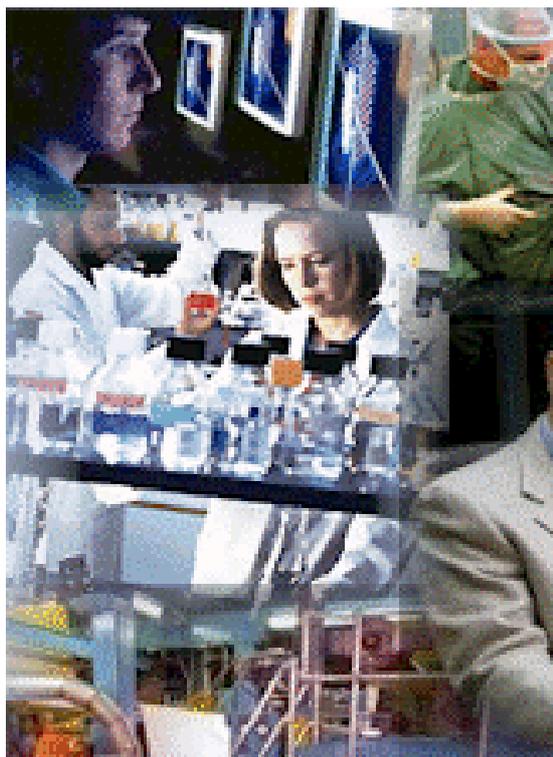




МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ УКРАИНЫ
ДОНЕЦКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

РАСЧЕТНЫЕ И ЛАБОРАТОРНЫЕ ЗАДАНИЯ ПО КУРСУ "ВЫСШАЯ МАТЕМАТИКА"

(для студентов экономических специальностей)



УТВЕРЖДЕНО
На заседании РИС
Экономического факультета
Протокол №9 от 22.04.96

ББК 22.1
УДК 516 + 517 (076.1)

Расчетные и лабораторные задания по курсу "Высшая математика" / Сост. Е.Г.Новожилова. - Донецк: ДонГУ. 1997. - 44с.

Расчетные задания составлены в соответствии с программой основного курса математики для экономистов. Они подобраны таким образом, чтобы дать достаточный материал для индивидуальных, лабораторных занятий, а также самостоятельной аудиторной и внеаудиторной работы студентов.

Составитель Е.Г.Новожилова, ст. преп.

Рецензенты:
Е.В.Кравчук
А.П.Михайлов

Розрахункові завдання укладені відповідно з програмою основного курсу математики для економістів. Вони підбрані таким чином, щоб дати достатній матеріал для індивідуальних, лабораторних занять, а також самостійної аудиторної та позааудиторної роботи студентів.

Укладач О.Г.Новожилова, ст. викл.

Рецензенти:
О.В.Кравчук
О.П.Михайлов

Построение рыночных отношений в экономике требует резкого повышения качества подготовки специалистов - выпускников высших учебных заведений. Возрастающие запросы к экономисту в области выдвижения экономических гипотез, составление прогноза, принятие оптимального решения при выборе экономической политики ставят задачу глубокого изучения математических дисциплин и экономико-математических методов, умения решать задачи, возникающие в конкретной практической деятельности. Высшая математика является базисом, необходимым для успешного изучения и усвоения дальнейших специальных дисциплин в области микро- и макроэкономики, построения математических моделей экономических процессов с дальнейшим их исследованием, анализом и решением при помощи ЭВМ, использованием для составления и оценки качества прогнозов; поиском оптимальных планов в области рыночной деятельности предприятий, объединений, отраслей.

Задания сгруппированы по отдельным темам курса, их структура следующая:

I	–	IX	Аналитическая геометрия в R^2 и R^3 Векторная алгебра
X	–	XIII	Линейная алгебра
XIV	–	XVII	Дифференциальное исчисление функций одной вещественной переменной
XVIII	–	XXI	Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных
XXII	–	XXIII	Неопределенный интеграл. Классы интегрируемых функций
XXIV	–	XXVI	Определенный интеграл. Приложения определенного интеграла
XXVII	–	XXVIII	Дифференциальные уравнения I и II порядков
XXIX	–	XXXIV	Ряды. Применение рядов. Кратные интегралы

ИНДИВИДУАЛЬНЫЕ ЗАДАНИЯ

I. Точки $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$, $C(x_3, y_3)$ лежат по одной прямой. Найти координаты третьей точки, если известны координаты двух точек, а также число K . Сделать чертеж.

1. $A(1, 0)$	$B(2, 3)$	$K = AB : BC = -0,5$
2. $A(-1, 2)$	$C(-3, 4)$	$K = AB : BC = -0,5$
3. $B(0, 3)$	$C(4, 1)$	$K = AC : BC = -0,5$
4. $A(-1, -1)$	$B(3, 2)$	$K = AC : BC = 0,5$
5. $A(1, 1)$	$C(-2, 3)$	$K = AC : CB = 0,5$
6. $B(1, -2)$	$C(3, 5)$	$K = AC : CB = 0,5$
7. $A(0, 2)$	$B(-1, -2)$	$K = BC : CA = 2$
8. $A(0, -1)$	$C(3, 1)$	$K = BC : CA = 2$
9. $B(2, 1)$	$C(-1, -3)$	$K = BC : CA = 2$
10. $A(0, -1)$	$B(2, 4)$	$K = BA : AC = -2$
11. $A(2, 2)$	$C(-1, -3)$	$K = BA : AC = -2$
12. $B(2, -2)$	$C(3, 2)$	$K = BA : AC = -2$
13. $A(3, -1)$	$B(-1, 1)$	$K = CA : AB = -3$
14. $A(3, -1)$	$C(-3, 2)$	$K = CA : AB = -3$
15. $B(0, 3)$	$C(4, 1)$	$K = CA : AB = -3$
16. $A(1, 3)$	$B(5, -1)$	$K = CB : BA = 3$
17. $A(1, -3)$	$C(-3, -2)$	$K = CB : BA = 3$
18. $A(2, 3)$	$C(-4, 5)$	$K = CB : BA = 3$
19. $A(2, 3)$	$B(1, 6)$	$K = AB : BC = 1:3$
20. $A(3, 2)$	$C(6, 0)$	$K = AB : BC = 1:3$
21. $B(3, -2)$	$C(5, 2)$	$K = AB : BC = 1:3$
22. $A(-2, -3)$	$B(-4, 2)$	$K = AC : CB = -1:3$
23. $A(-3, -2)$	$C(5, 6)$	$K = AC : CB = -1:3$
24. $B(2, 4)$	$C(-6, 7)$	$K = AC : CB = -1:3$
25. $A(-2, -4)$	$C(7, 2)$	$K = BC : CA = 2:3$

II. Даны вершины $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$, $C(x_3, y_3)$ треугольника. Найти:

1) длину стороны AB ; 2) внутренний угол A в радианах с точностью до 0,001; 3) уравнение высоты, проведенной через вершину C ; 4) уравнение медианы, проведенной через вершину C ; 5) точку пересечения высот треугольника; 6) длину высоты, опущенной из вершины C ; 7) систему линейных неравенств, определяющих треугольник ABC .

Сделать чертеж.

- | | |
|--|---|
| 1) $A(0, 0)$, $B(6, 3)$, $C(3, 4)$; | 2) $A(1, -3)$, $B(-5, 0)$, $C(-2, 1)$; |
| 3) $A(-1, 1)$, $B(5, 4)$, $C(2, 5)$; | 4) $A(2, 2)$, $B(-4, 5)$, $C(-1, 6)$; |
| 5) $A(-1, -2)$, $B(5, 1)$, $C(2, 2)$; | 6) $A(-2, -1)$, $B(4, 2)$, $C(1, 3)$; |
| 7) $A(2, 1)$, $B(-4, 2)$, $C(-1, 3)$; | 8) $A(-2, 1)$, $B(-8, 4)$, $C(-5, 5)$; |
| 9) $A(-1, -1)$, $B(-7, 2)$, $C(-4, 3)$; | 10) $A(3, -1)$, $B(-3, 2)$, $C(0, 3)$; |

- 11) A (1, 1), B (7, 4), C (4, 5);
 13) A (1, -1), B (-5, 2), C (-2, 3);
 15) A (0, 1), B (6, 4), C (3, 5);
 17) A (1, -1), B (7, 2), C (4, 5);
 19) A (1, 0), B (7, 3), C (4, 6);
 21) A (-2, 1), B (4, 4), C (1, 7);
 23) A (2, 2), B (8, 5), C (5, 8);
 25) A (3, 1), B (-3, -2), C (0, -3).

- 12) A (1, 1), B (-5, 4), C (-2, 5);
 14) A (-1, -1), B (5, 2), C (2, 3);
 16) A (1, 0), B (7, 3), C (4, 4);
 18) A (-1, -1), B (5, 2), C (2, 5);
 20) A (1, 1), B (-5, -2), C (-2, -5);
 22) A (1, 2), B (7, 5), C (4, 8);
 25) A (3, -2), B (9, 1), C (6, 4);

III. Найти каноническое уравнение кривой второго порядка, построить эту кривую, ее вершины и фокусы, если известно:

- | | | | |
|-------------------------------|----------------------------|--------------------------------|--|
| 1. $e = \sqrt{2}$, | $a = 4$. | 13. $e = \sqrt{0,4}$, | $a = 5$. |
| 2. $e = \sqrt{3}$, | $b = 6$. | 14. $e = \frac{2}{\sqrt{5}}$, | $b = \sqrt{5}$. |
| 3. $e = 2$, | $c = 4$. | 15. $e = 0,5$, | $c = \sqrt{7}$. |
| 4. $b/a = 1$, | $c = 3\sqrt{2}$. | 16. $b/a = \frac{1}{3}$, | $c = \frac{4}{\sqrt{3}}$, $a < c$, $b = 2\sqrt{2}$. |
| 5. $b = 3$, | $c = 5$, $c < a$. | 17. $b = 3$, | $c = 3\sqrt{2}$, $a > c$. |
| 6. $a = 3$, | $c = 5$. | 18. $a = 6$, | $c = 2\sqrt{5}$. |
| 7. $e = 0,5$, | $a = 4$. | 19. $e = \sqrt{3}$, | $a = 5$. |
| 8. $e = \frac{1}{\sqrt{2}}$, | $a = 2$. | 20. $e = 3$, | $b = 2\sqrt{2}$. |
| 9. $e = \frac{1}{\sqrt{3}}$, | $c = 2\sqrt{3}$. | 21. $e = \sqrt{1,2}$, | $c = 6$. |
| 10. $\frac{b}{a} = 0,5$, | $c = \sqrt{3}$, $a < c$. | 22. $b/a = 2$, | $c = 2\sqrt{5}$. |
| 11. $b = 3$, | $c = 4$, $a < c$. | 23. $c = 4$, | $b = 3$, $a > c$. |
| 12. $a = 4$, | $c = \sqrt{7}$. | 24. $c = 10$, | $a = 6$. |
| | | 25. $e = \frac{1}{\sqrt{2}}$, | $c = 2\sqrt{2}$. |

IV. Определить траекторию точки N (x, y), при движении которой отношение расстояний от данной прямой и точки M (x₀, y₀) есть число постоянной, равное K. Построить полученную кривую.

- | | | | |
|---------------------------|-----------|-------------------------------|-----------|
| 1. $y = 0$, M (0, 2), | $K = 1$. | 13. $x = 2$, M (-3, 2), | $K = 1$. |
| 2. $x = -3$, M (-1, -2), | $K = 1$. | 14. $x = 3$, M (3/4, 0), | $K = 2$. |
| 3. $y = -2$, M (-3, 3), | $K = 1$. | 15. $x = 1$, M (0, 1), | $K = 1$. |
| 4. $x = 2$, M (2, 1), | $K = 1$. | 16. $2x - 1 = 0$, M (1, 3), | $K = 2$. |
| 5. $y = 1$, M (-1, -1), | $K = 1$. | 17. $x + 3 = 0$, M (1, 0), | $K = 2$. |
| 6. $x = 9$, M (1, 0), | $K = 1$. | 18. $x + 2 = 0$, M (2, 1), | $K = 1$. |
| 7. $x = 0,5$, M (2, 0), | $K = 1$. | 19. $2x + 3 = 0$, M (-3, 0), | $K = 2$. |
| 8. $y = -1$, M (1, -2), | $K = 1$. | 20. $3x = 2$, M (3, 0), | $K = 3$. |

VII. Проверить, что векторы $\vec{a}_1, \vec{a}_2, \vec{a}_3$ образуют базис в R^3 , найти координаты векторов \vec{b} в этом базисе.

