РАБОТ ПО КУРСУ
«ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ
И МАТЕМАТИЧЕСКАЯ СТАТИСТИКА»**

(Для студентов экономических специальностей заочной формы обучения)

***Утверждено
на заседании кафедры МММЭ
Протокол № 5 от 16 декабря 1999 г.***

Донецк ДонГУ 2000

УДК 519.2
ББК 22.171

Методические рекомендации к выполнению контрольных работ по курсу “Теория вероятностей и математическая статистика” (Для студентов экономических специальностей заочного отделения)/ Н.В. Румянцев, М.И. Медведева – Донецк: ДонГУ, 2000 - 32 с.

В методическом пособии приведены методы решения типовых задач и условия задач для контрольных работ по курсу “Теория вероятностей и математическая статистика” для студентов заочного отделения. Материал изложен в соответствии с программой курса, утвержденной Министерством образования и науки Украины.

Составители Н.В. Румянцев, канд. физ-мат. наук, доц.
М.И. Медведева, канд. физ-мат. наук, ст. преп.

Ответственный за выпуск Е.Г. Новожилова, ст.преп.

РЕШЕНИЕ ТИПОВЫХ ЗАДАЧ

ПРИМЕР 1. По данной корреляционной таблице

- а) определить выборочный закон распределения признаков X и Y ;
- б) построить полигон частот и найти эмпирическую функцию распределения признака X ;
- в) найти $\bar{X}$, $\bar{Y}$, σ_x^* , σ_y^* ;
- г) найти выборочный коэффициент корреляции;
- д) построить корреляционное поле;
- е) написать выборочное уравнение регрессии;
- ж) нанести линию регрессии на корреляционное поле.

$X \backslash Y$	4	7	10	13	16
10	3	6	5		
14		8	10	7	
18		10	30	5	
22				7	3
26					6

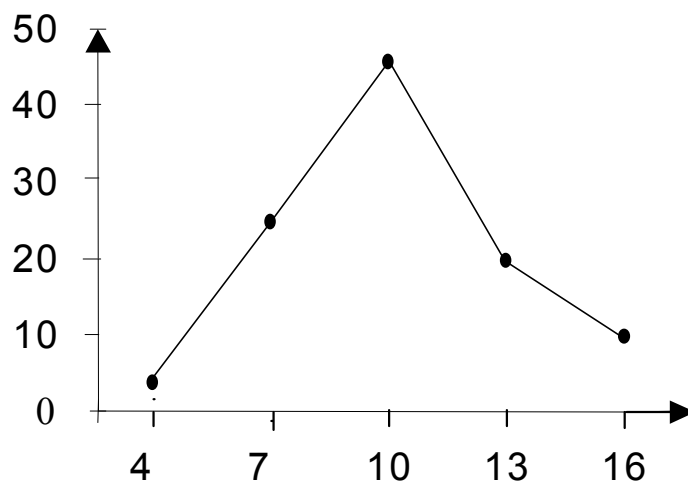
РЕШЕНИЕ. а) выборочное распределение для признака X :

X	4	7	10	13	16
n_x	3	24	45	19	9

выборочное распределение признака Y :

Y	10	14	18	22	26
n_y	14	25	45	10	6

б) полигон частот признака X имеет вид



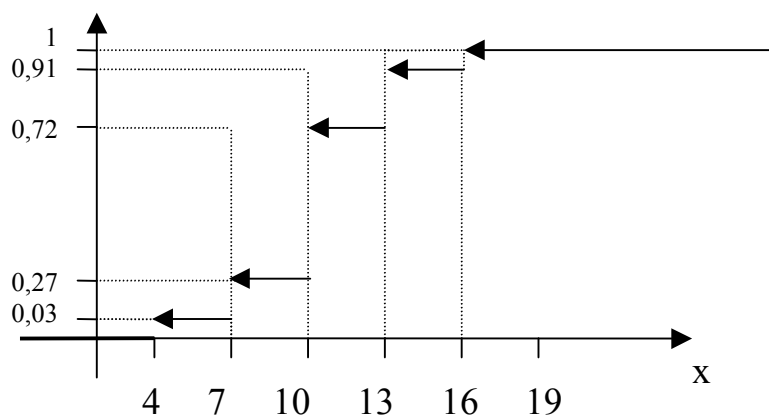
Для вычисления эмпирической функции распределения вычислим относительные и накопленные относительные частоты.

X	4	7	10	13	16
n_x	3	24	45	19	9
$\frac{n_x}{n}$	0,03	0,24	0,45	0,19	0,09
w_i^*	0,03	0,27	0,72	0,91	1

Тогда эмпирическая функция распределения признака X имеет вид

$$F^*(x) = \begin{cases} 0, & \text{при } x \leq 4, \\ 0,03 & \text{при } 4 < x \leq 7, \\ 0,27 & \text{при } 7 < x \leq 10, \\ 0,72 & \text{при } 10 < x \leq 13, \\ 0,91 & \text{при } 13 < x \leq 16, \\ 1 & \text{при } x > 16. \end{cases}$$

Строим график найденной функции



в) определяем значения $\bar{X}$, $\bar{Y}$, σ_x^* , σ_y^* . Сначала найдем $\bar{X}$ и $\bar{Y}$

$$\bar{X} = \frac{\sum n_x x}{n} = \frac{4 \cdot 3 + 7 \cdot 24 + 10 \cdot 45 + 13 \cdot 19 + 16 \cdot 9}{100} = 10,21;$$

$$\bar{Y} = \frac{\sum n_y y}{n} = \frac{14 \cdot 10 + 25 \cdot 14 + 45 \cdot 18 + 10 \cdot 22 + 6 \cdot 26}{100} = 16,76.$$

Значения σ_x^* , σ_y^* определяем по формулам

$$\sigma_x^* = \sqrt{\overline{X^2} - \bar{X}^2};$$

$$\sigma_y^* = \sqrt{\overline{Y^2} - \bar{Y}^2},$$

где

$$\overline{X^2} = \frac{\sum n_x x^2}{n} = \frac{3 \cdot 4^2 + 4 \cdot 27^2 + 45 \cdot 10^2 + 19 \cdot 13^2 + 9 \cdot 16^2}{100} = 112,39,$$

$$\overline{Y^2} = \frac{\sum n_y y^2}{n} = \frac{14 \cdot 10^2 + 25 \cdot 14^2 + 45 \cdot 18^2 + 10 \cdot 22^2 + 6 \cdot 26^2}{100} = 297,76.$$

Тогда

$$\sigma_x^* = \sqrt{112,39 - 10,21^2} \approx 2,85;$$

$$\sigma_y^* = \sqrt{297,76 - 16,76^2} \approx 4,11.$$

г) для вычисления выборочного коэффициента корреляции используем формулу

$$r = \frac{\sum n_{xy}xy - n \bar{X} \bar{Y}}{n \sigma_x \sigma_y}.$$

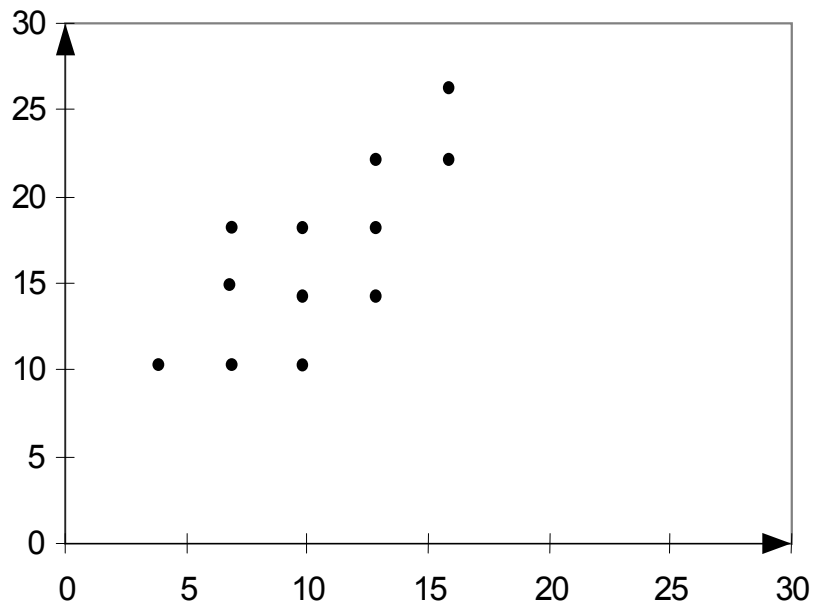
Сначала вычислим $\sum n_{xy}xy$

$$\begin{aligned} \sum n_{xy}xy = & 3 \cdot 4 \cdot 10 + 6 \cdot 7 \cdot 10 + 5 \cdot 10 \cdot 10 + 8 \cdot 7 \cdot 14 + 10 \cdot 10 \cdot 14 + 7 \cdot 13 \cdot 14 + \\ & + 10 \cdot 7 \cdot 18 + 30 \cdot 10 \cdot 18 + 5 \cdot 13 \cdot 18 + 7 \cdot 13 \cdot 22 + 3 \cdot 16 \cdot 22 + 6 \cdot 16 \cdot 26 = 17882. \end{aligned}$$

Таким образом, выборочный коэффициент корреляции равен

$$r = \frac{17882 - 100 \cdot 10,21 \cdot 16,76}{100 \cdot 2,85 \cdot 4,11} = 0,65.$$

д) корреляционное поле имеет вид



е) выборочное уравнение прямой линии регрессии Y на X имеет вид

$$\bar{y}_x - \bar{Y} = r \frac{\sigma_y}{\sigma_x} (x - \bar{X}).$$

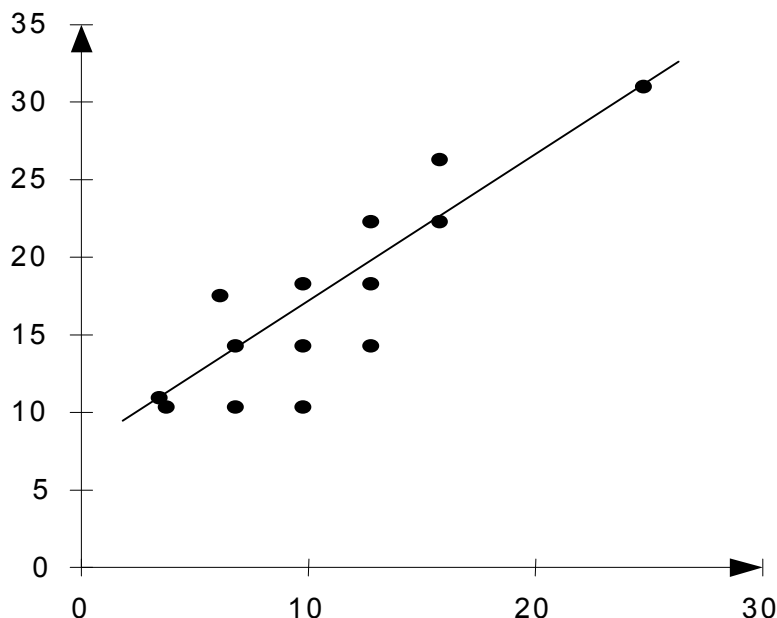
В нашем примере

$$\bar{y}_x - 16,76 = 0,65 \frac{4,11}{2,85} (x - 10,21)$$

или после преобразований

$$\bar{y}_x = 0,94x + 7,19.$$

д) нанесем график полученной прямой на корреляционное поле. Прямую $\bar{y}_x = 0,94x + 7,19$ проводим через две точки A(4; 10,85) и B(25; 30,69).