- | | | | |
|---------------------------|------------------------|----------------------|-----------------------|
| 1. $a_1 = (1, 1, 1)$, | $a_2 = (1, 2, 3)$, | $a_3 = (1, 3, 6)$, | $b = (-1, -5, -11)$. |
| 2. $a_1 = (1, 1, 2)$ | $a_2 = (0, 2, 1)$, | $a_3 = (2, 0, 2)$, | $b = (5, -3, 3)$. |
| 3. $a_1 = (1, 3, 2)$, | $a_2 = (1, 2, 1)$, | $a_3 = (0, 1, 3)$, | $b = (2, 6, 6)$. |
| 4. $a_1 = (3, 1, -1)$, | $a_2 = (1, 0, -2)$, | $a_3 = (2, 1, 2)$, | $b = (8, 3, 1)$. |
| 5. $a_1 = (-1, -1, 3)$, | $a_2 = (1, 1, 1)$, | $a_3 = (1, 0, 4)$, | $b = (2, 1, 9)$. |
| 6. $a_1 = (2, 1, 3)$, | $a_2 = (-1, 3, 2)$, | $a_3 = (1, 4, 4)$, | $b = (-3, -5, -6)$. |
| 7. $a_1 = (3, 1, -1)$, | $a_2 = (2, 1, 2)$, | $a_3 = (1, 0, 2)$, | $b = (3, 2, -3)$. |
| 8. $a_1 = (1, 1, 0)$, | $a_2 = (1, 2, -2)$, | $a_3 = (2, 1, 1)$, | $b = (3, 2, 0)$. |
| 9. $a_1 = (1, 2, 1)$, | $a_2 = (0, 1, 1)$, | $a_3 = (1, 1, 1)$, | $b = (1, 1, 0)$. |
| 10. $a_1 = (1, 1, 0)$, | $a_2 = (2, -1, -2)$, | $a_3 = (2, 3, 1)$, | $b = (10, 2, -5)$. |
| 11. $a_1 = (1, 0, 2)$, | $a_2 = (2, 1, 0)$, | $a_3 = (1, 1, -1)$, | $b = (3, 0, 5)$. |
| 12. $a_1 = (1, -1, 1)$, | $a_2 = (1, -1, 0)$, | $a_3 = (1, 3, 4)$, | $b = (4, 4, 11)$. |
| 13. $a_1 = (1, 2, -3)$, | $a_2 = (1, 3, 3)$, | $a_3 = (0, 1, 1)$, | $b = (1, 4, 5)$. |
| 14. $a_1 = (-1, -1, 3)$, | $a_2 = (1, 1, 1)$, | $a_3 = (1, 0, 4)$, | $b = (-3, -4, 8)$. |
| 15. $a_1 = (-2, -2, 1)$, | $a_2 = (1, 1, 0)$, | $a_3 = (2, 3, 1)$, | $b = (-7, -10, -2)$. |
| 16. $a_1 = (2, 1, 4)$, | $a_2 = (3, 2, -1)$, | $a_3 = (1, 1, -4)$, | $b = (0, 1, -13)$. |
| 17. $a_1 = (-3, 1, 1)$, | $a_2 = (-1, 1, 1)$, | $a_3 = (4, 0, 1)$, | $b = (6, 0, 1)$. |
| 18. $a_1 = (0, 1, 1)$, | $a_2 = (1, 3, 1)$, | $a_3 = (1, 2, 1)$, | $b = (-5, -10, -3)$. |
| 19. $a_1 = (2, -1, 1)$, | $a_2 = (-3, 2, -1)$, | $a_3 = (1, 1, 1)$, | $b = (7, -1, 4)$. |
| 20. $a_1 = (2, 1, 1)$, | $a_2 = (-1, 1, -3)$, | $a_3 = (1, 2, -3)$, | $b = (5, 14, -19)$. |
| 21. $a_1 = (1, 0, 2)$, | $a_2 = (3, 1, 2)$, | $a_3 = (2, 1, -1)$, | $b = (14, 5, 6)$. |
| 22. $a_1 = (1, -1, 1)$, | $a_2 = (1, -3, 4)$, | $a_3 = (1, -2, 3)$, | $b = (3, -7, 10)$. |
| 23. $a_1 = (1, -1, 3)$, | $a_2 = (2, 1, 2)$, | $a_3 = (2, 0, -1)$, | $b = (7, 1, 0)$. |
| 24. $a_1 = (1, 0, 3)$, | $a_2 = (2, 1, 1)$, | $a_3 = (1, 1, -1)$, | $b = (6, 3, 5)$. |
| 25. $a_1 = (1, 1, 1)$, | $a_2 = (-1, -3, -2)$, | $a_3 = (1, 4, 3)$, | $b = (1, -4, -2)$. |

VIII. 1. $\pi: 3x + 2y + z - 1 = 0$, $e: \frac{x+1}{4} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z+3}{-1}$. Найти \hat{p}_e .

2. $M(0, -1, -2)$, $\pi: 2x - y - 2z = 5$. Найти расстояние от точки до плоскости.

3. $M(1, 2, 1)$, $e: x = \frac{y-1}{2} = \frac{z-3}{-2}$. Составить уравнение плоскости, проходящей через точку M , перпендикулярной прямой e .

4. Найти каноническое уравнение прямой $\begin{cases} x - 2y + z + 1 = 0 \\ x - z + 5 = 0 \end{cases}$.

5. Составить уравнение плоскости, проходящей через точку $M(1, -2, 4)$, параллельной плоскости $2x - 5y + 6z - 1 = 0$.

6. Найти угол между плоскостями $2x - y + 3z - 1 = 0$,
 $x + 2y - 2z - 1 = 0$.

7. Найти угол между прямыми l_1 и l_2 .
- $$l_1: \frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{4} = \frac{z}{-1}, \quad l_2: \begin{cases} y = 4x, \\ z = x - 1. \end{cases}$$
8. Составить уравнение прямой, проходящей через точки $A(2, 1, -1)$, $B(3, 5, 4)$.
9. Составить уравнение плоскости, параллельной оси аппликат и проходящей через точки $A(1, 0, 2)$, $B(-1, 4, 5)$.
10. Найти точку пересечения прямой $\frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{4} = \frac{z}{3}$ и плоскости $2x - 3y + 5 = 0$.
11. Составить уравнение плоскости, проходящей через точку $M(4, -3, 1)$ и перпендикулярной вектору $\vec{n} = (1, 2, -2)$.
12. Найти канонический вид прямой $\begin{cases} x - y + z - 2 = 0, \\ 2x + y + 3 = 0. \end{cases}$
13. Найти угол между прямыми $l_1: \frac{x-2}{2} = \frac{y+1}{3} = \frac{z-1}{3}$,
- $$l_2: \begin{cases} y = 2x + 3, \\ z = x - 1. \end{cases}$$
14. Найти расстояние от точки $M(2, -1, 3)$ до плоскости $x + 4y - 2z + 3 = 0$.
15. Найти направляющий вектор прямой $\begin{cases} 2x + y - z + 1 = 0, \\ x - 3y + 4z + 2 = 0. \end{cases}$
16. Найти угол между прямой и плоскостью $\frac{x}{2} = \frac{y-1}{3} = \frac{z+2}{-4}$,
- $$2x - 3y + z - 4 = 0.$$
17. Написать уравнение плоскости, проходящей через точку $M(2, 3, -1)$, перпендикулярной прямой $\frac{x-1}{2} = \frac{y-3}{-1} = \frac{z}{4}$.
18. Составить уравнение прямой, перпендикулярной плоскости $4x - y + 3z - 2 = 0$ и проходящей через точку $M(4, 0, 2)$.
19. Найти угол между плоскостями $x - 3y + z = 0$, $2x + 3y - 5z - 1 = 0$.
20. Составить уравнение плоскости, параллельной оси ординат, проходящей через точки $A(1, 2, 3)$, $B(-1, 3, -1)$.
21. Найти уравнение прямой, проходящей через точку $M(2, 1, 2)$, параллельной прямой $\begin{cases} x - y + 2z + 3 = 0, \\ 2x - y + 4z = 0. \end{cases}$

22. Найти уравнение плоскости, проходящей через точку $M(2, 1, -2)$ параллельно плоскости $x + 2y - 3z - 1 = 0$.

23. Найти угол между прямой $\begin{cases} x + 3y + z + 2 = 0, \\ 2x - 3z = 5. \end{cases}$ и плоскостью

$$x - 4y + 3z - 2 = 0.$$

24. Найти уравнение плоскости, перпендикулярной плоскости $2x - y - z - 3 = 0$, проходящей через точки $A(2, 1, 0)$ и $B(-1, 1, 1)$.

25. Определить угол между прямыми $l_1: \begin{cases} x + y - z = 0, \\ 2x + y - 1 = 0. \end{cases}$

$$l_2: \begin{cases} x - y = 1, \\ 2x + z = 0. \end{cases}$$

IX. а) Вычислить определитель матрицы.

б) Найти обратную матрицу. Проверить полученный результат.

$$1. \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & 1 \\ -1 & 2 & 3 & 1 \\ 1 & 6 & 6 & 3 \\ 4 & 4 & 0 & 3 \end{pmatrix}$$

$$2. \begin{pmatrix} 3 & 5 & -3 & -1 \\ -3 & 2 & -10 & -17 \\ 1 & -1 & -8 & 10 \\ 1 & -4 & -3 & 12 \end{pmatrix}$$

$$3. \begin{pmatrix} 7 & 1 & 5 & 1 \\ 1 & 1 & -2 & 7 \\ -3 & 6 & -10 & 1 \\ 4 & 7 & 5 & 3 \end{pmatrix}$$

$$4. \begin{pmatrix} 0 & 1 & -2 & -2 \\ 5 & 4 & 1 & -3 \\ 4 & 3 & 1 & -3 \\ 1 & 3 & -3 & -6 \end{pmatrix}$$

$$5. \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 & 7 \\ 3 & -2 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 3 \\ 3 & -3 & -1 & 1 \end{pmatrix}$$

$$6. \begin{pmatrix} -8 & 3 & 9 & 6 \\ -4 & -1 & 2 & 2 \\ 2 & 4 & 5 & 1 \\ -1 & 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

$$7. \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 & 1 \\ 1 & 3 & 1 & 2 \\ 2 & 3 & 4 & 3 \\ 3 & 3 & 5 & 5 \end{pmatrix}$$

$$8. \begin{pmatrix} 6 & -7 & 2 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & -2 \\ 4 & -1 & 3 & -4 \\ 7 & 8 & 6 & -9 \end{pmatrix}$$

$$9. \begin{pmatrix} 1 & -3 & 2 & 1 \\ -5 & 2 & -1 & 2 \\ 4 & 1 & 6 & 1 \\ 7 & 0 & 8 & 1 \end{pmatrix}$$

$$10. \begin{pmatrix} 2 & 3 & -2 & 4 \\ 3 & 1 & 2 & 4 \\ -3 & 2 & -5 & -1 \\ -2 & 3 & -5 & 2 \end{pmatrix}$$

$$11. \begin{pmatrix} 2 & 3 & -3 & 1 \\ 1 & -1 & 5 & 1 \\ 2 & 4 & -2 & 3 \\ 0 & 1 & -1 & -1 \end{pmatrix}$$

$$12. \begin{pmatrix} 1 & 1 & 3 & 1 \\ 3 & 1 & 7 & 1 \\ -4 & 3 & -4 & 11 \\ 0 & 1 & -1 & -1 \end{pmatrix}$$

$$13. \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 1 & 2 \\ 4 & 2 & -3 & -2 \\ 5 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

$$14. \begin{pmatrix} 4 & -5 & 3 & 1 \\ 1 & 2 & -1 & 2 \\ 6 & -1 & 2 & -3 \\ 1 & 2 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$15. \begin{pmatrix} 3 & -3 & 2 & 1 \\ 1 & 2 & 3 & 1 \\ 2 & -5 & -2 & 0 \\ 4 & -1 & 4 & 3 \end{pmatrix}$$

$$\begin{array}{lll}
16. \begin{pmatrix} 3 & 5 & 1 & 0 \\ 1 & 4 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & -1 & -2 \\ 1 & -3 & -4 & -2 \end{pmatrix} & 17. \begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 & 1 \\ 4 & 4 & 0 & -1 \\ 2 & 3 & -4 & 0 \\ 0 & -2 & 8 & -2 \end{pmatrix} & 18. \begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & -3 & 1 \\ 2 & 5 & -4 & 4 \\ -2 & -1 & -6 & 1 \end{pmatrix} \\
19. \begin{pmatrix} -6 & 2 & 3 & 2 \\ -4 & 0 & 1 & 1 \\ -3 & 2 & 5 & 4 \\ 1 & -2 & -1 & 1 \end{pmatrix} & 20. \begin{pmatrix} 3 & -3 & 3 & 4 \\ 2 & 2 & 5 & 1 \\ 2 & -10 & -3 & -6 \\ 1 & -17 & -1 & 11 \end{pmatrix} & 21. \begin{pmatrix} 7 & -3 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 6 & 1 \\ 5 & -5 & -10 & -2 \\ 1 & -6 & -25 & -7 \end{pmatrix} \\
22. \begin{pmatrix} 2 & 2 & 5 & 1 \\ -1 & 3 & 2 & -3 \\ 4 & -4 & -1 & 7 \\ 1 & 5 & 4 & -2 \end{pmatrix} & 23. \begin{pmatrix} 3 & 1 & 3 & 0 \\ -2 & 1 & 4 & 1 \\ 1 & 2 & 6 & 1 \\ 1 & 7 & 22 & 3 \end{pmatrix} & 24. \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 & 6 \\ 1 & 4 & -1 & 3 \\ 2 & 5 & 2 & 9 \\ -1 & 2 & -4 & -8 \end{pmatrix} \\
25. \begin{pmatrix} 2 & 1 & -3 & 1 \\ 1 & 1 & 2 & 0 \\ 3 & 2 & -2 & 1 \\ 5 & 4 & 2 & 2 \end{pmatrix} & &
\end{array}$$