Ответ: $r = 0,65$; $\bar{y}_x = 0,94x + 7,19$.

ПРИМЕР 2. В ящике имеется 6 деталей, среди которых 4 окрашенных. Сборщик наудачу извлекает 3 детали. Найти вероятность того, что среди извлеченных трех деталей окажется 2 окрашенные.

РЕШЕНИЕ. Пусть событие $A = \{\text{из 3-х извлеченных деталей 2 - окрашены}\}$. Эксперимент состоит в извлечении 3-х деталей. Тогда общее число возможных элементарных исходов равно числу возможных вариантов выбора 3-х деталей из 6, т.е. равно C_6^3 . Подсчитаем число благоприятствующих исходов. Среди 3 – х извлеченных деталей должно быть 2 окрашенные и 1 неокрашенная, а всего имеется 4 окрашенных и 2 неокрашенных деталей. Взять две окрашенные детали из 4 можно C_4^2 способами, а 1 неокрашенную из двух - C_2^1 способами.

Таким образом, число благоприятствующих исходов равно $C_4^2 \cdot C_2^1$ и, значит, искомая

вероятность

$$P(A) = \frac{C_4^2 \cdot C_2^1}{C_6^3} = 0,6.$$

Ответ: $P(A) = 0,6$.

ПРИМЕР 3. Брошены 3 игральные кости. Найти вероятность того, что на всех выпавших гранях появится разное число очков.

РЕШЕНИЕ. Пусть событие $A = \{\text{на всех выпавших гранях появится разное число очков}\}$. Для того, чтобы произошло событие A необходимо совместное появление следующих событий: $B_1 = \{\text{на первой кости выпадает любое число очков}\}$, $B_2 = \{\text{на второй кости выпадает число очков, отличное от появившегося на первой}\}$, $B_3 = \{\text{на третьей кости число очков отличное от первых двух}\}$, т.е. $A = B_1 B_2 B_3$, где события B_1, B_2, B_3 - зависимы. Тогда

$$P(A) = P(B_1)P(B_2/B_1)P(B_3/B_1 B_2) = 1 \cdot \frac{5}{6} \cdot \frac{4}{6} = \frac{5}{9}$$

Ответ: $P(A) = \frac{5}{9}$.

ПРИМЕР 4. Вероятности попадания в цель при стрельбе из трех орудий таковы: $p_1 = 0,8$; $p_2 = 0,7$; $p_3 = 0,6$. Найти вероятность того, что при одном залпе из трех орудий в цель попадет только одно.

РЕШЕНИЕ. Пусть события $A_1 - \{\text{попало первое орудие}\}$, $A_2 - \{\text{попало второе орудие}\}$, $A_3 - \{\text{попало третье орудие}\}$. Введем обозначения: $B_1 - \{\text{при залпе попало первое орудие}\}$, $B_2 - \{\text{при залпе попало второе орудие}\}$, $B_3 - \{\text{при залпе попало третье орудие}\}$. Тогда, очевидно, $B_1 = A_1 \cdot \bar{A}_2 \cdot \bar{A}_3$, $B_2 = \bar{A}_1 \cdot A_2 \cdot \bar{A}_3$, $B_3 = \bar{A}_1 \cdot \bar{A}_2 \cdot A_3$. Таким образом, событие $A - \{\text{при залпе попало только одно орудие}\}$ есть сумма трех несовместных событий, т.е. $A = B_1 + B_2 + B_3$. Так как события B_1, B_2, B_3 несовместны, то применима теорема сложения

$$P(B_1 + B_2 + B_3) = P(B_1) + P(B_2) + P(B_3).$$

События A_1, A_2, A_3 независимы, следовательно, к ним применима теорема умножения

$$P(A_1 A_2 A_3) = P(A_1)P(A_2)P(A_3).$$

Имеем

$$\begin{aligned} P(A) &= P(B_1 + B_2 + B_3) = P(B_1) + P(B_2) + P(B_3) = \\ &= P(A_1 \cdot \bar{A}_2 \cdot \bar{A}_3) + P(\bar{A}_1 \cdot A_2 \cdot \bar{A}_3) + P(\bar{A}_1 \cdot \bar{A}_2 \cdot A_3) = \\ &= P(A_1)P(\bar{A}_2)P(\bar{A}_3) + P(\bar{A}_1)P(A_2)P(\bar{A}_3) + P(\bar{A}_1)P(\bar{A}_2)P(A_3) = \\ &= 0,8 \cdot 0,3 \cdot 0,1 + 0,2 \cdot 0,7 \cdot 0,1 + 0,2 \cdot 0,3 \cdot 0,8 = 0,024 + 0,014 + 0,048 = 0,086. \end{aligned}$$

Ответ: $P(A) = 0,086$.

ПРИМЕР 5. В каждой из двух урн содержится 2 черных и 6 белых шаров. Из первой урны наудачу извлечен один шар и переложен во вторую урну, после чего из второй урны наудачу извлечен шар. Найти а) вероятность того, что шар, извлеченный из второй урны, окажется белым; б) вероятность того, что из первой урны извлекли черный шар, если известно, что из второй урны извлекли белый шар.

РЕШЕНИЕ. Обозначим событие $A = \{\text{из второй урны извлечен белый шар}\}$. Из первой урны мог быть извлечен либо белый шар (гипотеза H_1), либо черный (гипотеза H_2). Вероятность того, что из первой урны извлечен белый шар

$$P(H_1) = \frac{4}{5}.$$

Вероятность того, что из первой урны извлечен черный шар:

$$P(H_2) = \frac{1}{5}.$$

Условная вероятность того, что из второй урны извлечен белый шар, при условии, что из первой во вторую был переложен белый шар, равна

$$P(A/H_1) = \frac{9}{11}.$$

Условная вероятность того, что из второй урны извлечен белый шар, при условии, что из первой во вторую был переложен черный шар, равна

$$P(A/H_2) = \frac{8}{11}.$$

Вероятность того, что из второй урны будет извлечен белый шар (по формуле полной вероятности), равна:

$$P(A) = P(H_1)P(A/H_1) + P(H_2)P(A/H_2) = \frac{4}{5} \cdot \frac{9}{11} + \frac{1}{5} \cdot \frac{8}{11} = 0,8.$$

Определим теперь вероятность того, что из первой урны извлекли черный шар, если из второй был извлечен белый. По формуле Байеса

$$P(H_2 / A) = \frac{P(H_2)P(A / H_2)}{P(A)} = \frac{\frac{1}{5} \cdot \frac{8}{11}}{0,8} = \frac{2}{11}.$$

Ответ: $P(A) = 0,8$, $P(H_2/A) = \frac{2}{11}$.

ПРИМЕР 6. Найти вероятность того, что событие A появится меньше трех раз в пяти независимых испытаниях, если вероятность появления события A в одном испытании равна 0,4.

РЕШЕНИЕ. Пусть $B = \{\text{событие } A \text{ появилось менее трех раз}\}$. Обозначим $P(B)$ через $P_5(0;5)$. Для решения задачи используем формулу Бернулли. Меньше трех раз - это 0, 1 или 2 раза. Тогда

$$P_5(0;2) = P_5(0) + P_5(1) + P_5(2) = C_5^0(0,4)^0(0,6)^5 + C_5^1(0,4)^1(0,6)^4 + C_5^2(0,4)^2(0,6)^3 = 0,33696.$$

Ответ: $P_5(0;2) = 0,33696$.

ПРИМЕР 7. Станок-автомат штампует детали. Вероятность того, что изготовленная деталь окажется бракованной, равна 0,01. Найти вероятность того, что среди 200 деталей окажется ровно 4 бракованных.

РЕШЕНИЕ. По условию $n = 200$, $p = 0,01$, $k = 4$. Так как события, состоящие в том, что изготовленные детали окажутся бракованными, независимы, число n велико, а вероятность p мала, воспользуемся следствием из теоремы Пуассона

$$P_n(k) \approx \frac{\lambda^k \cdot e^{-\lambda}}{k!},$$

где $\lambda = np$. Подставляя значения n и p , получаем $\lambda = 200 \cdot 0,01 = 2$. Следовательно, искомая вероятность приближенно равна:

$$P_{200}(4) \approx \frac{2^4 \cdot e^{-2}}{4!} \approx \frac{16 \cdot 0,13534}{24} \approx 0,09.$$

Ответ: $P_{200}(4) \approx 0,09$.

ПРИМЕР 8. Вероятность появления события в каждом из 1000 независимых испытаний равна 0,75. Найти вероятность того, что событие произойдет больше 250, но меньше 400 раз.

РЕШЕНИЕ. По условию $n = 1000$, $p = 0,75$, $q = 1 - p = 0,25$, $k_1 = 250$, $k_2 = 400$. Так как n велико, $0 < p < 1$, то для вычисления вероятности $P_{1000}(250;400)$ того, что событие произойдет не больше 250, но меньше 400 раз применяем интегральную теорему Муавра-Лапласа. Вычисляем x_1 и x_2

$$x_1 = \frac{k_1 - np}{\sqrt{npq}} = \frac{250 - 750}{\sqrt{1000 \cdot 0,75 \cdot 0,25}} = -2,67,$$

$$x_2 = \frac{k_2 - np}{\sqrt{npq}} = \frac{400 - 750}{\sqrt{1000 \cdot 0,75 \cdot 0,25}} = -1,87.$$

По таблицам значений функции $\Phi(x)$ определим значения $\Phi(x_1)$ и $\Phi(x_2)$: $\Phi(-2,67) = -\Phi(2,67) = -0,4962$, $\Phi(-1,87) = -\Phi(1,87) = -0,4693$. Тогда по интегральной теореме Муавра-Лапласа получим

$$P_{1000}(250; 400) = \Phi(x_1) - \Phi(x_2) = -0,4693 + 0,4962 = 0,0269.$$

Ответ: $P_{1000}(250; 400) = 0,0269$.

ПРИМЕР 9. Вероятность того, что события A наступит ровно 80 раз в 400 испытаниях, если вероятность появления этого события равна 0.2.

РЕШЕНИЕ. По условию $n = 400$, $p = 0,2$, $q = 1 - p = 0,8$, $k = 80$. Воспользуемся асимптотической формулой Лапласа

$$P_n(k) \approx \frac{1}{\sqrt{npq}} \varphi(x), \quad x = \frac{k - np}{\sqrt{npq}}.$$

В нашем примере $x = \frac{80 - 400 \cdot 0,2}{\sqrt{400 \cdot 0,2 \cdot 0,8}} = 0$. По таблице значений функции $\varphi(x)$ определяем $\varphi(0) = 0,3989$. Тогда

$$P_{400}(80) \approx \frac{1}{\sqrt{400 \cdot 0,2 \cdot 0,8}} \cdot 0,3989 = 0,04986.$$

Ответ: $P_{400}(80) = 0,0498$.

ПРИМЕР 10. По данному закону распределения случайной величины X найти

- математическое ожидание;
- дисперсию;
- среднее квадратическое отклонение;
- интегральную функцию распределения дискретной случайной величины X ;
- построить график интегральной функции.

X	-2	-1	0	1	2
p	0,1	0,5	0,2	0,1	0,1

РЕШЕНИЕ. а) найдем математическое ожидание дискретной случайной величины X .

$$MX = \sum_{i=1}^n x_i p_i = (-2) \cdot 0,1 + (-1) \cdot 0,5 + 0 \cdot 0,2 + 1 \cdot 0,1 + 2 \cdot 0,1 = -0,4.$$

б) для вычисления дисперсии определим сначала MX^2 . Напишем закон распределения дискретной случайной величины X^2

X^2	0	1	4
p	0,2	0,6	0,2

$$MX^2 = \sum_{i=1}^n x_i p_i = 0 \cdot 0,2 + 1 \cdot 0,6 + 4 \cdot 0,2 = 1,4.$$

$$DX = MX^2 - [MX]^2 = 1,4 - (-0,4)^2 = 1,24.$$

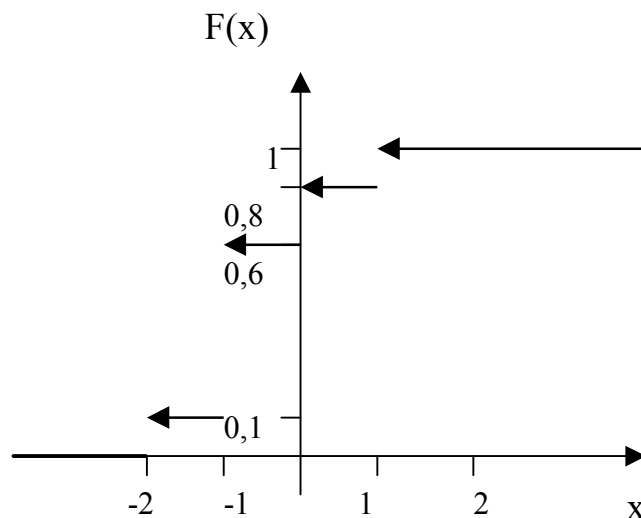
в) теперь вычислим среднее квадратическое отклонение X

$$\sigma_x = \sqrt{DX} = \sqrt{1,24} = 1,11.$$

г) найдем интегральную функцию распределения дискретной случайной величины X .

$$F(x) = \begin{cases} 0, & \text{при } x \leq -2, \\ 0,1 & \text{при } -2 < x \leq -1, \\ 0,6 & \text{при } -1 < x \leq 0, \\ 0,8 & \text{при } 0 < x \leq 1, \\ 0,9 & \text{при } 1 < x \leq 2, \\ 1 & \text{при } x > 2. \end{cases}$$

д) строим график интегральной функции:



Решение примера 1 с помощью ППП EXCEL

Таблица 1.

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	y \ x	4	7	10	13	16	n _v	
2	10	3	6	5			14	1040
3	14		8	10	7		25	3458
4	18		10	30	5		45	7830
5	22				7	3	10	3058
6	26					6	6	2496
7	n _x	3	24	45	19	9		17882
8								
9	$\bar{x} = 10,21$		$\bar{y} = 16,76$					
10								
11	Среднее квадратическое отклонение:				2,854102	- σ_x		
12					4,106385	- σ_y		
13	Вычисление коэффициента корреляции							
14								
15			r = 0,657028					
16	Коэффициенты выборочного уравнения регрессии							
17			A= 0,94531					
18			B= 7,108386					

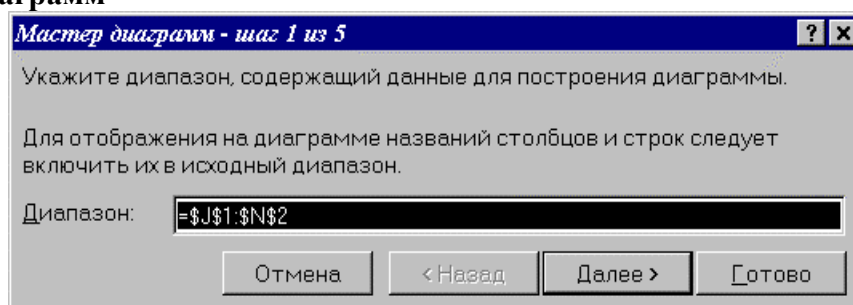
1. Для построения полигона частот необходимо знать статистическое распределение признака. В первой строке корреляционной таблицы заданы значения варианты X. Для вычисления частот n_x необходимо просуммировать соответствующие частоты n_{xy} . Например в ячейке B7 (табл. 1) стоит сумма содержимого ячеек B2:B6, в ячейке C8 – СУММА(C2:C6) = 6 + 8 + 10 = 24 (см. табл. 2) и т. д. Распределение признака Y находим аналогично (ячейки G2:G6).

Выписываем отдельно распределение признака X.

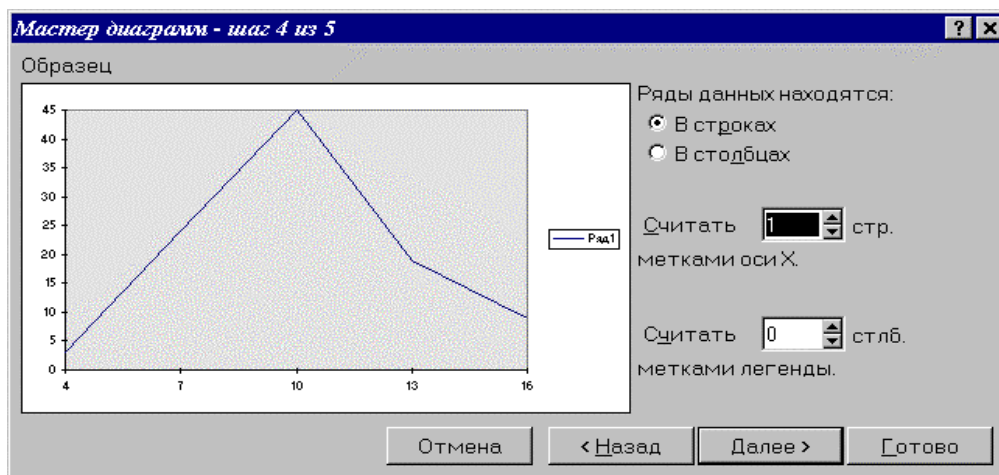
	I	J	K	L	M	N
1	X	4	7	10	13	16
2	n_x	3	24	45	19	9

Для построения полигона частот необходимо:

- 1) Выбрать в главном меню **Вставка**, пункт **Диаграмма**. В результате появится диалоговое окно **Мастер диаграмм**



- 2) Заполнить поле диалогового окна, как показано на рисунке и нажать кнопку **Далее**.
- 3) Выбрать тип диаграммы (график) и вид графика.
- 4) Заполнить новое диалоговое окно как показано на рисунке.



После завершения всех операций, получаем полигон частот.

Расчет остальных величин приведен в таблицах 1, 2.

Таблица 2. Формулы таблицы 1

Ячейка	Формула
B7	=СУММ(B2:B6)
C7	=СУММ(C2:C6)
D7	=СУММ(D2:D4)
E7	=СУММ(E2:E6)
F7	=СУММ(F2:F6)
G2	=СУММ(B2:F2)
G3	=СУММ(B3:F3)
G4	=СУММ(B4:F4)
G5	=СУММ(B5:F5)
G6	=СУММ(B6:F6)
B9	=СУММ(B1*B7;C1*C7;D1*D7;E1*E7;F1*F7)/100
D9	=СУММ(A2*G2;A3*G3;A4*G4;A5*G5;A6*G6)/100
E11	=КОРЕНЬ(СУММ(B1^2*B7;C1^2*C7;D1^2*D7;E1^2*E7;F1^2*F7)/100-B9^2)
E12	=КОРЕНЬ(СУММ(A2^2*G2;A3^2*G3;A4^2*G4;A5^2*G5;A6^2*G6)/100-D9^2)
H2	=A2*СУММ(B1*B2;C1*C2;D1*D2;)

H3	=A3*СУММ(C1*C3;D1*D3;E1*E3)
H4	=A4*СУММ(C1*C4;D1*D4;E1*E4)
H5	=A5*СУММ(E1*E5;F1*F5)

H6	=A6*СУММ(F1*F6)
H7	=СУММ(H2:H6)
D15	=(H7-100*B9*D9)/(100*E11*E12)
D17	=D15*E12/E11
D18	=D17*B9+D9

Заметим, что для вычисления Σn_{xy} сначала просчитаны вспомогательные величины, значения которых указаны в ячейках H2:H6. Например, $1040 = 2(4 \cdot 3 + 7 \cdot 6 + 10 \cdot 5)$. Ячейка H7 содержит сумму H2:H6 (см. табл. 1, 2).

Выборочное уравнение регрессии определяем следующим образом:

$$\bar{y} = Ax + B,$$

где $A = r \frac{\sigma_y}{\sigma_x}$, $B = r \frac{\sigma_y}{\sigma_x} + \bar{y}$.

Формулы таблицы

Ячейка	Формула
B7	=СУММ(B2:B6)
C7	=СУММ(C2:C6)
D7	=СУММ(D2:D4)
E7	=СУММ(E2:E6)
F7	=СУММ(F2:F6)
G2	=СУММ(B2:F2)
G3	=СУММ(B3:F3)
G4	=СУММ(B4:F4)
G5	=СУММ(B5:F5)
G6	=СУММ(B6:F6)
B9	=СУММ(B1*B7;C1*C7;D1*D7;E1*E7;F1*F7)/100
D9	=СУММ(A2*G2;A3*G3;A4*G4;A5*G5;A6*G6)/100

E11	=КОРЕНЬ(СУММ(B1^2*B7;C1^2*C7;D1^2*D7;E1^2*E7;F1^2*F7)/100-B9^2)
E12	=КОРЕНЬ(СУММ(A2^2*G2;A3^2*G3;A4^2*G4;A5^2*G5;A6^2*G6)/100-D9^2)
H2	=A2*СУММ(B1*B2;C1*C2;D1*D2;)
H3	=A3*СУММ(C1*C3;D1*D3;E1*E3)
H4	=A4*СУММ(C1*C4;D1*D4;E1*E4)
H5	=A5*СУММ(E1*E5;F1*F5)
H6	=A6*СУММ(F1*F6)
H7	=СУММ(H2:H6)
D15	=(H7-100*B9*D9)/(100*E11*E12)
D17	=D15*E12/E11
D18	=-D17*B9+D9

аблица 1.