X. $f(x) = 2x^2 - 3x + 5$. Найти $f(A)$.

$$\begin{array}{llll}
1. A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 3 & 0 & 1 \\ -1 & 2 & 3 \end{pmatrix} & 2. A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 3 \\ -1 & -3 & 2 \\ 2 & 1 & 1 \end{pmatrix} & 3. A = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 1 \\ -1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix} & 4. A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 5 \\ 1 & 0 & 1 \\ -1 & 2 & 0 \end{pmatrix} \\
5. A = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 3 \\ 1 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix} & 6. A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & 3 \\ -5 & 1 & 1 \end{pmatrix} & 7. A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 3 \\ 0 & 1 & 2 \\ 2 & 1 & 1 \end{pmatrix} & 8. A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & -1 \\ 2 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 1 \end{pmatrix} \\
9. A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ -1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} & 10. A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ 3 & 1 & 1 \end{pmatrix} & 11. A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ -1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix} & 12. A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 2 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix} \\
13. A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & -1 \\ 1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 \end{pmatrix} & 14. A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & -1 \\ 2 & 1 & 1 \end{pmatrix} & 15. A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 3 \\ -3 & 1 & 3 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} & 16. A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -2 \\ 1 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 2 \end{pmatrix} \\
17. A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 3 & 1 & 1 \\ -1 & 2 & 1 \end{pmatrix} & 18. A = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 0 \\ 1 & -1 & 1 \\ -1 & -1 & 1 \end{pmatrix} & 19. A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix} & 20. A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 1 & 2 & 3 \\ 1 & 4 & 2 \end{pmatrix}
\end{array}$$

$$21. A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & -2 \\ 1 & 2 & 0 \\ 3 & 1 & 1 \end{pmatrix} \quad 22. A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 1 \\ -2 & 1 & 3 \end{pmatrix} \quad 23. A = \begin{pmatrix} 2 & -2 & 0 \\ 2 & 3 & 1 \\ 1 & -3 & 1 \end{pmatrix} \quad 24. A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 1 & 0 & 1 \\ -1 & 3 & 1 \end{pmatrix}$$

$$25. A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -2 \\ 2 & -1 & 3 \\ 1 & 1 & -1 \end{pmatrix}.$$

XI. Решить систему: а) по формулам Крамера; б) методом обратной матрицы; в) методом последовательных приближений с точностью 0,001.

$$\begin{array}{lll} x_1 - x_2 + 2x_3 = 2, & 3x_1 - 3x_2 - 4x_3 = 4, & x_1 + 8x_2 - 5x_3 = 2. \\ 1. \quad 3x_1 + x_2 - x_3 = 3, & 2. \quad 6x_1 - 6x_2 + x_3 = -1, & 3. \quad 3x_1 + 2x_2 + x_3 = 0, \\ 4x_1 - x_2 - 5x_3 = -2. & 4x_1 - 9x_2 - 2x_3 = -3. & 2x_1 - 3x_2 + 2x_3 = -3. \end{array}$$

$$\begin{array}{lll} 3x_1 + 4x_2 + 7x_3 = 0, & 2x_1 - x_2 - x_3 = 4, & 2x_1 + x_2 - x_3 = -1, \\ 4. \quad -2x_1 + 5x_2 - 3x_3 = 6, & 5. \quad 3x_1 + 4x_2 - 2x_3 = 11, & 6. \quad 2x_1 - x_2 + 2x_3 = -4, \\ 5x_1 - 6x_2 + 11x_3 = -12. & 3x_1 - 2x_2 + 4x_3 = 11. & 4x_1 + x_2 + 4x_3 = -2. \end{array}$$

$$\begin{array}{lll} x_1 + 2x_2 - 2x_3 = -3, & x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 5, & 4x_1 + x_2 + 2x_3 = -2, \\ 7. \quad 2x_1 + x_2 - 2x_3 = 0, & 8. \quad x_1 + 3x_2 + 2x_3 = 1, & 9. \quad -x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 5, \\ 3x_1 + x_2 + 4x_3 = 6. & 3x_1 + x_2 + 2x_3 = 11. & -2x_1 + 3x_2 + x_3 = 8. \end{array}$$

$$\begin{array}{lll} 4x_1 + 2x_2 + x_3 = 31, & 6x_1 + 7x_2 + 3x_3 = 2, & 9x_1 + 9x_2 + 5x_3 = 5, \\ 10. \quad 2x_1 + x_2 + 5x_3 = 29, & 11. \quad 3x_1 + x_2 = 2, & 12. \quad 4x_1 - x_2 - 2x_3 = 3, \\ x_1 - x_2 + 3x_3 = 10. & 2x_1 + 2x_2 + x_3 = 1. & 14x_1 + 13x_2 + 7x_3 = 8. \end{array}$$

$$\begin{array}{lll} -2x_1 + 3x_2 + 4x_3 = 5, & 3x_1 + 3x_2 + x_3 = 8, & 9x_1 + 7x_2 + 3x_3 = -1, \\ 13. \quad 3x_1 - x_2 - 3x_3 = -1, & 14. \quad 7x_1 + 6x_2 + 2x_3 = 18, & 15. \quad 14x_1 + 9x_2 + 4x_3 = 1, \\ -x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 3. & 7x_1 + 9x_2 + 2x_3 = 21. & 3x_2 + 2x_3 = -5. \end{array}$$

$$\begin{array}{lll} 6x_1 + 5x_2 + 2x_3 = -11, & 12x_1 + 6x_2 + x_3 = 5, & 4x_1 + 3x_2 + 2x_3 = 1, \\ 16. \quad 11x_1 + 9x_2 + 2x_3 = -22, & 17. \quad 19x_1 + 16x_2 + 7x_3 = 256, & 18. \quad 4x_1 + 5x_2 + 2x_3 = 3, \\ 4x_1 + 5x_2 + 2x_3 = -5. & x_2 + x_3 = -2. & 3x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 5. \end{array}$$

$$\begin{array}{lll} 6x_1 + 9x_2 + 4x_3 = -8, & x_1 + x_2 + x_3 = -1, & -x_1 + 3x_2 - 2x_3 = 2. \\ 19. \quad -x_1 - x_2 + x_3 = 2, & 20. \quad 3x_1 + 4x_2 + 3x_3 = -6, & 21. \quad 2x_1 - x_2 + 3x_3 = 1, \\ 10x_1 + 16x_2 + 7x_3 = -15. & 9x_1 + 8x_2 + 5x_3 = -10. & 2x_1 - 3x_2 + 4x_3 = -1. \end{array}$$

$$\begin{array}{lll} 3x_1 + 2x_2 + 2x_3 = -1, & 2x_1 + 4x_2 + 3x_3 = 0, & 2x_1 + 2x_2 + x_3 = 1, \\ 22. \quad 2x_1 + 5x_2 + 3x_3 = -6, & 23. \quad x_1 + 5x_2 + 4x_3 = -3, & 24. \quad 3x_1 + 3x_2 + x_3 = 2, \\ 3x_1 + 4x_2 + 4x_3 = -5. & -3x_1 + 5x_2 + 2x_3 = -11. & 2x_1 - x_2 = 8. \end{array}$$

$$\begin{aligned}
 & x_1 + 3x_2 + 5x_3 = -8, \\
 25. \quad & x_1 + 4x_2 + 8x_3 = -15, \\
 & x_1 + 2x_2 + 6x_3 = -13.
 \end{aligned}$$

ХII. Решить систему методом Гаусса.