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	y	x	4	7	10	13	16	n _y
2	10	3	6	5			14	1040
3	14		8	10	7		25	3458
4	18		10	30	5		45	7830
5	22				7	3	10	3058
6	26					6	6	2496
7	n _x	3	24	45	19	9		17882
8								
9		10,21		16,76				
10								
11	Среднее квадратическое отклонения:				2,854102			
12					4,106385			
13	Вычисление коэффициента корреляции							
14								
15			г	0,657028				
16	Коэффициенты выборочного уравнения регрессии							
17			A=	0,94531				
18			B=	7,108386				

Корреляционное поле строим так же как полигон частот.

ВАРИАНТЫ КОНТРОЛЬНЫХ ЗАДАНИЙ

При решении задач 1- 30 использовать классическое определение вероятности

1. В коробке имеется 8 одинаковых изделий, причем 3 из них окрашены. Наудачу извлечены 4 изделия. Найти вероятность того, что среди извлеченных изделий окрашенных не окажется.
2. В партии из 20 деталей имеется 15 стандартных. Наудачу отобраны 6 деталей. Найти вероятность того, что среди них 4 стандартных.
3. В цехе работают 12 женщин и 4 мужчины. По табельным номерам наудачу отобраны 5 человек. Найти вероятность того, что среди отобранных лиц окажутся 2 женщины.
4. На складе имеется 20 телевизоров, причем 6 из них изготовлены фирмой «SONY», Найти вероятность того, что среди наудачу взятых 5 телевизоров окажется 4 телевизора фирмы «SONY».
5. В ящике имеется 12 деталей, среди которых 9 окрашенных. Сборщик наудачу извлекает 5 деталей. Найти вероятность того, что ровно 3 извлеченные детали окажутся окрашенными.
6. Набирая номер телефона, абонент забыл последние 2 цифры и, помня лишь, что эти цифры различные и нечетные, набрал их наудачу. Найти вероятность того, что набраны нужные цифры.
7. Из 5 карточек с буквами А, Б, В, Г, Д наудачу последовательно выбираются 3 и раскладываются в ряд. Найти вероятность получения слова ДВА.
8. В лотерее 100 билетов, из них 40 выигрышных. Найти вероятность того, что ровно один из 3 взятых билетов окажется выигрышным.
9. На карточках написаны буквы А, Б, Н, Р, У. Карточки перемешиваются и раскладываются в ряд. Найти вероятность того, что получится слово БУРАН.
10. На стеллаже библиотеки в случайном порядке расставлены 18 учебников, причем 7 из них в переплете. Библиотекарь наудачу берет 4 учебника. Найти вероятность того, что 2 из них окажутся в переплете.
11. В розыгрыше первенства по баскетболу участвуют 18 команд, из которых случайным образом формируются две группы по 9 команд в каждой. Среди участников имеется 5 команд экстракласса. Найти вероятность того, что две команды экстракласса попадут в одну группу, а три - в другую.
12. Для доступа в компьютерную сеть оператору необходимо набрать пароль из 4 цифр. Оператор забыл или не знает необходимого кода. С какой вероятностью можно открыть замок с первой попытки если: а) цифры в коде не повторяются; б) повторяются?
13. Брокерская фирма предлагает акции 15 различных компаний. Акции 10 из них продаются по наименьшей среди имеющихся акций цене и обладают одинаковой доходностью. Клиент собирается приобрести акции 3 –х компаний - по 1 от каждой компании. Какова вероятность того, что в число случайно отобранных попадут 2 акции, рост цен на которые будет наибольшим в следующем году?
14. На 9 вакантных мест по определенной специальности претендуют 15 безработных – 10 мужчин и 5 женщин, состоящих на учете в службе занятости. Претендентов выбирают наудачу. Найти вероятность того, что работу получают 4 женщины?
15. Вероятность поражения цели одним стрелком равна 0,8, а вторым стрелком – 0,6. Найти вероятность того, что цель будет поражена только одним стрелком.
16. Устройство содержит 5 элементов, из которых 2 изношены. При включении устройства случайным образом включается три элемента. Найти вероятность того, что среди включенных окажутся два не изношенные.

17. В отделе работают 6 мужчин и 4 женщины. По табельным номерам наудачу отобраны 7 человек. Найти вероятность того, что среди отобранных лиц окажутся 3 женщины.
18. В коробке содержится 6 одинаковых занумерованных кубиков. Наудачу по одному извлекают все кубики. Найти вероятность того, что номера извлеченных кубиков, появятся в возрастающем порядке.
19. Брошены две игральные кости. Найти вероятность того, что сумма очков на выпавших гранях равна шести.
20. В ящике содержится 100 деталей, из них 10 бракованных. Наудачу извлечены 4 детали. Найти вероятность того, что среди них 2 – бракованные.
21. Задумано двузначное число, цифры которого различны. Найти вероятность того, что случайно названное двузначное число равно заданному.
22. Брошены две игральные кости. Найти вероятность того, что сумма очков на выпавших гранях равна восьми, а разность – четырем.
23. Из колоды карт (52 листа) наудачу вынимают 4 карты. Найти вероятность того, что среди них будет один туз.
24. Задумано двузначное число, цифры которого различны. Найти вероятность того, что квадрат задуманного числа оканчивается 1 или 5.
25. Брошены две игральные кости. Найти вероятность того, что сумма очков на выпавших гранях равна 7.
26. Набирая номер телефона, абонент забыл последние три цифры и, помня лишь, что эти цифры различны и ни одна из них не равна 3, набрал их наудачу. Найти вероятность того, что абонент дозвонится с первого раза.
27. В конверте среди 36 фотокарточек находится три разыскиваемые. Найти вероятность того, что среди 19 наудачу вынутых фотокарточек будут две необходимые.
28. Менеджер рассматривает кандидатуры 8 человек (из них 3 женщины), подавших заявления о приеме на работу. В первый день на собеседование наудачу вызывают 5 человек. Найти вероятность того, что среди кандидатов, приглашенных на собеседование в первый день, будет 3 мужчины.
29. В партии из 10 приборов 2 бракованных. Взяли наудачу 3 прибора. Найти вероятность того, что среди взятых приборов будет 1 бракованный.
30. Полная колода карт (52 листа) делится наугад на две равные части. Найти вероятность того, что в одной из пачек не будет ни одного туза.

При решении задач 31-60 использовать теоремы сложения и умножения

31. Для сигнализации об аварии установлены три независимо работающих сигнализатора. Вероятность того, что при аварии сигнализатор сработает, равна 0,9 для первого сигнализатора, 0,8 - для второго и 0,7 - для третьего. Найти вероятность того, что при аварии сработает только один сигнализатор.
32. На карточках написаны буква А, А, А, Р, Р, Т. Карточки перемешиваются и раскладываются в ряд. Найти вероятность того, что получится слово АРАРАТ.
33. Вероятности того, что нужная сборщику деталь содержится в первой, втором, третьем ящике равны 0,4, 0,7, 0,9 соответственно. Найти вероятность того, что нужная сборщику деталь содержится не менее чем в 2 - х ящиках.
34. В ящике имеется 12 деталей, среди которых 8 окрашенных. Сборщик наудачу извлекает 4 детали. Найти вероятность того, что среди извлеченных деталей окажется не менее 3-х окрашенных.

35. В лотерее 100 билетов. Среди них один выигрыш в 100 грн., 3 выигрыша по 50 грн., 6 выигрышей по 20 грн. и 15 выигрышей по 10 грн. Некто покупает один билет. Найти вероятность выиграть: а) не менее 50 грн.; б) не более 50 грн.
36. Для некоторой местности среднее число пасмурных дней в июне равно 6. Найти вероятность того, что 1, 2 и 3 июня будет ясная погода.
37. В лотерее 100 билетов; среди них один выигрыш в 200 грн., 3 выигрыша по 100 грн., 6 выигрышей по 50 грн. и 15 выигрышей по 25 грн. Некто покупает 3 билета. Найти вероятность хоть какого-нибудь выигрыша.
38. В читальном зале имеется 20 учебников по теории вероятностей, среди которых 5 - в переплете. Библиотекарь наудачу взял 3 учебника. Найти вероятность того, что хотя бы 2 учебника окажутся в переплете.
39. Для сигнализации об аварии установлены 3 независимо работающих сигнализатора. Вероятность того, что при аварии сработает сигнализатор, равна 0,9 для первого, 0,8-для второго и 0,7-для третьего. Найти вероятность того, что при аварии сработает не менее 2-х сигнализаторов.
40. Устройство содержит три независимо работающих элемента. Вероятности отказа элементов соответственно равны 0,04, 0,05 и 0,06. Найти вероятность отказа устройства, если для этого достаточно, чтобы отказал хотя бы один элемент.
41. Найти вероятность того, что наудачу взятое двузначное число окажется кратным либо 2, либо 5, либо тому и другому?
42. Студент пришел на зачет, зная 24 вопроса из 30. Какова вероятность сдать зачет, если после отказа отвечать на первый вопрос преподаватель задает еще один вопрос?
43. Вероятность того, что стрелок при одном выстреле выбьет 10 очков равна 0,1; вероятность выбить 9 очков равна 0,3, вероятность выбить 8 или меньше очков равна 0,6. Найти вероятность того, что при одном выстреле стрелок выбьет не менее 9 очков.
44. В партии из 10 изделий 8 стандартных. Найти вероятность того, что среди наудачу извлеченных 4 деталей не более 3-х стандартных.
45. В типографии имеется 4 копировальные машины. Для каждой машины вероятность того, что она работает в данный момент, равна 0,9. Найти вероятность того, что в данный момент работает хотя бы одна машина.
46. Вероятность того, что потребитель увидит рекламу определенного продукта по каждому из 3 – х центральных телевизионных каналов, равна 0,05. Предполагается, что эти события - независимы в совокупности. Чему равна вероятность того, что потребитель увидит рекламу: а) по всем 3 каналам; б) хотя бы по 1 из этих каналов?
47. Торговый агент предлагает клиентам иллюстрированную книгу. Из предыдущего опыта ему известно, что в среднем 1 из 65 клиентов, которым он предлагает книгу, покупает ее. В течение некоторого промежутка времени он предложил книгу 3 клиентам. Чему равна вероятность того, что он продаст им не более 2 - х книг?
48. Стрелок стреляет по мишени, разделенной на 3 области. Вероятность попадания в первую область равна 0,45, во вторую – 0,35. Найти вероятность того, что стрелок при одном выстреле попадет либо в первую, либо во вторую области.
49. В фирме 550 работников, 380 из них имеют высшее образование, 412 - среднее специальное, у 357 высшее и среднее специальное образование. Чему равна вероятность того, что случайно выбранный работник имеет или среднее специальное, или высшее образование, или и то и другое?
50. Финансовый аналитик предполагает, что если норма (ставка) процента упадет за определенный период, то вероятность того, что рынок акций будет расти в это же время, равна 0,80. Аналитик также считает, что норма процента может упасть за этот же период с вероятностью

- 0,40. Используя полученную информацию, определите вероятность того, что рынок акций будет расти, а норма процента падать в течение обсуждаемого периода.
51. Вероятность для компании, занимающейся строительством терминалов для аэропортов, получить контракт в стране A равна 0,4, вероятность выиграть его в стране B равна 0,3. Вероятность того, что контракты будут заключены и в стране A , и в стране B равна 0,10. Чему равна вероятность того, что компания получит контракт хотя бы в одной стране?
 52. Город имеет 3 независимых резервных источника электроэнергии для использования в случае аварийного отключения постоянного источника. Вероятность того, что любой из 3 – х резервных источников будет доступен при отключении постоянного источника, составляет 0,8. Постоянный источник вышел из строя. Найти вероятность того, что будет доступен хотя бы один из резервных источников.
 53. Инвестор предполагает, что в следующем периоде вероятность роста цены акций компании N будет составлять 0,7, а компании M — 0,4. Вероятность того, что поднимутся цены на акции и первой и второй компаний равна 0,18. Найти вероятность того, что цены поднимутся на акции хотя бы одной компании.
 54. Крупная торговая компания занимается оптовой продажей материалов для строительства и ремонта жилья и, имея список покупателей в 3 – х регионах, рассылает им по почте каталог товаров. Менеджер компании полагает, что вероятность того, что компания не получит откликов на разосланные предложения для каждого равна 0,25. Чему в этом случае равна вероятность того, что компания получит ответ хотя бы из одного региона?
 55. Вероятность того, что покупатель, собирающийся приобрести компьютер и пакет прикладных программ, приобретет только компьютер, равна 0,15, только пакет программ — 0,1. Вероятность того, что будет куплен и компьютер, и пакет программ, равна 0,05. Чему равна вероятность того, что будет куплен или компьютер, или пакет программ, или компьютер и пакет программ вместе?
 56. В партии ручек: 20% - синих, 13% - черных, 44% - красных, 23% - зеленых. Наудачу взяты 3 ручки. Найти вероятность того, что среди них есть хотя бы 2 красные ручки.
 57. В билете 3 вопроса: 1- теоретический, 2 - практических. Вероятность полных ответов на теоретический и практический вопросы составляют 0,8 и 0,9 соответственно. Найти вероятность того, что студент ответит не менее чем на 2 вопроса.
 58. Машинистка напечатала текст на 3 – х страницах. Вероятность того, что данная машинистка допустит ошибку на 1 странице равна 0,7. Найти вероятность того, что ошибка будет допущена всего на одной странице.
 59. Вероятность попадания в цель для стрелка при выстреле равна 0,8. Стрельба ведется до первого попадания. Найти вероятность того, что стрелок сделает не более 4 выстрелов.
 60. Имеются 3 ящика, содержащие по 10 деталей. В первом ящике 8, во втором 7 и в третьем 10 стандартных деталей. Из каждого ящика наудачу вынимают одну деталь. Найти вероятность того, что из трех вынутых деталей будет хотя бы одна нестандартная.

При решении задач 61-90 использовать формулы полной вероятности и Байеса

61. Изделие проверяется на стандартность одним из двух товароведов. Вероятность того, что изделие попадет к первому товароведу равна 0,45, а ко второму - 0,55. Вероятности того, что стандартное изделие будет признано стандартным первым товароведом равна 0,95, а вторым - 0,9. Найти вероятность того, что стандартное изделие при проверке будет признано стандартным.
62. В вычислительной лаборатории имеется 7 клавишных автоматов и 3 полуавтомата. Вероятность того, что за время выполнения некоторого расчета автомат не выйдет из строя,

- равна 0,95; для полуавтомата эта вероятность равна 0,9. Студент производил расчеты на взятой наудачу машине, и до окончания расчета машина вышла из строя. Найти вероятность того, что вычисления производились на полуавтомате.
63. В двух ящиках содержится по 20 деталей, причем из них в первом ящике - 16, а во втором - 13 стандартных деталей. Из первого ящика наудачу извлечена одна деталь и переложена во второй ящик. Найти вероятность того, что наудачу извлеченная после этого деталь из второго ящика будет стандартной.
64. В первой урне содержится 3 белых и 7 черных шаров, во второй – 6 белых и 4 черных. Из каждой урны наудачу извлекли по одному шару, а затем из этих двух шаров наудачу взят один шар, который оказался белым. Найти вероятность того, что из первой урны был извлечен белый шар.
65. Батарея из трех орудий произвела залп. Найти вероятность того, что 2 снаряда попадут в цель, если вероятности попадания в цель первым, вторым и третьим орудиями соответственно равны $p_1 = 0,7$; $p_2 = 0,6$; $p_3 = 0,9$.
66. В левом кармане 10 монет по 5 коп. и 6 монет по 25 коп., а в правом - 4 монеты по 5 коп. и 1 монета в 25 коп. Из левого кармана наудачу переложили в правый одну монету. После этого из правого кармана наудачу извлекли одну монету; она оказалась 25 - копеечной. Найти вероятность того, что была переложена 25 - копеечная монета.
67. В ящике содержится 20 деталей первого завода, 50 - второго и 30 - третьего. Вероятность того, что деталь первого завода отличного качества равна 0,9, для деталей второго и третьего заводов - соответственно 0,6 и 0,8. Найти вероятность того, что извлеченная наудачу деталь окажется отличного качества.
68. 70% деталей, поступающих на сборку, изготовлено автоматом, дающим 2% брака, а 30% - автоматом, давшим 5% брака. Наудачу взятая деталь оказалась бракованной. Найти вероятность того, что она изготовлена первым автоматом.
69. Имеется три партии деталей по 15 в каждой. Число стандартных деталей в первой, второй и третьей партиях соответственно равно 12, 14, 15. Из наудачу взятой партии извлечена деталь. Найти вероятность того, что она окажется стандартной.
70. Три стрелка произвели залп, причем две пули поразили мишень. Найти вероятность того, что третий стрелок поразит мишень, если вероятности попадания первым, вторым и третьим стрелками соответственно равны 0,8, 0,9, 0,8.
71. Директор компании имеет 2 списка с фамилиями претендентов на работу. В 1-м списке - фамилии 6 женщин и 3 мужчин. Во 2-м списке оказались фамилии 4 – х женщин и 7 мужчин. Фамилия одного из претендентов случайно переносится из 1-го списка во 2-й. Затем фамилия одного из претендентов случайно выбирается из 2-го списка. Если предположить, что эта фамилия принадлежит мужчине, чему равна вероятность того, что из 1-го списка была перенесена фамилия женщины?
72. Агент по недвижимости пытается продать участок земли под застройку. Он полагает, что участок будет продан в течение ближайших 6 месяцев с вероятностью 0,9, если экономическая ситуация в регионе не будет ухудшаться. Если же экономическая ситуация будет ухудшаться, то вероятность продать участок составит 0,5. Экономист, консультирующий агента, полагает, что с вероятностью, равной 0,7, экономическая ситуация в регионе в течение следующих 6 месяцев будет ухудшаться. Чему равна вероятность того, что участок будет продан в течение ближайших 6 месяцев?
73. Судоходная компания организует средиземноморские круизы в летний период и проводит несколько круизов в сезон. Эксперт по туризму, нанятый компанией, предсказывает, что вероятность того, что корабль будет полон в течение сезона, равна 0,92, если доллар не подорожает по отношению к гривне, и с вероятностью - 0,75, если доллар подорожает. По

оценкам экономистов, вероятность того, что в течение сезона доллар подорожает по отношению к гривне, равна 0,23. Чему равна вероятность того, что билеты на все круизы будут проданы?

74. В корпорации обсуждается маркетинг нового продукта, выпускаемого на рынок. Основываясь на предварительных оценках экспертов, определяется вероятность того, что новый товар будет более высокого качества по сравнению с аналогичными в 0,5, такого же качества - в 0,3, хуже по качеству - в 0,2. Опрос рынка показал, что новый товар конкурентоспособен. Из предыдущего опыта проведения опросов следует, что если товар действительно конкурентоспособный, то предсказание такого же вывода имеет вероятность, равную 0,7. Если товар такой же, как и аналогичные, то вероятность того, что опрос укажет на его превосходство, равна 0,4. И если товар более низкого качества, то вероятность того, что опрос укажет на его конкурентоспособность, равна 0,2. С учетом результата опроса оцените вероятность того, что товар действительно более высокого качества и, следовательно, обладает более высокой конкурентоспособностью, чем аналогичные.
75. Сотрудники отдела маркетинга полагают, что в ближайшее время ожидается рост спроса на продукцию фирмы. Вероятность этого они оценивают в 80%. Консультационная фирма, занимающаяся прогнозом рыночной ситуации, подтвердила предположение о росте спроса. Положительные прогнозы консультационной фирмы сбываются с вероятностью 95%, а отрицательные — с вероятностью 99%. Какова вероятность того, что рост спроса действительно произойдет?
76. Среди студентов института 30% - первокурсники, 35% студентов учатся на 2-м курсе, на 3-м и 4-м курсе их 20% и 15% соответственно. По данным деканатов известно, что на первом курсе 20 % студентов сдали сессию только на отличные оценки, на 2-м - 30%, на 3-м - 35%, на 4-м - 40% отличников. Наудачу вызванный студент оказался отличником. Чему равна вероятность того, что он (или она) - студент 1-го курса?
77. Менеджер по кредитам одного из супермаркетов предлагает в будущем отказывать в кредитной поддержке тем покупателям, которые на 2 недели и более задерживают очередной взнос, тем более что примерно 90% таких покупателей задерживают платежи, по крайней мере, на 2 месяца. Дополнительные исследования показали, что 2% всех покупателей товаров в кредит вообще не выполняют своих обязательств, а 45% тех, кто уже имеют 2-месячную задолженность по кредиту, уплатил очередной взнос в данный момент. Учитывая все это, найти вероятность того, что покупатель, имеющий 2-месячную задолженность, в действительности не выполнит своих платежных обязательств по кредиту. Проанализировав полученные вероятности, критически оцените новую кредитную политику, разработанную отделом менеджмента.
78. Из числа авиалиний некоторого аэропорта 60% - местные, 30% - по СНГ и 10% - международные. Среди пассажиров местных авиалиний 50% путешествуют по делам, связанным с бизнесом, на линиях СНГ таких пассажиров 60%, на международных - 90%. Из прибывших в аэропорт пассажиров случайно выбирается 1. Чему равна вероятность того, что он прибыл из стран СНГ по делам бизнеса?
79. Нефтеразведочная экспедиция проводит исследования для определения вероятности наличия нефти на месте предполагаемого бурения скважины. Исходя из результатов предыдущих исследований, нефтеразведчики считают, что вероятность наличия нефти на проверяемом участке равна 0,4. На завершающем этапе разведки проводится сейсмический тест, который имеет определенную степень надежности: если на проверяемом участке есть нефть, то тест укажет на ее наличие в 85% случаев; если нефти нет, то в 10% случаев тест может ошибочно указать ее наличие. Сейсмический тест указал на присутствие нефти. Чему равна вероятность того, что запасы нефти на данном участке существуют реально?