$$\begin{aligned}
 & x_1 + x_2 + 2x_3 + 3x_4 = 1, \\
 1. \quad & 3x_1 - x_2 - x_3 - 2x_4 = -4, \\
 & 2x_1 + 3x_2 - x_3 - x_4 = -6, \\
 & x_1 + 2x_2 + 3x_3 - x_4 = -4.
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & x_1 + x_2 + 2x_3 + x_4 = 3, \\
 3. \quad & 3x_1 - x_2 - x_3 - 4x_4 = -2, \\
 & 2x_1 + 3x_2 - x_3 - 6x_4 = -1, \\
 & x_1 + 2x_2 + 3x_3 - 4x_4 = -1.
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & x_1 + x_2 + x_3 + 3x_4 = 2, \\
 5. \quad & 3x_1 - x_2 - x_3 - 2x_4 = -1, \\
 & 2x_1 + 3x_2 - x_3 - x_4 = -4, \\
 & x_1 + 2x_2 + 3x_3 - x_4 = -3.
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & x_1 + x_2 + 2x_3 + 3x_4 = 4, \\
 7. \quad & 3x_1 - x_2 - x_3 - 2x_4 = -6, \\
 & 2x_1 + 3x_2 - x_3 - x_4 = -7, \\
 & x_1 + 2x_2 + 3x_3 - x_4 = -5.
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & 3x_1 + 5x_2 + 2x_3 - 2x_4 = -10, \\
 9. \quad & 3x_1 - x_2 - x_3 - 2x_4 = -4, \\
 & 2x_1 + 3x_2 - x_3 - x_4 = -6, \\
 & x_1 + x_2 + 2x_3 + 3x_4 = 1.
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & 2x_1 + x_2 + 2x_3 + 3x_4 = 1, \\
 11. \quad & 2x_1 - x_2 - x_3 - 2x_4 = -4, \\
 & 5x_1 + 3x_2 - x_3 - x_4 = -6, \\
 & 3x_1 + 2x_2 + 3x_3 - x_4 = -4.
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & 5x_1 + x_2 - 3x_3 + 4x_4 = -2, \\
 13. \quad & 3x_1 - x_2 - x_3 - 2x_4 = -4, \\
 & 2x_1 + 3x_2 - x_3 - x_4 = -6, \\
 & x_1 + 2x_2 + 3x_3 - x_4 = -4.
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & x_1 + x_2 + 3x_3 + 2x_4 = 1, \\
 15. \quad & -4x_1 + 3x_2 - 2x_3 - x_4 = 0, \\
 & -6x_1 + 2x_2 - x_3 - x_4 = -4, \\
 & -4x_1 + x_2 - x_3 + 3x_4 = 1.
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & 3x_1 + x_2 + 2x_3 + x_4 = 1, \\
 2. \quad & -2x_1 - 4x_2 - x_3 + 3x_4 = -8, \\
 & -x_1 - 6x_2 - x_3 - 2x_4 = -8, \\
 & -x_1 - 4x_2 + 3x_3 + x_4 = -9.
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & x_1 + x_2 + 2x_3 + 3x_4 = 3, \\
 4. \quad & 3x_1 - x_2 - x_3 - 2x_4 = -5, \\
 & 2x_1 + 3x_2 - x_3 - x_4 = -7, \\
 & x_1 + 2x_2 + 3x_3 - x_4 = -1.
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & x_1 + x_2 + 2x_3 + 3x_4 = -3, \\
 6. \quad & 3x_1 - x_2 - x_3 - 2x_4 = 6, \\
 & 2x_1 + 3x_2 - x_3 - x_4 = 0, \\
 & x_1 + 2x_2 + 3x_3 - x_4 = 0.
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & 4x_1 - x_2 + 2x_3 + 3x_4 = -1, \\
 8. \quad & 3x_1 - x_2 - x_3 - 2x_4 = -3, \\
 & 2x_1 + 3x_2 - x_3 - x_4 = 2, \\
 & x_1 + x_2 + 2x_3 + 3x_4 = 10.
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & x_1 + x_2 + 2x_3 + 3x_4 = 1, \\
 10. \quad & 5x_1 + 2x_2 - 2x_3 - 3x_4 = -10, \\
 & 2x_1 + 3x_2 - x_3 - x_4 = -6, \\
 & x_1 + 2x_2 + 3x_3 - x_4 = -4.
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & x_1 + 3x_2 + 2x_3 + 5x_4 = 3, \\
 12. \quad & 3x_1 - 2x_2 - x_3 - 3x_4 = -5, \\
 & 2x_1 + 2x_2 - x_3 - 2x_4 = -7, \\
 & x_1 + 5x_2 + 3x_3 + 2x_4 = -1.
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & 2x_1 + 3x_2 + 5x_3 + 2x_4 = -3, \\
 14. \quad & 5x_1 + 2x_2 - 2x_3 - 3x_4 = -10, \\
 & 2x_1 + 3x_2 - x_3 - x_4 = -6, \\
 & x_1 + 2x_2 + 3x_3 - x_4 = -4.
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & x_1 + 4x_2 + 2x_3 + 3x_4 = 0, \\
 16. \quad & 3x_1 - 3x_2 - x_3 - 2x_4 = -3, \\
 & 2x_1 + 2x_2 - x_3 - x_4 = -6, \\
 & x_1 + x_2 + 3x_3 - x_4 = 0.
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & x_1 + 2x_2 + 3x_3 + x_4 = -1, \\
 17. & -x_1 - x_2 - 2x_3 - 4x_4 = 4, \\
 & 3x_1 - x_2 - x_3 - 6x_4 = 9, \\
 & 2x_1 + 3x_2 - x_3 - 4x_4 = 10.
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & 4x_1 + x_2 + x_3 + 2x_4 = -2, \\
 19. & x_1 + 5x_2 + 3x_3 + 2x_4 = -1, \\
 & 2x_1 + 2x_2 - x_3 - 2x_4 = -7, \\
 & 4x_1 + 3x_2 + x_3 - x_4 = -6.
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & 5x_1 + x_2 + x_3 + 2x_4 = 1, \\
 21. & 3x_1 - 3x_2 + x_3 + x_4 = 4, \\
 & 2x_1 - 2x_2 - 3x_3 + x_4 = 6, \\
 & 2x_1 + x_2 + 2x_3 + 3x_4 = -4.
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & 4x_1 + 3x_2 + 2x_3 + 5x_4 = 4, \\
 23. & x_1 - 2x_2 - x_3 - 3x_4 = -6, \\
 & 4x_1 + 2x_2 - x_3 - 2x_4 = -7, \\
 & 6x_1 + 5x_2 + 3x_3 + 2x_4 = -5.
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & 3x_1 + x_2 + x_3 + 3x_4 = 1, \\
 25. & 2x_1 + x_2 - 3x_3 + 2x_4 = 4, \\
 & 2x_1 + 3x_2 + 2x_3 - x_4 = -6, \\
 & 5x_1 + 2x_2 + x_3 - x_4 = -4.
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & x_1 + x_2 + x_3 + 2x_4 = 3, \\
 18. & 3x_1 - 4x_2 + x_3 - x_4 = -7, \\
 & 2x_1 - 6x_2 + 3x_3 - x_4 = -6, \\
 & x_1 - 4x_2 + 2x_3 + 3x_4 = 0.
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & 2x_1 + 3x_2 + 2x_3 + x_4 = 7, \\
 20. & x_1 + 2x_2 + x_3 + x_4 = 5, \\
 & 4x_1 + x_2 + x_3 - 3x_4 = 2, \\
 & 3x_1 + x_2 - 3x_3 - 2x_4 = 6.
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & 2x_1 + x_2 + x_3 + 2x_4 = 3, \\
 22. & 2x_1 + 3x_2 - 4x_3 - x_4 = -2, \\
 & 5x_1 + 2x_2 - 6x_3 - x_4 = -1, \\
 & 3x_1 + x_2 - 4x_3 + 3x_4 = -1.
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & x_1 + x_2 + 3x_3 + 4x_4 = 2, \\
 24. & 3x_1 - x_2 - 5x_3 - 3x_4 = -5, \\
 & 2x_1 + 3x_2 - 7x_3 + 2x_4 = -3, \\
 & x_1 + 2x_2 - x_3 + x_4 = -2.
 \end{aligned}$$

ХШ. Найти пределы.

$$1. \text{ а) } \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{3x^2 - 2x - 1}{2x^2 - x - 1},$$

$$x_0: -2, 1, \infty;$$

$$\text{б) } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x} - 1}{2x^2 + 3x - 5},$$

$$\text{в) } \lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 + 2x} - \sqrt{x^2 + 3}),$$

$$\text{г) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin 3x}{x + \operatorname{tg} 5x},$$

$$\text{д) } \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{3n - 2}{3n + 1} \right)^{n+4}.$$

$$2. \text{ а) } \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{2x^2 + 3x + 1}{3x^2 + 4x + 1},$$

$$x_0: 3, -1, \infty;$$

$$\text{б) } \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x+2} - 2}{x^2 - x - 2},$$

$$\text{в) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{arctg} 5x^2}{1 - \cos x},$$

$$\text{г) } \lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 + 6} - \sqrt{x^2 - 4x}),$$

$$\text{д) } \lim_{x \rightarrow 0} (1 + 2x^2)^{\frac{1-4x^2}{x^2}}.$$

3. a) $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{3x^2 - x - 2}{2x^2 + x - 3}$, $x_0: 2, 1, \infty$;

б) $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 + 2x + 1} - \sqrt{x^2 - 3})$, в) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x} - 1}{3x^2 + 2x}$,

г) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 4x}{\operatorname{tg} 2x + \operatorname{arctg} x}$, д) $\lim_{x \rightarrow 0} (1 + 3x)^{\frac{1+2x}{x}}$.

4. a) $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{4x^2 + 2x - 2}{3x^2 - 2x - 5}$, $x_0: -2, -1, \infty$;

б) $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 + 3x} - \sqrt{x^2 + 1})$, в) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x+1} - 2}{3x^2 - 2x - 3}$,

г) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 2x}{\operatorname{tg}^2 3x}$, д) $\lim_{x \rightarrow 0} (1 + x)^{\frac{2}{\sin x}}$.

5. a) $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{2x^2 + 3x - 2}{3x^2 + x - 10}$, $x_0: 1, -2, \infty$;

б) $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 + 2} - \sqrt{x^2 + 7x})$, в) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{\sqrt{x+2} - 1}{2x^2 - x - 3}$,

г) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x + \operatorname{tg} 2x}{\arcsin 3x}$, д) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x+1}{2x+3} \right)^{x-5}$.

6. a) $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{4x^2 - 3x - 10}{2x^2 - 3x - 2}$, $x_0: -1, 2, \infty$;

б) $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 - 2x + 6} - x)$, в) $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2 - x - 6}{\sqrt{x+3} - 1}$,

г) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 4x}{\arcsin x^2}$, д) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x}{x+2} \right)^{\frac{x^2+1}{x}}$.

7. a) $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{3x^2 + 5x - 2}{2x^2 - x - 10}$, $x_0: 3, -2, \infty$;

б) $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 + x + 2} - x)$, в) $\lim_{x \rightarrow -0.5} \frac{2x^2 - 3x - 2}{\sqrt{2+2x} - 1}$,

г) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 4x}{x^3 + \operatorname{tg} 2x^2}$, д) $\lim_{x \rightarrow 0} (1 - 4\sqrt{x})^{\frac{\sqrt{x}-3}{\sqrt{x}}}$.

8. а) $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{5x^2 - 4x - 1}{4x^2 + 3x - 7}$, $x_0: 2, 1, \infty;$

б) $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 + 3x - 7} - \sqrt{x^2 - 2x})$, в) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 5x + 6}{\sqrt{x + 2} - 2}$,

г) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin 5x}{2x + 3\operatorname{tg} 4x}$, д) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+1}{x-3}\right)^{2x-1}$.

9. а) $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{4x^2 + 7x + 3}{5x^2 + 4x - 1}$, $x_0: 3, -1, \infty;$

б) $\lim_{x \rightarrow \infty} (x - \sqrt{x^2 - 3x + 7})$, в) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x^2 - 2x - 1}{\sqrt{x + 3} - 2}$,

г) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin(x + x^2)}{x^2 + \operatorname{tg} 2x}$, д) $\lim_{x \rightarrow 0} (1 - \sin x)^{\operatorname{ctg} 2x}$.

10. а) $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{2x^2 + 5x - 18}{5x^2 - 2x - 16}$, $x_0: -2, 2, \infty;$

б) $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 + 2x} - \sqrt{x^2 + 3x})$, в) $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{\sqrt{x+4} - \sqrt{-x}}{x^2 - 2x - 8}$,

г) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos \frac{x}{2}}{\sin^2 2x}$, д) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2n}{2n+1}\right)^{n-6}$.

11. а) $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{3x^2 + 2x - 8}{2x^2 + 5x + 2}$, $x_0: 2, -2, \infty;$

б) $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 + 1} - \sqrt{x^2 - 4x})$, в) $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{x} - 2}{x^2 - 5x - 4}$,

г) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 6x}{\operatorname{arctg}^2 3x}$, д) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x-2}{x-4}\right)^{2x+7}$.

12. а) $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{4x^2 - 9x - 9}{3x^2 - 4x - 15}$, $x_0: 1, 3, \infty;$

б) $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 + x} - \sqrt{x^2 - 5x})$, в) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{2x^2 - 3x - 5}{\sqrt{x+5} - 2}$,

г) $\lim_{x \rightarrow 0} \operatorname{ctg} 2x \cdot \arcsin 3x$, д) $\lim_{x \rightarrow 0} (1 - 4x)^{\frac{3+x}{x}}$.

$$13. \text{ a) } \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{4x^2 + 5x - 21}{5x^2 + 14x - 3},$$

$$x_0: 1, -3, \infty;$$

$$\text{б) } \lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 + 3x} - x + 1),$$

$$\text{в) } \lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x-2} - 1}{x^2 - 3x},$$

$$\text{г) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin^2 4x}{1 - \cos 5x},$$

$$\text{д) } \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3x+2}{3x+4} \right)^{x+1}.$$

$$14. \text{ a) } \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{2x^2 + 5x - 7}{2x^2 + 7x - 9},$$

$$x_0: -1, 1, \infty;$$

$$\text{б) } \lim_{x \rightarrow \infty} (x^2 - \sqrt{x^4 - 2x^2 + 1}),$$

$$\text{в) } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x^2 - 4x + 1}{\sqrt{x+3} - 2},$$

$$\text{г) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin 3x}{\operatorname{tg}^3 x - 2 \sin x},$$

$$\text{д) } \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n+2}{n-5} \right)^{3n+1}.$$

$$15. \text{ a) } \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{3x^2 - 5x + 2}{2x^2 + x - 3},$$

$$x_0: 3, 1, \infty;$$

$$\text{б) } \lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 + 8} - \sqrt{x^2 + 5x}),$$

$$\text{в) } \lim_{x \rightarrow -2} \frac{2x^2 + 3x - 2}{\sqrt{x+3} - 1},$$

$$\text{г) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{arctg}(x^2 + 2x)}{\sin 5x},$$

$$\text{д) } \lim_{x \rightarrow 0} (1 - 2 \sin^2 x)^{3 \operatorname{ctg} x^2}.$$

$$16. \text{ a) } \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{5x^2 + 3x - 2}{2x^2 - 7x - 9},$$

$$x_0: -3, -1, \infty;$$

$$\text{б) } \lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 + 3x} - \sqrt{x^2 - x}),$$

$$\text{в) } \lim_{x \rightarrow -3} \frac{\sqrt{x+4} - 1}{x^2 + 2x - 3},$$

$$\text{г) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} 2x \cdot \sin x}{1 - \cos 2x},$$

$$\text{д) } \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{4x-7}{4x-3} \right)^{x+2}.$$

$$17. \text{ a) } \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{7x^2 - x - 6}{6x^2 - 5x - 1},$$

$$x_0: 2, 1, \infty;$$

$$\text{б) } \lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^6 - x^4} - \sqrt{x^6 - 4x^3}),$$

$$\text{в) } \lim_{x \rightarrow -1} \frac{\sqrt{3-x} + 2x}{x^2 + 3x + 2},$$

$$\text{г) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{ctg} 4x \cdot \operatorname{arctg} 2x}{3 \cos x},$$

$$\text{д) } \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1-2x}{1+x} \right)^{\frac{2}{x}}.$$