80. Экспортно-импортная фирма собирается заключить контракт на поставку сельскохозяйственного оборудования в одну из развивающихся стран. Если основной конкурент фирмы не станет одновременно претендовать на заключение контракта, то вероятность получения контракта оценивается в 0,45; в противном случае - в 0,25. По оценкам экспертов компании вероятность того, что конкурент выдвинет свои предложения по заключению контракта, равна 0,40. Чему равна вероятность заключения контракта?
81. Транснациональная компания обсуждает возможности инвестиций в некоторое государство с неустойчивой политической ситуацией. Менеджеры компании считают, что успех предполагаемых инвестиций зависит, в частности, и от политического климата в стране, в которую предполагается вливание инвестиционных средств. Менеджеры оценивают вероятность успеха (в терминах годового дохода от субсидий в течение 1-го года работы) в 0,55, если преобладающая политическая ситуация будет благоприятной; в 0,30, если политическая ситуация будет нейтральной; в 0,10, если политическая ситуация в течение года будет неблагоприятной. Менеджеры компании также полагают, что вероятности благоприятной, нейтральной и неблагоприятной политических ситуаций соответственно равны: 0,60, 0,20 и 0,20. Чему равна вероятность успеха инвестиций?
82. Экономист-аналитик условно подразделяет экономическую ситуацию в стране на «хорошую», «посредственную» и «плохую» и оценивает их вероятности для данного момента времени в 0,15; 0,70 и 0,15 соответственно. Некоторый индекс экономического состояния возрастает с вероятностью 0,60, когда ситуация «хорошая»; с вероятностью 0,30, когда ситуация «посредственная», и с вероятностью 0,10, когда ситуация «плохая». Пусть в настоящий момент индекс экономического состояния возрос. Чему равна вероятность того, что экономика страны на подъеме?
83. При слиянии акционерного капитала 2 – х фирм аналитики фирмы, получающей контрольный пакет акций, полагают, что сделка принесет успех с вероятностью, равной 0,65, если председатель совета директоров поглощаемой фирмы выйдет в отставку; если он откажется, то вероятность успеха будет равна 0,30. Вероятность ухода в отставку председателя составляет 0,70. Чему равна вероятность успеха сделки?
84. На химическом заводе установлена система аварийной сигнализации. Когда возникает аварийная ситуация, звуковой сигнал срабатывает с вероятностью 0,95. Звуковой сигнал может сработать случайно, без аварийной ситуации, с вероятностью 0,02. Реальная вероятность аварийной ситуации равна 0,004. Известно, что сработал звуковой сигнал. Чему равна вероятность реальной аварийной ситуации?
85. Вероятность того, что клиент банка не вернет заем в период экономического роста, равна 0,04, а в период экономического кризиса - 0,13. Предположим, что вероятность того, что начнется период экономического роста, равна 0,65. Чему равна вероятность того, что случайно выбранный клиент банка не вернет полученный кредит?
86. Для определенного товара известно, что вероятность его возможного успеха на рынке составит 0,75, если товар действительно удачный, и 0,15, если он неудачен. Из прошлого опыта известно, что новый товар может иметь успех на рынке с вероятностью 0,60. Если новый товар прошел выборочную проверку, и ее результаты указали на возможный его успех, то чему равна вероятность того, что это действительно так?
87. Два автомата производят одинаковые детали, которые поступают на общий конвейер. Производительность 1-го автомата вдвое больше производительности 2-го. 1-й автомат производит в среднем 50% деталей отличного качества, а 2-й - 84% деталей отличного качества. Наудачу взятая с конвейера деталь оказалась отличного качества. Найти вероятность того, что эта деталь изготовлена первым автоматом.

88. Исследованиями психологов установлено, что мужчины и женщины по-разному реагируют на некоторые жизненные обстоятельства. Результаты исследований показали, что 70% женщин позитивно реагируют на изучаемый круг ситуаций, в то время как 40% мужчин реагируют на них негативно. 15 женщин и 5 мужчин заполнили анкету, в которой отразили свое отношение к предлагаемым ситуациям. Случайно извлеченная анкета содержит негативную реакцию. Чему равна вероятность того, что ее заполнял мужчина?
89. Вероятность того, что новый товар будет пользоваться спросом на рынке, если конкурент не выпустит в продажу аналогичный продукт, равна 0,67. Вероятность того, что товар будет пользоваться спросом при наличии на рынке конкурирующего товара, равна 0,42. Вероятность того, что конкурирующая фирма выпустит аналогичный товар на рынок в течение интересующего нас периода, равна 0,35. Чему равна вероятность того, что товар будет иметь успех?
90. В экзаменационных билетах 20 вопросов В группе из 10 студентов, пришедших на экзамен, 3 могут ответить на все 20 вопросов, 4 – на 16, 2 – на 10 и 1-на 5. Вызванный наугад студент ответил на 2 произвольно заданных вопроса. Найти вероятность того, что он знал ответы на все вопросы.

При решении задач 91 – 120 использовать схему Бернулли

91. Изделия некоторого производства содержат 5% брака. Найти:
 а) вероятность того, что среди пяти взятых наугад изделий не окажется ни одного испорченного;
 б) наивероятнейшее число испорченных изделий из 50 взятых.
92. Рабочий обслуживает 12 однотипных станков. Вероятность того, что станок потребует к себе внимания рабочего в течение промежутка времени T , равна $1/3$. Найти:
 а) вероятность того, что за время T потребует к себе внимания рабочего от 3 до 6 станков;
 б) наивероятнейшее число станков, которые за время T потребуют к себе внимания рабочего.
93. Сбрасывается одиночно 10 бомб. Вероятность попадания в цель одной бомбой равна $P = 0,85$. Найти:
 а) вероятность того, что будет не менее 1-го попадания;
 б) наивероятнейшее число попаданий.
94. Отдел технического контроля проверяет партию из 10 деталей. Вероятность того, что деталь стандартна равна 0,75. Найти:
 а) вероятность того, что ровно 3 детали будут признаны стандартными;
 б) наивероятнейшее число деталей, которые будут признаны стандартными.
95. Товаровед осматривает 12 образцов товаров. Вероятность того, что каждый из образцов будет признан годным к продаже, равна 0,7. Найти:
 а) вероятность того, что ровно 2 образца товаров будут признаны годными к продаже;
 б) наивероятнейшее число образцов товаров, которые будут признаны годными к продаже.
96. Монету бросают 7 раз. Найти:
 а) вероятность того, что герб выпадет меньше шести раз;
 б) наивероятнейшее число выпадений герба.
97. Торговый агент в среднем контактирует с 8 потенциальными покупателями в день. Из опыта ему известно, что вероятность того, что потенциальный покупатель совершит покупку, равна 0,1.
 а) найти вероятность того, что у агента будут хотя бы 2 продажи в течение дня;

- б) найти наивероятнейшее число продаж в день.
98. Прибор состоит из 6 - ти независимо работающих элементов. Вероятность отказа элемента в момент включения прибора равна 0,2. Найти:
- а) вероятность того, что в момент включения прибора откажет 3 элемента;
 - б) наивероятнейшее число элементов, отказавших в момент включения.
99. Вероятность того, что элемент выдержит испытание, равна 0,9. Испытывают 10 элементов. Найти:
- а) вероятность того, что испытание выдержат ровно 6 элементов;
 - б) наивероятнейшее число элементов, выдержавших испытание.
100. Два равносильных противника играют в шахматы;
- а) что вероятнее выиграть: две партии из четырех или четыре из восьми?
 - б) найти наивероятнейшее число выигрышей для шахматиста, если будет сыграно 2 результативных (без ничьих) партии.
101. 60% населения некоторой местности – темноглазые.
- а) найти вероятность того, что из 5 наудачу выбранных человек ровно 3 будут с темными глазами;
 - б) найти наивероятнейшее число светлоглазых людей из 10 наудачу выбранных.
102. Телевизионный канал рекламирует новый вид детского питания. Вероятность того, что телезритель увидит эту рекламу, оценивается в 0,2. В случайном порядке выбраны 10 телезрителей. Найти
- а) вероятность того, что, по крайней мере, 2 телезрителя этого канала видели рекламу нового детского питания
 - б) наивероятнейшее число лиц, видевших рекламу.
103. Вероятность попадания в баскетбольную корзину для данного спортсмена равна 0,4. Найти:
- а) вероятность того, что при 8 бросках число попаданий будет не более 6;
 - б) наивероятнейшее число попаданий при 12 бросках.
104. Вероятность появления события в каждом из 13 независимых испытаний постоянна и равна 0,5. Найти:
- а) вероятность того, что событие появится не менее 6 ти и не более 10 раз;
 - б) наивероятнейшее число появлений события в 25 ти испытаниях.
105. Вероятность брака радиолампы – 0.03. Найти:
- а) вероятность того, что из 9 ламп не более 1 бракованной;
 - б) наивероятнейшее число бракованных ламп из 10 наудачу взятых.
106. В городе 10 коммерческих банков. У каждого риск банкротства в течение года составляет 10%.
- а) найти вероятность того, что в течение года обанкротятся не больше одного банка;
 - б) найти наивероятнейшее число обанкротившихся банков.
107. В банк поступило 30 авизо. Подозревают, что среди них 5 фальшивых. Тщательной проверке подвергается 12 случайно выбранных авизо.
- а) найти вероятность того, что в ходе проверки обнаружится менее 2 фальшивок;
 - б) найти наивероятнейшее число фальшивых авизо, которые могут быть выявлены в ходе проверки.
108. В ходе аудиторской проверки строительной компании аудитор случайным образом отбирает 5 счетов. При условии, что 3% счетов содержат ошибки,
- а) найти вероятность того, что хотя бы 1 проверенный счет будет с ошибкой;
 - б) найти наивероятнейшее число правильных счетов.

109. Записи страховой компании показали, что 30 % держателей страховых полисов старше 50 лет потребовали возмещения страховых сумм. Для проверки в случайном порядке было отобрано 12 человек старше 50 лет, имеющих полисы.
- а) найти вероятность того, что, по крайней мере, 10 человек потребуют возмещения страховых сумм;
 - б) найти наивероятнейшее число предъявленных претензий.
110. Предположим, что служащие некоторой компании при обработке входящих счетов допускают примерно 5% ошибок. Предположим, аудитор случайно отбирает 7 входящих документов. Найти:
- а) вероятность того, что аудитор обнаружит более чем 1 ошибку;
 - б) наивероятнейшее число ошибок, выявленных аудитором.
111. Вероятность того, что телевизор не потребует ремонта в течении гарантийного срока, равна 0,8. Найти
- а) вероятность того, что из 6 проданных телевизоров гарантийного ремонта потребуют не более 2;
 - б) найти наивероятнейшее число телевизоров, которые потребуют гарантийного ремонта.
112. Вероятность выигрыша по лотерейному билету равна 0,3. Найти:
- а) вероятность того, что из 5 купленных билетов 1 выигрышный;
 - б) наивероятнейшее число выигрышных билетов из 10 купленных.
113. В партии 10% нестандартных деталей. Найти:
- а) вероятность того, что все 5 наудачу отобранных деталей будут стандартными;
 - б) найти наивероятнейшее число стандартных деталей из 20 наудачу взятых.
114. Станок – автомат штампует детали. Вероятность того, что изготовленная деталь - бракованная равна 0,01. Найти:
- а) вероятность того, что среди 6 наудачу отобранных деталей 4 будут стандартными;
 - б) наивероятнейшее число бракованных деталей из 20 наудачу взятых.
115. Пять раз бросается монета. Найти:
- а) найти вероятность того, что герб появиться не менее 3 раз;
 - б) найти наивероятнейшее число появления герба.
116. Производиться 7 независимых выстрелов по некоторой цели. Вероятность попадания в цель при одном выстреле равна 0,6. Найти:
- а) вероятность того, что число попаданий в цель не больше 5;
 - б) наивероятнейшее число промахов.
117. В данной партии коконов шелкопряда 30 % составляют цветные коконы. Найти:
- а) найти вероятность того, что среди 10 отобранных в случайном порядке коконов цветных будет 3;
 - б) наивероятнейшее число цветных коконов среди 15 случайно отобранных.
118. Вероятность рождения мальчика равна 0,51. В некоторой семье 6 детей. Найти:
- а) вероятность того, что среди них не более 2 девочек;
 - б) наивероятнейшее число мальчиков в семье.
119. Прядильщица обслуживает 19 веретен. Вероятность обрыва нити на одном веретене в течение одной минуты равна 0,04. Найти:
- а) вероятность того, что в течение одной минуты обрыв произойдет на 5 веретенах;
 - б) наивероятнейшее число обрывов нити.
120. Игральную кость бросают 8 раз. Найти:

- а) вероятность того, что число выпадений двойки будет заключено в пределах от 3 до 5;
- б) найти наивероятнейшее число выпадений двойки.

При решении задач 121 – 150 применить предельные теоремы теории вероятностей.

- 121. На факультете 730 студентов. Вероятность рождения каждого студента в данный день равна $1/365$. Найти вероятность того, что на факультете найдутся 3 студента с одним и тем же днем рождения.
- 122. Вероятность выпуска сверла повышенной хрупкости (брак) равна 0,02. Сверла укладываются в коробки по 100 штук. Найти вероятность того, что в коробке число бракованных сверл окажется не более 3 - х.
- 123. Найти вероятность того, что при 14000 бросаний монеты, герб выпадет 7426 раз.
- 124. Станок-автомат штампует детали. Вероятность того, что изготовленная деталь окажется бракованной, равна 0,01. Найти вероятность того, что среди 300 деталей окажется ровно 3 бракованных.
- 125. Отдел технического контроля проверяет 400 деталей на стандартность. Вероятность того, что деталь стандартна, равна 0,8. Найти вероятность того, что окажется ровно 300 стандартных деталей.
- 126. В цехе работает 100 станков. Все они однотипны и работают независимо друг от друга. Вероятность того, что отдельный станок выйдет из строя в течение смены равна 0,03. Определить вероятность того, что в течение смены ни один станок не выйдет из строя.
- 127. Среди облигаций займа 25% - выигрышные. Найти вероятность того, что среди 300 проданных облигаций выиграют ровно 60.
- 128. Среди продукции некоторого завода 96% годной. Найти вероятность того, что среди проверенных 50 изделий этого завода окажется ровно 3 бракованных.
- 129. Игральную кость бросают 150 раз. Найти вероятность того, что шесть очков появится ровно 15 раз.
- 130. Вероятность того, что перфораторщица допустит ошибку, равна 0,05. Найти вероятность того, что среди набитых перфораторщицей 80 перфокарт окажется ровно 1 ошибка.
- 131. Отдел технического контроля проверяет 475 изделий на брак. Вероятность того, что изделие бракованное, равна 0,05. Найти вероятность того, что число бракованных изделий будет ровно 225.
- 132. Среди продукции некоторого завода 98% годной. Найти вероятность того, что среди проверенных 100 изделий окажется не более 4 - х бракованных.
- 133. Игральная кость подброшена 200 раз. Найти вероятность того, что цифра 6 выпала 30 раз.
- 134. Вероятность поражения мишени при одном выстреле равна 0,8. Найти вероятность того, что при 100 выстрелах мишень будет поражена 75 раз.
- 135. На предприятии 1000 единиц оборудования определенного вида. Вероятность отказа единицы оборудования в течение часа составляет 0,001. Найти вероятность того, что в течение часа откажут 2 единицы оборудования?
- 136. Кандидат на выборах считает, что 20% избирателей в определенной области поддерживают его избирательную платформу. Найти вероятность того, что из 180 избирателей, случайно отобранных из числа избирателей данной области, 120 поддерживают данного кандидата.
- 137. Авиакомпания знает, что в среднем 5% людей, делающих предварительный заказ на определенный рейс, не будет его использовать. Если авиакомпания продала 160 билетов на

самолет, в котором лишь 155 мест, чему равна вероятность того, что место будет доступно для любого пассажира, имеющего заказ и планирующего улететь?

138. Для поступления в некоторый университет необходимо успешно сдать вступительные экзамены. В среднем их выдерживают лишь 25% абитуриентов. В приемную комиссию поступило 1889 заявлений. Найти вероятность того, что 500 поступающих сдадут все экзамены (наберут проходной балл)?
139. Менеджер ресторана по опыту знает, что 70% людей, сделавших заказ на вечер, придут в ресторан поужинать. В один из вечеров менеджер решил принять 20 заказов, хотя в ресторане было лишь 15 свободных столиков. Чему равна вероятность того, что ровно 15 посетителей придут на заказанные места?
140. Компьютерная система содержит 45 одинаковых микроэлементов. Вероятность того, что любой микроэлемент будет работать в заданное время, равна 0,80. Для выполнения некоторой операции требуется, чтобы 30 микроэлементов было в рабочем состоянии. Найти вероятность того, что операция будет выполнена успешно.
141. Известно, что из людей в возрасте свыше 70 лет 75 % - женщины. Найти вероятность того, что в группе из 750 человек этого возраста ровно 480 женщин.
142. Радиотелеграфная станция передает цифровой текст. В силу наличия помех каждая цифра независимо от других может быть неправильно принята с вероятностью 0,01. Найти вероятность того, что в принятом тексте из 1100 цифр будет ровно 7 ошибок.
143. Вероятность рождения мальчика - 0,512. Найти вероятность того, что из 100 новорожденных будет ровно 51 мальчик.
144. Вероятность того, что наудачу выбранная деталь содержит дефект, равна 0,03. Какова вероятность того, что при случайном осмотре 1600 деталей будет обнаружено ровно 150 нестандартных деталей.
145. Вероятность того, что кинескоп марки "SONY" выйдет из строя в течение гарантийного срока – 0,15. Найти вероятность того, что из строя выйдет ровно 25 кинескопов, если объем партии 10 тыс. штук.
146. Для прядения смешаны поровну белый и окрашенный хлопок. Найти вероятность того, что среди 120 случайно выбранных волокон смеси будет обнаружено ровно 68 окрашенных.
147. Две монеты подбрасывают 4800 раз. Найти приближенное значение вероятности того, что событие "герб-герб" появится ровно 1140 раз.
148. На одной странице 2400 знаков. При типографском наборе вероятность искажения одного знака равна $\frac{1}{800}$. Найти вероятность того, что в брошюре из 35 страниц ровно 3 опечатки.
149. Известно, что 25% выпускаемых некоторой фирмой автомобилей идут на экспорт. Найти вероятность того, что из 16 тысяч выпущенных автомобилей в стране останется ровно 10 тысяч автомобилей.
150. В некотором городе 32% населения - учащиеся и студенты. В вагоне едет 40 человек. Найти вероятность того, что в нем 10 учащихся или студентов.

При решении задач 151-180 использовать интегральную теорему Муавра-Лапласа

151. Вероятность появления события в каждом из 10 тыс. независимых испытаний равна 0,75. Найти вероятность того, событие появится не менее 9600 раз.
152. Вероятность случайного события равна 0,6. Найти вероятность того, что это событие произойдет в большинстве случаев при 560 испытаниях.
153. Вероятность того, что отдельное изделие некоторого завода стандартно, равна 0,98. Определить вероятность того, что из партии в 10 тыс. изделий этого завода бракованных окажется не более 230.