18. а) $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{6x^2 + x - 5}{5x^2 - x - 6}$, $x_0: 2, -1, \infty;$
 б) $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 + 3} - \sqrt{x^2 - 4x})$, в) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x+7} - 3}{x^2 + 3x - 10}$,
 г) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin 3x}{\operatorname{tg} x - x^3}$, д) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x-4}{x+2} \right)^{3x-1}$.
19. а) $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{2x^2 - 5x + 2}{3x^2 - 7x + 2}$, $x_0: -2, 2, \infty;$
 б) $\lim_{x \rightarrow \infty} (x - \sqrt{x^2 + x - 3})$, в) $\lim_{x \rightarrow -5} \frac{x^2 - 25}{\sqrt{-x-1} - 2}$,
 г) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x + \sin 2x}{\operatorname{arctg} 5x}$, д) $\lim_{x \rightarrow 0} (\operatorname{tg} 3x + 1)^{\operatorname{cosec} 2x}$.
20. а) $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{3x^2 + 2x - 8}{4x^2 + 3x - 30}$, $x_0: 3, -2, \infty;$
 б) $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 + 4x} - \sqrt{x^2 - 5})$, в) $\lim_{x \rightarrow -4} \frac{\sqrt{x+5} - 1}{x^2 + 3x - 4}$,
 г) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^4 x + 4 \sin^2 x}{1 - \cos 3x}$, д) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+4}{x-1} \right)^{2x}$.
21. а) $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{2x^2 - 7x + 6}{3x^2 - x - 10}$, $x_0: 1, 2, \infty;$
 б) $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 - 1} - \sqrt{x^2 - 6x})$, в) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x-1} - 1}{2x^2 - 3x - 2}$,
 г) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg}(x + 4x^2)}{x + \sin 2x}$, д) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x+5}{2x-1} \right)^{3x}$.
22. а) $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{2x^2 + 3x - 2}{3x^2 + 4x - 4}$, $x_0: -1, -2, \infty;$
 б) $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{2x^2 - x} - \sqrt{2x^2 + 3x})$, в) $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{\sqrt{2-x} - 2}{2x^2 + 6x + 4}$,
 г) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 + \arcsin 4x}{\operatorname{tg} 5x + \sin 3x}$, д) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3x^2 + 1}{3x^2 - 1} \right)^{x^2}$.

23. а) $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{4x^2 - 3x - 1}{5x^2 - 4x - 1}$, $x_0: 2, 1, \infty$;
 б) $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{3x^2 + 4x} - \sqrt{3x^2 - 1})$, в) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{\sqrt[3]{x+1}}{3x^2 + 7x + 4}$,
 г) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{arctg}(x^2 - 2x)}{8x + \sin 3x}$, д) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{3n^2 + 2n - 1}{3n^2 + 4n - 3} \right)^{n^2}$.

24. а) $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{2x^2 - x - 15}{3x^2 - 2x - 21}$, $x_0: -2, 3, \infty$;
 б) $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 + 7x} - \sqrt{x^2 + 8})$, в) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x+1} - 2}{2x^2 - 5x - 3}$,
 г) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(x^2 - x^3) + x^2}{1 - \cos 4x}$, д) $\lim_{x \rightarrow 3} (2x - 5)^{\frac{3}{x^2 - 9}}$.

25. а) $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{3x^2 + 8x - 3}{4x^2 + 13x - 3}$, $x_0: 1, -3, \infty$;
 б) $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 + 6x - 1} - x)$, в) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x+8} - 3}{4x^2 + 3x - 7}$,
 г) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg}(x^3 + x) + 2x}{\sin 6x}$, д) $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{2+x}{2-x} \right)^{\frac{1}{x}}$.

XIV. Исследовать непрерывность, поведение в граничных точках области определения, определить характер точек разрыва функции. Построить эскиз графика.

1. $y = \frac{1}{1 - 2^{\frac{1}{x}}}$,

2. $y = \frac{1}{1 - 3^{\frac{1}{x-1}}}$,

3. $y = \frac{1}{2 - 2^{\frac{1}{x+1}}}$,

4. $y = \frac{1}{4 - 2^{\frac{1}{2x}}}$,

5. $y = \frac{1}{3 - 3^{\frac{1}{x-2}}}$,

6. $y = \frac{1}{3^{-\frac{1}{x}} - 1}$,

7. $y = \frac{1}{2^{\frac{1}{x-1}} - 2}$,

8. $y = \frac{1}{2^{-\frac{1}{x}} - 1}$,

9. $y = \frac{1}{1 - 3^{\frac{1}{x-2}}}$,

10. $y = \frac{1}{2 - 2^{\frac{1}{x-1}}}$,

$$11. y = \frac{1}{3^{-\sqrt{x-1}} - 1},$$

$$13. y = \frac{1}{3 - 3^{\sqrt{x}}},$$

$$15. y = \frac{1}{2^{\sqrt{1-x}} - 2},$$

$$17. y = \frac{1}{2^{\sqrt{x+3}} - 4},$$

$$19. y = \frac{1}{1 - 2^{\sqrt{x+2}}},$$

$$21. y = \frac{1}{2 - 2^{\sqrt{2-x}}},$$

$$23. y = \frac{1}{1 - 2^{\sqrt{x+3}}},$$

$$25. y = \frac{1}{4 - 2^{\sqrt{x-2}}}.$$

$$12. y = \frac{1}{4 - 2^{\sqrt{x}}},$$

$$14. y = \frac{1}{3^{\sqrt{x+1}} - 3},$$

$$16. y = \frac{1}{3^{\sqrt{x}} - 1},$$

$$18. y = \frac{1}{1 - 3^{\sqrt{2x}}},$$

$$20. y = \frac{1}{9 - 3^{\sqrt{x}}},$$

$$22. y = \frac{1}{3 - 3^{\sqrt{x+4}}},$$

$$24. y = \frac{1}{2^{\sqrt{x-3}} - 2},$$

XV. Найти y' .

1. а) $y = \sqrt[4]{x+1} \cdot \cos 3x,$

в) $y = \operatorname{arctg} \ln(x + 4x^2).$

2. а) $y = e^{6x} \cdot \sin 4x,$

в) $y = \ln \operatorname{arcsin} \sqrt[3]{x+1}.$

3. а) $y = 2x^2 \operatorname{arccos} x,$

в) $y = \sin \ln(1 + \sqrt[3]{x^2 + 2}).$

4. а) $y = (x + \sqrt{x}) \cdot \ln x,$

в) $y = e^{\sqrt{\operatorname{arctg} 4x}}.$

5. а) $y = (3^{4x} - 1) \cdot \sqrt[5]{x-4},$

в) $y = \ln(x^2 + \sqrt{x^3 + 1}).$

б) $y = \frac{2^x}{x + \sin x},$

б) $y = \frac{\operatorname{tg}(x+1)}{x + x^3},$

б) $y = \frac{x + 2 \cos x}{\operatorname{ctg} 4x},$

б) $y = \frac{x^2 + x + 2}{\sin 2x},$

б) $y = \frac{\sin x + \cos x}{\operatorname{arctg} 4x},$

6. a) $y = (5x + \log_2 x) \cdot 4^{x^3}$, б) $y = \frac{\sin 3x}{\operatorname{arccctg} x^2}$,
 b) $y = \arccos \sqrt{4x^2 - 2}$.
7. a) $y = 2^{x^2} \cdot \cos 4x$, б) $y = \frac{\operatorname{arctg} \sqrt{x}}{1 + \ln x}$,
 b) $y = \arcsin(\operatorname{tg} 4x^2)$.
8. a) $y = \sqrt[3]{x+3} \cdot \sin 5x$, б) $y = \frac{3^x - 1}{\cos x + x}$,
 b) $y = \operatorname{arctg} \frac{x}{\ln(1+x^2)}$.
9. a) $y = 3x^3 \arcsin x$, б) $y = \frac{\sqrt{x} + 3 \sin x}{\operatorname{tg} 5x}$,
 b) $y = \cos \ln(1 + e^{2x})$.
10. a) $y = (1 + \sqrt[6]{x}) \cdot \ln x$, б) $y = \frac{x^3 + \sqrt{x-1}}{\cos 2x}$,
 b) $y = 3^{\sqrt{\operatorname{arccctg} 2x}}$.
11. a) $y = (2^{2x} - x) \cdot \sqrt[4]{x-5}$, б) $y = \frac{\sin 2x - \cos x}{\operatorname{arccctg} 3x}$,
 b) $y = \log_5(x^2 + \sqrt{x+3})$.
12. a) $y = 3^{x^2} \cdot (2x + \ln x)$, б) $y = \frac{1 + \sin 8x}{\operatorname{arctg} x}$,
 b) $y = \arcsin \sqrt{4x - x^4}$.
13. a) $y = 4^{\sqrt{x}} \cdot \sin 2x$, б) $y = \frac{\arcsin x}{x + \ln x}$,
 b) $y = \arccos \operatorname{ctg} \sqrt[3]{x}$.
14. a) $y = 2^x \cdot \sqrt[4]{x-2}$, б) $y = \frac{\operatorname{tg} 3x}{\sin x - x}$,
 b) $y = \operatorname{arctg} \ln(x - \cos x)$.
15. a) $y = 3^{2x} \cdot \cos 6x$, б) $y = \frac{\operatorname{ctg}(x+2)}{x - x^2}$,
 b) $y = \ln \arcsin(\sqrt[3]{x} - 1)$.
16. a) $y = (2 - \sqrt[5]{x}) \ln x$, б) $y = \frac{x^2 - \sqrt{x+1}}{\sin 4x}$,
 b) $y = 3^{\arcsin \sqrt{2x}}$.

17. а) $y = 2^x \cdot \arccos x$, б) $y = \frac{x - 2 \cos x}{\operatorname{ctg} 6x}$,
 в) $y = \sin \ln(1 + \sqrt[5]{x+1})$.
18. а) $y = \sqrt[5]{2-x} \cdot \cos 7x$, б) $y = \frac{4^x}{\sin 2x - x}$,
 в) $y = \operatorname{arctg} \sqrt{2 + \ln x}$.
19. а) $y = 5^{x^3} \cdot \sin 2x$, б) $y = \frac{\operatorname{arccctg} \sqrt[4]{x}}{1 + \ln x}$,
 в) $y = \arccos(\operatorname{ctg} 4x)$.
20. а) $y = (3x + \log_2 x) \cdot 4^{x^2}$, б) $y = \frac{\cos 4x}{\operatorname{arctg} x^2}$,
 в) $y = \arcsin \sqrt[4]{x^2 - 2x}$.
21. а) $y = (e^{2x} - 1) \cdot \sqrt[6]{x-3}$, б) $y = \frac{\sin 3x - x^2}{\operatorname{arccctg} 4x^2}$,
 в) $y = \log_2(x^2 + \operatorname{tg} x)$.
22. а) $y = (x^2 - \sqrt[3]{x}) \cdot \lg x$, б) $y = \frac{x + \sqrt{x-2}}{\cos 2x}$,
 в) $y = 4^{\operatorname{arctg} \sqrt{x-1}}$.
23. а) $y = 8^x \cdot \arcsin x$, б) $y = \frac{x - \sin 3x}{\operatorname{tg} 2x}$,
 в) $y = \operatorname{ctg} \ln(4 - \sqrt[4]{x})$.
24. а) $y = (1 + \sin 3x) \cdot \sqrt[4]{x+2}$, б) $y = \frac{3^{2x}}{1 + \operatorname{ctg} 5x}$,
 в) $y = \operatorname{arccctg}(x + \log_2 x)$.
25. а) $y = (e^{x^2} - x) \cdot \sin 6x$, б) $y = \frac{x + \operatorname{tg} 2x}{\sqrt{x-1}}$,
 в) $y = \arccos \sqrt{\ln(x+3)}$.

XVI. Используя правило Лопиталю, найти пределы.

1. а) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} 3x}{e^{2x} - 1}$; б) $\lim_{x \rightarrow \infty} x^{\frac{\sin 1}{x}}$.
2. а) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\ln(1 + 2^x)}{x}$; б) $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{x}\right)^{\operatorname{tg} x}$.
3. а) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{4^x - 1}{\ln(1 + x)}$; б) $\lim_{x \rightarrow 0} (\operatorname{ctg} x)^x$.