154. Отдел технического контроля проверяет 900 изделий на стандартность. Вероятность того, что деталь стандартна, равна 0,9. Найти вероятность того, что число стандартных деталей среди проверенных не меньше 850.
155. Игральную кость бросают 180 раз. Найти вероятность того, что единица появится не менее 125 и не более 160 раз.
156. Радиотелеграфная станция передает цифровой текст. В силу наличия помех каждая цифра независимо от других может быть неправильно принята с вероятностью 0,01. Найти вероятность того, что в тексте из 1100 цифр будет меньше 20 ошибок.
157. Вероятность рождения мальчика - 0,512. Найти вероятность того, что разница между количеством мальчиков и девочек из 100 новорожденных не превысит 10.
158. Вероятность того, что интересующая селекционеров ценная культура не прорастает в данных условиях, равна 0,2. Найти вероятность того, что из 2500 посаженных семян прорастет не менее 2330.
159. Вероятность того, что наудачу выбранная деталь содержит дефект, равна 0,02. Какова вероятность того, что при случайном осмотре 600 деталей этой партии число появления нестандартных деталей не более 30?
160. Известно, что для некоторой профессии вероятность проф.заболевания равна 0,06. Проведено медицинское обследование 625 сотрудников предприятия. Найти вероятность того, что число выявленных заболеваний будет не менее 40.
161. Вероятность попадания по мишени при 1 выстреле 0,12. Найти вероятность того, что при 150 выстрелах число попаданий будет от 15 до 20.
162. Вероятность попадания в баскетбольную корзину для данного спортсмена равна 0,4. Определить вероятность того, что при 100 его бросках по корзине число попаданий будет отклоняться от 40 не более чем на 1.
163. Среди студентов второго курса 70% обучается без "3". Найти вероятность того, что из 250 наудачу взятых студентов число "хорошистов" и "отличников" не превзойдет 230.
164. Вероятность поражения мишени при одном выстреле равна 0,8. Найти вероятность того, что при 100 выстрелах мишень будет поражена не менее 75 раз.
165. Две монеты подбрасывают 400 раз. Найти приближенное значение вероятности того, что событие "решка-решка" появится меньше 140 раз.
166. Из урны, содержащей 2 белых и 2 черных шара, по схеме случайного выбора с возвращением проводят 250 извлечений шаров. Найти вероятность того, что число появлений белого шара заключено между 48 и 54.
167. На одной странице 2400 знаков. При типографском наборе вероятность искажения одного знака равна $1/800$. Найти вероятность того, что в брошюре из 10 страниц не более 5 опечаток.
168. Госприемка с первого предъявления приняла 92% продукции. Какова вероятность того, что в партии из 80 деталей забраковано 6 или 7 деталей?
169. Известно, что из 1500 студентов некоторого института 650 - иногородние. Найти вероятность того, что на втором курсе, насчитывающем 220 человек, более 150 – иногородние.
170. Известно, что во Франции 19% населения - это люди, старше 60 лет. Найти вероятность того, что в городе из 10 тысяч жителей более 8 тысяч не старше 60 лет ?
171. Известно, что на 1000 мальчиков в возрасте до 5 лет приходится 960 девочек этого же возраста. Найти вероятность того, что в группе из 150 детей до 5 лет будет не менее 80 мальчиков.
172. Известно, что 23% выпускаемых некоторой фирмой автомобилей идут на экспорт. Найти вероятность того, что из 25 тысяч выпущенных автомобилей в стране останется не менее 20 тысяч автомобилей.
173. 30% населения некоторого города проживают в домах, являющихся личной собственностью. Найти вероятность того, что из 1000 случайно выбранных человек не менее 500 проживают в государственных квартирах.

174. Для бабочек некоторого вида вероятность появления потомства из отложенной личинки – 0,005. Какова вероятность того, что из 1000 отложенных личинок появится не менее 10 бабочек ?
175. Для цветущего плодового дерева некоторого вида из 20% цветов появляются плоды, а остальные опадают по различным причинам. На ветке 85 цветков. Найти вероятность того, что на ней будет от 15 до 30 плодов?
176. Известно, что вероятность появления буквы А в русском тексте – 0,064 (с учетом знаков, пробелов). Какова вероятность того, что на странице, содержащей 44 строки (в 1 строке 30 символов), буква А встретится не менее 64 раз ?
177. Корректур в 500 страниц содержит 130 опечаток. Найти наиболее вероятное число ошибок на 1 странице текста и вероятность этого числа.
178. Учебник издан тиражом 10000 экземпляров. Вероятность того, что учебник сброшюрован неправильно, равна 0,0001. Найти вероятность того, что тираж содержит не более 3 бракованных книг.
179. Коммутатор учреждения обслуживает 300 абонентов. Вероятность того, что в течение одной минуты абонент позвонит на коммутатор, равна 0,01. Найти вероятность того, что в течение одной минуты позвонят более 50 абонентов;
180. Найти вероятность того, что событие А наступит не менее 1400 раз в 2400 испытаниях, если вероятность появления этого события в каждом испытании равна 0,65.

В задачах 181-210 требуется найти

- а) математическое ожидание;
 б) дисперсию;
 в) среднее квадратическое отклонение;
 г) интегральную функцию распределения дискретной случайной величины X по данному закону ее распределения, заданному таблично (в первой строке таблицы указаны возможные значения, во второй строке - вероятности возможных значений);
 д) построить график интегральной функции распределения.

181.

X	2	6	10	14	18
P	0,2	0,2	0,3	0,2	0,1

196.

X	2	9	16	23	30
P	0,1	0,1	0,1	0,6	0,1

182.

X	-2	0	2	4	6
P	0,1	0,5	0,1	0,1	0,2

197.

X	-2	2	6	10	14
P	0,3	0,3	0,2	0,1	0,1

183.

X	10	15	20	25	30
P	0,2	0,2	0,1	0,4	0,1

198.

X	20	22	24	26	28
P	0,1	0,3	0,3	0,2	0,1

184.

X	1	4	7	10	13
---	---	---	---	----	----

199.

X	15	17	19	21	23
---	----	----	----	----	----

	P	0,1	0,2	0,5	0,1	0,1		P	0,1	0,1	0,5	0,2	0,1
185.	X	-5	-3	-1	1	3	200.	X	14	20	26	32	38
	P	0,2	0,3	0,3	0,1	0,1		P	0,5	0,2	0,1	0,1	0,1
186.	X	2	12	22	32	42	201.	X	-1	4	9	14	19
	P	0,1	0,1	0,4	0,3	0,1		P	0,2	0,2	0,4	0,1	0,1
187.	X	1,5	3,5	5,5	7,5	9,5	202.	X	45	50	55	60	65
	P	0,1	0,3	0,3	0,2	0,1		P	0,3	0,2	0,2	0,2	0,1
188.	X	-25	-20	-15	-10	-5	203.	X	12	15	18	21	24
	P	0,2	0,2	0,3	0,2	0,1		P	0,4	0,2	0,2	0,1	0,1
189.	X	2,6	5,6	8,6	11,6	14,6	204.	X	1	4	7	10	13
	P	0,1	0,4	0,3	0,1	0,1		P	0,1	0,2	0,5	0,1	0,1
190.	X	13	16	19	21	24	205.	X	2	12	22	32	42
	P	0,1	0,2	0,2	0,3	0,2		P	0,1	0,1	0,5	0,2	0,1
191.	X	15	17	19	21	23	206.	X	3	5	7	9	11
	P	0,2	0,4	0,1	0,2	0,1		P	0,1	0,2	0,4	0,2	0,1
192.	X	41	45	49	53	57	207.	X	23	28	33	38	43
	P	0,3	0,2	0,2	0,2	0,1		P	0,5	0,2	0,1	0,1	0,1

193.	X	21	24	27	30	33	208.	X	15	17	19	21	23
	P	0,1	0,1	0,5	0,2	0,1		P	0,2	0,3	0,1	0,2	0,2
194.	X	39	49	59	69	79	209.	X	38	40	42	44	46
	P	0,1	0,2	0,4	0,2	0,1		P	0,2	0,1	0,5	0,1	0,1
195.	X	2	15	28	41	54	210.	X	-15	-10	-5	0	5
	P	0,2	0,2	0,1	0,4	0,1		P	0,2	0,3	0,3	0,1	0,1

Математическая статистика

По данной корреляционной таблице:

- а) построить корреляционное поле;
- б) построить полигон частот и найти эмпирическую функцию распределения признака X;
- в) найти выборочный коэффициент корреляции;
- г) написать выборочное уравнение регрессии;
- д) нанести линию регрессии на корреляционное поле.

1.

X \ y	2	4	6	8	10
15	1	4			
20		7	3		
25			2	48	4
30			2	10	7
35				6	6

2.

X \ y	1	5	9	13	17
5	5	1			
10		6	2		
15			5	40	5
20			2	8	7
25				4	15

3.

X \ y	10	12	14	16	18
20	3	6	5		
25		4	12	2	
30		6	37	7	
35				3	6
40				3	6

4.

X \ y	5	10	15	20	25
1				4	12
2				4	10
5			7	44	5
8		7	2		
11	5				

5.

X \ y	5	7	9	11	13
10				10	4
20			10	2	5
30			50	2	2
40		3	7		
50	2	3			

6.

X \ y	10	12	14	16	18
4					8
8				4	4
12		8	35	7	
16		8	10	2	
18	3	6	5		

7.

X \ y	13	16	19	22	25
5				10	4
10			10	5	6
15			35	7	8
20		5	4		
25	3	3			

8.

X \ y	12	15	18	21	24
5	3	8			
9		10	15		
13		4	35	9	
17				4	8
21					4

9.

X \ y	4	8	12	16	20
12	3	7	4		
15		5	10	2	
18		2	48	5	
21				3	5
24					6

10.

X \ y	7	14	21	28	35
1	4	2			
3		6	4		
5			6	45	2
7				10	6
9				10	5

11.

X \ y	5	8	11	14	17
3				10	4
8			1	10	6
13			50	3	2
18		4	4		

12.

X \ y	5	7	9	11	13
12				10	5
15			1	3	6
18			7	50	2
21		6	4		

13.

23	2	4			
X y	2	5	8	11	14
4	3	7	4		
14		6	8	2	
24		4	45	6	
34			3	6	
44					6

14.

24	4	2			
X y	21	26	31	36	41
10	3	10	1		
15			15	2	
20			50	5	
25				8	
30					6

15.

X y	11	13	15	17	19
3	2	4	6		
6		5	11	7	
9		3	15	9	
12			4	17	8
15					9

16.

X y	12	14	16	18	20
5	2	4			
7		7	2		
9			2	50	2
11			1	10	6
13				10	4

17.

X y	1	6	11	16	21
10	3	6	5		
20		8	10	7	
30		5	35	5	
40				5	5
50					6

18.

X y	15	18	21	24	27
2	4	1			
7		3	5		
12			12	40	2
17			2	10	5
22				2	14

19.

X y	2	10	18	26	34
6	3	2			
9		12	26	11	
12		5	20	8	

20.

X y	5	13	21	29	37
-2	3	7	4		
2		4	10	2	
6		14	35	6	

21.

15				4	4
18					5
X y	1	5	9	13	17
4	5				
7		5	36	10	
10		10	18	5	
13			2	3	3
16				1	2

22.

10				6	3
14					6
X y	5	9	13	17	21
10					6
12				6	3
14		5	44	6	
16		6	8	2	
18	3	7	4		

23.

X y	1	3	5	7	9
12	3	4	4		
14		10	3		
16		11	6		
18			10	31	4
20				8	6

24.

X y	5	10	15	20	25
4	3	11			
8		4	10	2	
12		14	35	6	
16				4	5
20					6

25.

X y	2	7	12	17	22
10	3	2			
12		8	35	6	
14		11	15	7	
16				8	
18					5

26.

X y	7	9	11	13	15
10				10	4
14			10	6	5
18			35	7	8
22		5	4		
16	3	3			

27.

X y	4	8	12	16	20
15	3	7	4		
20			17	4	
25			40	11	

28.

X y	5	12	19	26	33
10	6	5			
13		3	1		
16			40	2	8

29.

30				3	5
35					6
X y	4	9	14	19	24
15					6
17				3	5
19		2	40	9	
21		6	11	4	
23	3	7	4		

30.

19			5	6	10
22				12	2
X y	5	10	15	20	25
3	2	4			
10		6	2		
17			45	8	2
24				11	6
31				12	2