4. a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{arctg} x^3}{x - \sin x}$; б) $\lim_{x \rightarrow 0} (\cos x)^{\frac{1}{x^2}}$.
5. a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{ctg} x}{\ln \sin x}$; б) $\lim_{x \rightarrow 0} (\operatorname{tg} 3x)^x$.
6. a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin x}{e^{3x} - 1}$; б) $\lim_{x \rightarrow 1} (\ln x)^{x-1}$.
7. a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{\operatorname{tg} 2x}$; б) $\lim_{x \rightarrow 0} (\sin 2x)^{\operatorname{tg} x}$.
8. a) $\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\sin 5x}{\sin 6x}$; б) $\lim_{x \rightarrow 0} (\arcsin 3x)^x$.
9. a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2^x - 1}{\sin 2x}$; б) $\lim_{x \rightarrow 0+0} (\ln x)^x$.
10. a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - \cos x}{x}$; б) $\lim_{x \rightarrow 1} x^{\frac{1}{x-1}}$.
11. a) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\ln(1 + e^x)}{x}$; б) $\lim_{x \rightarrow 0} (\operatorname{ctg} x)^{\sin x}$.
12. a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3^x - 1}{5^x - 1}$; б) $\lim_{x \rightarrow 0} (\cos x)^{\operatorname{ctg}^2 x}$.
13. a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{ctg} 2x}{\ln x}$; б) $\lim_{x \rightarrow 0} (\arcsin 2x)^{\operatorname{tg} x}$.
14. a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{x^2} - \cos x}{x^2}$; б) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\cos \frac{1}{x}\right)^x$.
15. a) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\operatorname{tg} x}{\ln \sin 2x}$; б) $\lim_{x \rightarrow 0+0} x^{e-x^{-1}}$.
16. a) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x-2}{\sin \pi x}$; б) $\lim_{x \rightarrow 0} (\operatorname{arcctg} x)^x$.
17. a) $\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\operatorname{tg} 2x}{\operatorname{tg} 5x}$; б) $\lim_{x \rightarrow \pi} (\sin x)^{\pi-x}$.
18. a) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 1}{\ln x}$; б) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} (\operatorname{tg} x)^{\cos x}$.
19. a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \operatorname{tg} x}{x^3}$; б) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{x}\right)^{\operatorname{arcctg} x}$.
20. a) $\lim_{x \rightarrow 1} \ln x \cdot \ln(x-1)$; б) $\lim_{x \rightarrow 2} (3-x)^{\operatorname{ctg} \pi x}$.
21. a) $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{\sin^2 x} - \frac{1}{x^2}\right)$; б) $\lim_{x \rightarrow 0} (\arcsin 4x)^{\sin x}$.

$$22. \text{ a) } y = \begin{cases} 2, & x \leq -1, \\ x + 3, & -1 < x \leq 0, \\ 4x, & x > 0. \end{cases} ; \text{ б) } \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} (\cos x)^{\operatorname{ctg} x}.$$

$$23. \text{ a) } \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\sin 2x}{\sin 6x}; \quad \text{б) } \lim_{x \rightarrow 1} (\ln(x-1))^{x-1}.$$

$$24. \text{ a) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} x - x}{x^3}; \quad \text{б) } \lim_{x \rightarrow \infty} x^{\frac{\arcsin \frac{1}{x}}{x}}.$$

$$25. \text{ a) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{2x^2} - 1}{\cos x - 1}; \quad \text{б) } \lim_{x \rightarrow 0} (\cos x)^{\frac{1}{\arcsin x}}.$$

XVII. Исследовать непрерывность неэлементарной функции $y = f(x)$, найти ее производную, построить график функции и ее производной.

$$1. y = \begin{cases} 1, & x \leq 1, \\ x, & 1 < x \leq 2, \\ 2 + x, & x > 2. \end{cases} ; \quad 2. y = \begin{cases} x^2, & x \leq -1, \\ 1, & -1 < x \leq 2, \\ x, & x > 2. \end{cases} ;$$

$$3. y = \begin{cases} 0, & x \leq 0, \\ x^2, & 0 < x \leq 2, \\ 1, & x > 2 \end{cases} ; \quad 4. y = \begin{cases} x, & x \leq -1, \\ 1 - x, & -1 < x \leq 0, \\ 1, & x > 0 \end{cases} ;$$

$$5. y = \begin{cases} 3x, & x \leq 0, \\ x, & 0 < x \leq 3, \\ 1, & x > 3. \end{cases} ; \quad 6. y = \begin{cases} 2 - x, & x \leq 0,5, \\ 3x, & 0,5 < x \leq 1, \\ x^2, & x > 1. \end{cases} ;$$

$$7. y = \begin{cases} 1, & x \leq 2, \\ x - 1, & 2 < x \leq 3, \\ x^2, & x > 3. \end{cases} ; \quad 8. y = \begin{cases} 2, & x \leq -1, \\ x + 3, & -1 < x \leq 0, \\ 4x, & x > 0. \end{cases} ;$$

$$9. y = \begin{cases} x, & x \leq 1, \\ 2 - x, & 1 < x \leq 2, \\ 1, & x > 2, \end{cases} ; \quad 10. y = \begin{cases} x, & x \leq 0, \\ 3x, & 0 < x \leq 1, \\ 3, & x > 1, \end{cases} ;$$

$$11. y = \begin{cases} x^2, & x \leq 0, \\ x - 1, & 0 < x \leq 2, \\ 1, & x > 2, \end{cases} ; \quad 12. y = \begin{cases} 2x, & x \leq 0, \\ x^2, & 0 < x \leq 2, \\ 1, & x > 2, \end{cases} ;$$

$$13. y = \begin{cases} x-1, & x \leq 0, \\ x^2, & 0 < x \leq 1, \\ 1, & x > 1, \end{cases} ; \quad 14. y = \begin{cases} 2x, & x \leq 0, \\ x+4, & 0 < x \leq 1, \\ 5, & x > 1, \end{cases} ;$$

$$15. y = \begin{cases} x^2, & x \leq -3, \\ x+3, & -3 < x \leq -2, \\ 1, & x > -2, \end{cases} ; \quad 16. y = \begin{cases} 4x, & x \leq 1, \\ 4-x, & 1 < x \leq 2, \\ 2, & x > 2, \end{cases} ;$$

$$17. y = \begin{cases} x, & x \leq 0, \\ x^2 - 3, & 0 < x \leq 2, \\ 1, & x > 2, \end{cases} ; \quad 18. y = \begin{cases} x-2, & x \leq 0, \\ 2x^2, & 0 < x \leq \sqrt{2}, \\ 4, & x > \sqrt{2}, \end{cases}$$

$$19. y = \begin{cases} x-3, & x \leq 0, \\ x^2+1, & 0 < x \leq 1, \\ 2, & x > 1, \end{cases} ; \quad 20. y = \begin{cases} 0, & x \leq -1, \\ x^2, & -1 < x \leq 0, \\ 2x, & x > 0, \end{cases} ;$$

$$21. y = \begin{cases} 1, & x \leq 0,5, \\ 2x, & 0,5 < x \leq 1, \\ x^3, & x > 1, \end{cases} ; \quad 22. y = \begin{cases} 3-x, & x \leq 0, \\ x^2, & 0 < x \leq 1, \\ 1, & x > 1, \end{cases} ;$$

$$23. y = \begin{cases} x-2, & x \leq 0, \\ x^2, & 0 < x \leq 2, \\ 4, & x > 2, \end{cases} ; \quad 24. y = \begin{cases} x, & x \leq 0, \\ x^2+1, & 0 < x \leq 2, \\ 5, & x > 2, \end{cases}$$

$$25. y = \begin{cases} x-2, & x \leq -1, \\ 2-x^2, & -1 < x \leq 1, \\ 1, & x > 1. \end{cases} .$$

XVIII. Исследовать средствами дифференциального исчисления функцию. Найти асимптоты и построить график.

$$1. y = \frac{x^3}{3(x-1)^2};$$

$$2. y = \frac{x^3}{2(x+1)^2};$$

$$3. y = \frac{x^4}{(1+x)^4};$$

$$4. y = \frac{x^3}{x^2-3};$$

5. $y = \frac{3x^4 + 1}{x^3};$	6. $y = \frac{x^4}{(x-1)^3};$
7. $y = \frac{4x-12}{(x-2)^2};$	8. $y = \frac{2x-1}{(x-1)^2};$
9. $y = \frac{(x+1)^3}{(x-1)^2};$	10. $y = \frac{2x+6}{(x+2)^2};$
11. $y = \frac{(x-1)^4}{x^4};$	12. $y = \frac{(x-1)^3}{x^2};$
13. $y = \frac{(x+1)^3}{x^2};$	14. $y = \frac{x-2}{(x-1)^2};$
15. $y = \frac{2x+3}{(x+1)^2};$	16. $y = \frac{(x-1)^3}{3(x-2)^2};$
17. $y = \frac{x^3}{(x-2)^2};$	18. $y = \frac{(x-2)^4}{(x-1)^4};$
19. $y = \frac{(x-1)^4}{(x-2)^3};$	20. $y = \frac{(x-1)^3}{2x^2};$
21. $y = \frac{2x-3}{(x-2)^2};$	22. $y = \frac{(x+2)^3}{x^2};$
23. $y = \frac{x^3}{2(1-x)^2};$	24. $y = \frac{(x+3)^3}{(x+1)^2};$
25. $y = \frac{2x-5}{(x-3)^2}.$	

XIX. Найти: а) частные производные;

б) полный дифференциал функции $Z = f(x, y)$.

1. $Z = \arctg(x^2 + y);$	2. $Z = \operatorname{tg}(xy^2 + 3);$	3. $Z = \arcsin(1 + xy);$
4. $Z = \operatorname{ctg}(3x + 1);$	5. $Z = \operatorname{arctg}(1 - xy^2);$	6. $Z = \cos(xy + x^2);$
7. $Z = \arccos(1 - xy);$	8. $Z = \operatorname{ctg}(1 - 2xy);$	9. $Z = \ln(e^{xy} + 1);$
10. $Z = \sin(e^{xy} + y);$	11. $Z = \log_3(x^2 + 2y);$	12. $Z = \cos(xy - 3);$
13. $Z = \ln(2 + xy^2);$	14. $Z = \operatorname{tg}(1 + x^2y^2);$	15. $Z = \log_4(5xy - 1);$
16. $Z = \cos(4 + x^2y^2);$	17. $Z = 3^{x^2y+y^2};$	18. $Z = (1 + x^2y)^5;$

19. $Z = 2xy + y^3$; 20. $Z = (x + y^2)^4$; 21. $Z = 4x \sin y - 1$;
 22. $Z = (x^2 + y^2)^4$; 23. $Z = 2^{x^2 y - y}$; 24. $Z = (\sin xy + 1)^3$;
 25. $Z = \ln(\sin xy + 2)$.

XX. Найти экстремум функции двух переменных $Z = f(x, y)$.

1. $Z = x^3 + 2xy + y^2 - 3x + 5y + 18$; 2. $Z = x^2 - xy + y^3 + 2x - y$;
 3. $Z = 2x^2 + 3xy + y^3 + x$; 4. $Z = x^2 + xy + y^3 - 2x + 3y - 7$;
 5. $Z = x^2 - xy + y^3 - 5x$; 6. $Z = x^3 + 4xy + 2y^2 + 4y$;
 7. $Z = x^2 + 3xy + y^3 - x$; 8. $Z = x^2 + xy + 3y$;
 9. $Z = x^3 + 4xy + 2y^2 + 4y$; 10. $Z = x^2 + 2xy + y^3 + 8x$;
 11. $Z = 2x^3 + xy + 0,5y^2 + y$; 12. $Z = 2x^2 + 2xy + y^3 + 4x$;
 13. $Z = x^3 + xy + 3y^2 + 4y$; 14. $Z = x^2 + 2xy + y^3 + 8x$;
 15. $Z = x^3 + 3xy + 3y^2 + 12y$; 16. $Z = x^2 - 4xy + y^3 - 4x$;
 17. $Z = x^3 - 5xy + 5y^2 + 2y$; 18. $Z = \frac{4}{x} + \frac{x}{y} + y, x > 0, y > 0$;
 19. $Z = (x - 2)^3 + y^2 - y + 7$; 20. $Z = x^3 + 2xy + 2y^2 + 10y$;
 21. $Z = x^2 + 2xy + y^3 + 5x - 3y + 2$; 22. $Z = x^2 + xy + y^3 + 2x$;
 23. $Z = x^3 - xy + y^2 - 5y + 19$; 24. $Z = x^3 + xy + 2y^2 + 2y$;
 25. $Z = 2x^2 + 4xy + y^3 + 16x - 7$.

XXI. Экспериментально получены значения искомой функции $y = f(x)$, которые записаны в таблице. Методом наименьших квадратов найти

приближения $y = f(x)$ вида: а) $y = Kx + b$, б) $y = \frac{c}{x} + d$,

в) $y = ax^2 + px + q$. Сравнить результаты. Провести графическое построение.

1.

x	1	2	3	4	5
y	2,5	3,3	4,0	4,7	5,2

; 2.

x	1	2	3	4	5
y	4,2	4,3	4,1	3,8	3,9

3. $\begin{array}{c|c|c|c|c|c} x & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ \hline y & 4,2 & 3,8 & 2,2 & 1,8 & 1,3 \end{array}$; 4. $\begin{array}{c|c|c|c|c|c} x & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ \hline y & 1,4 & 1,7 & 1,8 & 1,9 & 1,8 \end{array}$;
5. $\begin{array}{c|c|c|c|c|c} x & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ \hline y & 3,2 & 4,4 & 4,9 & 5,5 & 6,4 \end{array}$; 6. $\begin{array}{c|c|c|c|c|c} x & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ \hline y & 2,2 & 2,5 & 2,8 & 2,9 & 3,2 \end{array}$;
7. $\begin{array}{c|c|c|c|c|c} x & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ \hline y & 3,0 & 2,2 & 2,0 & 1,7 & 1,5 \end{array}$; 8. $\begin{array}{c|c|c|c|c|c} x & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ \hline y & 4,2 & 3,2 & 2,5 & 1,8 & 0,2 \end{array}$;
9. $\begin{array}{c|c|c|c|c|c} x & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ \hline y & 2,3 & 2,5 & 2,8 & 2,9 & 3,2 \end{array}$; 10. $\begin{array}{c|c|c|c|c|c} x & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ \hline y & 4,1 & 3,2 & 2,9 & 1,5 & 1,1 \end{array}$;
11. $\begin{array}{c|c|c|c|c|c} x & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ \hline y & 4,1 & 3,9 & 3,4 & 3,3 & 3,1 \end{array}$; 12. $\begin{array}{c|c|c|c|c|c} x & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ \hline y & 1,5 & 2,3 & 3,1 & 3,7 & 4,2 \end{array}$;
13. $\begin{array}{c|c|c|c|c|c} x & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ \hline y & 1,8 & 2,0 & 2,4 & 2,9 & 3,2 \end{array}$; 14. $\begin{array}{c|c|c|c|c|c} x & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ \hline y & 2,3 & 3,3 & 4,2 & 4,6 & 5,3 \end{array}$;
15. $\begin{array}{c|c|c|c|c|c} x & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ \hline y & 1,9 & 2,2 & 3,1 & 4,2 & 5,1 \end{array}$; 16. $\begin{array}{c|c|c|c|c|c} x & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ \hline y & 4,3 & 3,9 & 2,3 & 1,8 & 1,5 \end{array}$;
17. $\begin{array}{c|c|c|c|c|c} x & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ \hline y & 4,2 & 3,1 & 2,2 & 1,5 & 1,1 \end{array}$; 18. $\begin{array}{c|c|c|c|c|c} x & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ \hline y & 3,2 & 4,5 & 4,9 & 5,5 & 6,7 \end{array}$;
19. $\begin{array}{c|c|c|c|c|c} x & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ \hline y & 5,2 & 4,1 & 3,9 & 2,5 & 2,0 \end{array}$; 20. $\begin{array}{c|c|c|c|c|c} x & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ \hline y & 3,1 & 2,3 & 1,9 & 1,7 & 1,6 \end{array}$;
21. $\begin{array}{c|c|c|c|c|c} x & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ \hline y & 2,3 & 1,9 & 1,7 & 1,5 & 1,2 \end{array}$; 22. $\begin{array}{c|c|c|c|c|c} x & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ \hline y & 2,4 & 2,6 & 2,7 & 2,9 & 3,2 \end{array}$;
23. $\begin{array}{c|c|c|c|c|c} x & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ \hline y & 4,4 & 3,9 & 3,4 & 3,3 & 3,1 \end{array}$; 24. $\begin{array}{c|c|c|c|c|c} x & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ \hline y & 1,6 & 1,9 & 2,3 & 2,9 & 3,1 \end{array}$;
25. $\begin{array}{c|c|c|c|c|c} x & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ \hline y & 1,8 & 2,1 & 3,2 & 4,1 & 4,8 \end{array}$.

XXII. Найти: а) градиент u ;
 б) производную по направлению \overline{AB} в точке
 $A(1, 1, 1)$; $B(1, 4, -3)$.

1. $u = xyz + 2x^2y$; 2. $u = x^3y^2 + xyz$;
 3. $u = x^2y + 3xyz^2$; 4. $u = xz + x^3yz$;
 5. $u = x^2z + xy^2z$; 6. $u = 2xy - xy^2z$;
 7. $u = xy^2 + xyz^2$; 8. $u = xyz - 2xy^3z^3$;
 9. $u = xz + 4xyz$; 10. $u = xy^2 + 3xyz^4$;
 11. $u = zy - xyz$; 12. $u = xyz^2 - 2xz^3$;

13. $u = zy + x^2yz^2;$

15. $u = 2xy - xy^2z;$

17. $u = xz - x^2yz^2;$

19. $u = x^2y^3 + xy;$

21. $u = xyz^2 + x^3y;$

23. $u = xy^3z + xy;$

25. $u = xy + x^3y^2z.$

14. $u = xy + x^3yz^3;$

16. $u = xy^2z - 4xy;$

18. $u = xyz^3 - xyz;$

20. $u = xy^3z^2 + xz;$

22. $u = y^3z^4 - 2xy;$

24. $u = x^2yz + xz;$

XXIII. Найти неопределенные интегралы. Результаты проверить дифференцированием.

1. а) $\int \frac{e^{\operatorname{tg} x}}{\cos^2 x} dx;$

б) $\int \frac{dx}{x(1 - \ln^2 x)};$

в) $\int xe^{5x} dx;$

г) $\int \frac{(x^3 + 6)dx}{x^2 - 6x + 5};$

д) $\int \sin 7x \cdot \sin 4x dx.$

2. а) $\int \frac{x^4 dx}{1 + x^{10}};$

б) $\int \frac{\arcsin^2 2x}{\sqrt{1 - 4x^2}} dx;$

в) $\int x^2 \ln x dx;$

г) $\int \frac{(x^3 + 4)dx}{x^2 + 2x - 8};$

д) $\int \cos 2x \cdot \cos 5x dx.$

3. а) $\int \frac{x^2 dx}{\sqrt{1 - x^6}};$

б) $\int \frac{\sin 3x dx}{\sqrt{1 + \cos 3x}};$

в) $\int x^{-3} \ln x dx;$

г) $\int \frac{(x^3 - 2x)dx}{x^2 + 3x - 4};$

д) $\int \sin 6x \cdot \cos 3x dx.$

4. а) $\int \frac{5x^4 - e^x}{x^5 - e^x} dx;$

б) $\int \frac{\operatorname{arccotg} 2x}{1 + 4x^2} dx;$

в) $\int x \cos 7x dx;$

г) $\int \frac{(x^3 + 3x)dx}{x^2 - 2x - 5};$

д) $\int \cos 2x \cdot \sin 5x dx.$

5. а) $\int xe^{-x^2} dx;$

б) $\int \frac{\ln^5 x}{x} dx;$

в) $\int x \sin \frac{x}{3} dx;$

г) $\int \frac{(x^3 - 6x)dx}{x^2 + 5x - 6};$

д) $\int \sin 3x \cdot \sin 2x dx.$

6. а) $\int \frac{\sin 2x dx}{(4 + \cos 2x)^3};$

б) $\int \frac{\sqrt[4]{2 + \operatorname{arctg} x}}{1 + x^2} dx;$

в) $\int x \cdot 10^{\frac{x}{2}} dx;$

г) $\int \frac{(x^3 - 5x)dx}{x^2 - x - 2};$

д) $\int \cos 8x \cdot \cos x dx.$

7. а) $\int \frac{dx}{x\sqrt{1-\ln^2 3x}}$; б) $\int \frac{e^{\operatorname{ctg}4x}}{\sin^2 4x} dx$; в) $\int x \cdot e^{-\frac{x}{3}} dx$;
 г) $\int \frac{(x^3-2)dx}{x^2+x-12}$; д) $\int \sin 5x \cdot \cos 2x dx$.
8. а) $\int \frac{\cos 4x dx}{\sqrt[3]{3-\sin 4x}}$; б) $\int 10^{x^2} \cdot x dx$; в) $\int \operatorname{arctg} 2x dx$;
 г) $\int \frac{(x^3+4)dx}{x^2-7x+6}$; д) $\int \sin 2x \cdot \sin 7x dx$.
9. а) $\int \frac{\ln(x+3)}{x+3} dx$; б) $\int \frac{e^{3x} dx}{1+e^{9x}}$; в) $\int \operatorname{xarctg} 4x dx$;
 г) $\int \frac{(x^3+3x)dx}{x^2-5x+4}$; д) $\int \cos(3x+\frac{\pi}{4}) \cdot \cos 2x dx$.
10. а) $\int \frac{\operatorname{tg}\sqrt{x}}{\sqrt{x}} dx$; б) $\int \frac{\sqrt[3]{\operatorname{arctg} x dx}}{1+x^2}$; в) $\int \sqrt{x} \ln x dx$;
 г) $\int \frac{(x^3-3)dx}{x^2+5x+4}$; д) $\int \sin 8x \cdot \sin(x-1) dx$.
11. а) $\int \frac{3x^2+e^x}{x^3+e^x} dx$; б) $\int \frac{\ln^2(x+1)}{x+1} dx$; в) $\int x \cos 2x dx$;
 г) $\int \frac{(x^3-4)dx}{x^2-5x+6}$; д) $\int \sin x \cdot \sin 6x dx$.
12. а) $\int \frac{x^3 dx}{\sqrt{1+x^4}}$; б) $\int e^{\sin 3x} \cos 3x dx$; в) $\int x \sin 4x dx$;
 г) $\int \frac{(x^3+1)dx}{x^2-3x+2}$; д) $\int \cos(x+2) \cos x dx$.
13. а) $\int \frac{x^2 dx}{3+x^3}$; б) $\int \frac{\ln^4(x+4)}{x+4} dx$; в) $\int \frac{\ln x}{x^2} dx$;
 г) $\int \frac{(x^3+2)dx}{x^2+5x+6}$; д) $\int \sin 2x \cdot \sin 10x dx$.
14. а) $\int e^{-x^4} x^3 dx$; б) $\int \frac{x^2 dx}{\sqrt{1-x^6}}$; в) $\int x^4 \ln x dx$;

- г) $\int \frac{(x^3 + 3)dx}{x^2 - x - 2}$;
15. а) $\int \frac{\cos 2x dx}{\sqrt[3]{1 - \sin 2x}}$;
- г) $\int \frac{(x^3 + 10)dx}{x^2 + x - 6}$;
16. а) $\int \frac{\sqrt[3]{\operatorname{ctg} 5x}}{\sin^2 5x} dx$;
- г) $\int \frac{(x^3 - 3)dx}{x^2 + 3x + 2}$;
17. а) $\int \frac{\sqrt{2 + \ln x}}{x} dx$;
- г) $\int \frac{(x^3 + 4)dx}{x^2 - 4x + 3}$;
18. а) $\int \frac{4x^3 + \cos x}{x^4 + \sin x} dx$;
- г) $\int \frac{(x^3 + 5)dx}{x^2 - 2x - 3}$;
19. а) $\int \frac{x^3 dx}{\sqrt{1 - x^8}}$;
- г) $\int \frac{(x^3 - 4)dx}{x^2 - x - 6}$;
20. а) $\int \frac{2^{\operatorname{tg} 2x}}{\cos^2 2x} dx$;
- г) $\int \frac{(x^3 - 5)dx}{x^2 - 6x + 5}$;
21. а) $\int 3^{x^4} x^3 dx$;
- г) $\int \frac{(x^3 + 3)dx}{x^2 - 6x + 8}$;
- д) $\int \cos(x - 1) \cos 2x dx$.
- б) $\int \frac{dx}{x \ln^2 x}$;
- д) $\int \sin 4x \cdot \cos x dx$.
- б) $\int \frac{dx}{x \sqrt{9 + \ln^2 x}}$;
- д) $\int \sin 2x \cdot \sin(x - 1) dx$.
- б) $\int \frac{\cos 5x dx}{\sqrt[3]{3 - \sin 5x}}$;
- д) $\int \cos x \cdot \cos 10x dx$.
- б) $\int \frac{dx}{x(\ln^2 x + 4)}$;
- д) $\int \sin(x - 2) \cos 2x dx$.
- б) $\int \frac{e^{2x} dx}{(1 + e^{2x})^2}$;
- д) $\int \sin \frac{x}{2} \sin x dx$.
- б) $\int \frac{\sqrt[3]{1 + \sqrt{x}}}{\sqrt{x}} dx$;
- д) $\int \cos x \cdot \cos 4x dx$.
- б) $\int \sqrt[3]{\sin 4x} \cos 4x dx$;
- д) $\int \sin 3x \cdot \cos x dx$.
- в) $\int x e^{2x} dx$;
- в) $\int x \operatorname{tg}^2 \frac{x}{2} dx$;
- в) $\int x \operatorname{arcc} \operatorname{tg} 2x dx$;
- в) $\int x e^{\frac{x}{3}} dx$;
- в) $\int x \sin 3x dx$;
- в) $\int (x + 1) \ln x dx$;
- в) $\int \sqrt[4]{x} \ln x dx$;

22. а) $\int \frac{\operatorname{arctg}^3 x}{1+x^2} dx$; б) $\int \frac{xdx}{9+x^4}$; в) $\int x \cdot 3^x dx$;
 г) $\int \frac{(x^3-2)dx}{x^2-7x+10}$; д) $\int \sin 2x \cdot \sin 5x dx$.

23. а) $\int e^{2x} \operatorname{sin} e^{2x} dx$; б) $\int \frac{dx}{\sin^2 x \sqrt{\operatorname{ctg} x}}$; в) $\int \operatorname{arcsin} 3x dx$;
 г) $\int \frac{(x^3+5)dx}{x^2-7x+12}$; д) $\int \cos(x + \frac{\pi}{3}) \cos 2x dx$.

24. а) $\int \frac{\cos x dx}{\sqrt{4+\sin x}}$; б) $\int \frac{\operatorname{arcsin}^4 x dx}{\sqrt{1-x^2}}$; в) $\int x \cdot 5^{\frac{x}{2}} dx$;
 г) $\int \frac{(x^3-6)dx}{x^2-3x-10}$; д) $\int \cos 3x \cdot \sin 4x dx$.

25. а) $\int \frac{dx}{x \ln^4 x}$; б) $\int \frac{\operatorname{arccos} 4x}{\sqrt{1-16x^2}} dx$; в) $\int x \operatorname{ctg}^2 x dx$;
 г) $\int \frac{(x^3+6)dx}{x^2+3x-10}$; д) $\int \sin \frac{x}{2} \sin 7x dx$.

XXIV. Найти интегралы с помощью соответствующей замены переменных.

1. а) $\int \frac{3x-1}{\sqrt{x^2+2x+5}} dx$; б) $\int \frac{dx}{2+\sin^2 x-3\cos^2 x}$;
 в) $\int \frac{\sqrt{x^2+6x+13}}{(x+3)^4} dx$; г) $\int \frac{dx}{1+\sqrt{x}}$.

2. а) $\int \frac{2x-5}{3x^2+4x-2} dx$; б) $\int \frac{dx}{1+\sin x+\cos x}$;
 в) $\int \sqrt{4x-x^2} dx$; г) $\int \frac{dx}{\sqrt{x}+\sqrt[4]{x}}$.

3. а) $\int \frac{3-x}{\sqrt{1-x^2}} dx$; б) $\int \frac{dx}{3+2\sin^2 x}$;
 в) $\int \frac{\sqrt{9x^2+6x}}{3x+1} dx$; г) $\int \frac{dx}{\sqrt{x-1}}$.

4. a) $\int \frac{3-4x}{3x^2-6x+2} dx$; б) $\int \frac{\operatorname{tg}^2 x dx}{1+\operatorname{ctg} x}$;
 в) $\int \frac{\sqrt{x^2-4x+13}}{(x-2)^4} dx$; г) $\int \frac{dx}{\sqrt[3]{x}-\sqrt{x}}$.
5. a) $\int \frac{2-4x}{\sqrt{4x^2+4x+5}} dx$; б) $\int \frac{dx}{4+3\sin x}$;
 в) $\int \sqrt{6x-x^2} dx$; г) $\int \frac{dx}{\sqrt{x+2}}$.
6. a) $\int \frac{xdx}{x^2+2x+6}$; б) $\int \frac{dx}{2+\sin^2 x}$;
 в) $\int \frac{\sqrt{x^2+2x}}{x+1} dx$; г) $\int \frac{dx}{\sqrt[3]{x+1}}$.
7. a) $\int \frac{x+4}{\sqrt{x^2+5x-1}} dx$; б) $\int \frac{\operatorname{tg} x dx}{1+\cos x}$;
 в) $\int \frac{\sqrt{x^2+4x+5}}{(x+2)^4} dx$; г) $\int \frac{dx}{\sqrt{x}(\sqrt[4]{x+1})}$.
8. a) $\int \frac{2-3x}{3x^2+6x-2} dx$; б) $\int \frac{1+\operatorname{tg}^2 x}{1-2\operatorname{ctg} x} dx$;
 в) $\int \sqrt{5-4x-x^2} dx$; г) $\int \frac{dx}{\sqrt{x-2}}$.
9. a) $\int \frac{(2-x)dx}{\sqrt{5x^2+10x-2}}$; б) $\int \frac{dx}{3+\cos x}$;
 в) $\int \frac{\sqrt{x^2-2}}{x} dx$; г) $\int \frac{dx}{(1+\sqrt[6]{x})\sqrt{x}}$.
10. a) $\int \frac{(x+2)dx}{4x^2+2x-3}$; б) $\int \frac{dx}{1+2\cos x}$;
 в) $\int \frac{\sqrt{9x^2+6x+2}}{(3x+1)^4} dx$; г) $\int \frac{dx}{3+\sqrt{x}}$.
11. a) $\int \frac{(x+3)dx}{\sqrt{x^2+6x+10}}$; б) $\int \frac{dx}{2\sin x+\cos x}$;

	в) $\int \sqrt{8 + 4x - x^2} dx;$	г) $\int \frac{dx}{\sqrt[3]{x-1}}.$
12. а)	$\int \frac{(1-2x)dx}{3x^2 + 6x + 1};$	б) $\int \frac{dx}{3 + \sin x};$
в)	$\int \frac{\sqrt{4x^2 + 8x + 3}}{x+1} dx;$	г) $\int \frac{dx}{\sqrt{x+4}}.$
13. а)	$\int \frac{3xdx}{1-2x+x^2};$	б) $\int \frac{dx}{1+2\sin x};$
в)	$\int \sqrt{11-4x-x^2} dx;$	г) $\int \frac{dx}{\sqrt{x}(\sqrt[3]{x+1})}.$
14. а)	$\int \frac{xdx}{\sqrt{4x^2+x+1}};$	б) $\int \frac{dx}{4+\sin x};$
в)	$\int \frac{\sqrt{x^2+4x-13}}{x+2} dx;$	г) $\int \frac{dx}{1+\sqrt{x+1}}.$
15. а)	$\int \frac{(x+2)dx}{6x^2+12x-5};$	б) $\int \frac{dx}{4+\cos x};$
в)	$\int \frac{\sqrt{x^2+6x+10}}{(x+3)^4} dx;$	г) $\int \frac{dx}{1+\sqrt[3]{x-1}}.$
16. а)	$\int \frac{(1-x)dx}{\sqrt{x^2+6x+10}};$	б) $\int \frac{dx}{2+\cos x};$
в)	$\int \sqrt{3-4x-x^2} dx;$	г) $\int \frac{dx}{(4-\sqrt[3]{x})\sqrt{x}}.$
17. а)	$\int \frac{(4-3x)dx}{1-x-x^2};$	б) $\int \frac{1+\sin x}{1-\sin x} dx;$
в)	$\int \frac{\sqrt{4x^2+4x-5}}{2x+1} dx;$	г) $\int \frac{dx}{1+\sqrt{2x+3}}.$
18. а)	$\int \frac{(2x-3)dx}{\sqrt{4x^2-4x+5}};$	б) $\int \frac{dx}{3\sin x+4\cos x};$
в)	$\int \frac{\sqrt{25x^2+10x+2}}{(5x+1)^4} dx;$	г) $\int \frac{dx}{\sqrt{x-2}-1}.$

19. a) $\int \frac{(x-1)dx}{4x^2 - 2x + 5}$; б) $\int \frac{dx}{1 + 4\cos x}$;
 б) $\int \sqrt{9 - 4x - x^2} dx$; г) $\int \frac{dx}{2\sqrt[3]{x} + \sqrt{x}}$.
20. a) $\int \frac{2x dx}{\sqrt{2 + 2x - x^2}}$; б) $\int \frac{dx}{\sin x + 2\cos x}$;
 б) $\int \frac{\sqrt{x^2 + 2x - 3}}{x + 1} dx$; г) $\int \frac{dx}{2 + \sqrt{x + 1}}$.
21. a) $\int \frac{x dx}{x^2 + 4x - 2}$; б) $\int \frac{dx}{2 + 3\sin x}$;
 б) $\int \sqrt{4 - 2x - x^2} dx$; г) $\int \frac{dx}{\sqrt[3]{x - 2} + 1}$.
22. a) $\int \frac{(3x - 2)dx}{\sqrt{4x^2 + 4x + 10}}$; б) $\int \frac{dx}{6 + \cos x}$;
 б) $\int \frac{\sqrt{x^2 + 2x + 2}}{(x + 1)^4} dx$; г) $\int \frac{dx}{1 + \sqrt{3x + 1}}$.
23. a) $\int \frac{(x - 5)dx}{x^2 + 6x + 10}$; б) $\int \frac{dx}{\cos x + 4\sin x}$;
 б) $\int \sqrt{16 + 6x - x^2} dx$; г) $\int \frac{dx}{2 + \sqrt{2 - x}}$.
24. a) $\int \frac{(1 - 2x)dx}{\sqrt{x^2 + 2x - 3}}$; б) $\int \frac{dx}{6 + \sin x}$;
 б) $\int \frac{\sqrt{x^2 + 2x - 8}}{x + 1} dx$; г) $\int \frac{dx}{1 - \sqrt{x + 5}}$.
25. a) $\int \frac{(x + 2)dx}{3x^2 + 6x - 5}$; б) $\int \frac{dx}{2 + \cos x}$;
 б) $\int \frac{\sqrt{x^2 + 6x + 13}}{(x + 3)^4} dx$; г) $\int \frac{dx}{\sqrt[3]{x - 1} - 1}$.

XXV. а) Вычислить определенные интегралы.

б) Произвести приближенное вычисление интеграла с помощью формулы Симпсона $n=10$.

- | | | | |
|---|---|---|--|
| 1. а) $\int_2^{2\sqrt{2}} x\sqrt{x^2-4} dx;$ | б) $\int_{\pi/4}^{\pi/3} \frac{x}{\sin^2 x} dx;$ | в) $\int_3^8 \frac{xdx}{\sqrt{1+x}};$ | г) $\int_0^{\infty} xe^{-x} dx.$ |
| 2. а) $\int_0^1 x^2 e^{x^3} dx;$ | б) $\int_1^2 x \ln x dx;$ | в) $\int_9^{16} \frac{dx}{\sqrt{x-2}};$ | г) $\int_0^{\infty} x7^{-x} dx.$ |
| 3. а) $\int_{\pi/4}^{\pi/2} \frac{\operatorname{ctg}^9 x}{\sin^2 x} dx;$ | б) $\int_0^1 x^2 \operatorname{arctg} x dx;$ | в) $\int_1^8 \frac{dx}{\sqrt[3]{x+1}};$ | г) $\int_{-\infty}^0 x5^x dx.$ |
| 4. а) $\int_0^{\sqrt{\pi/2}} x \cos^2 x dx;$ | б) $\int_{\pi/2}^{3\pi/2} x \sin \frac{\pi}{3} dx;$ | в) $\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{x+3}};$ | г) $\int_0^{\infty} x6^{-x} dx.$ |
| 5. а) $\int_0^{\pi/4} \frac{\sqrt{1+2\operatorname{tg} x}}{\cos^2 x} dx;$ | б) $\int_0^{\pi/4} x \operatorname{tg}^2 x dx;$ | в) $\int_{-8x-\sqrt[3]{x}}^{-1} \frac{dx}{\sqrt{x}};$ | г) $\int_0^{\infty} x \cdot 5^{-\frac{x}{2}} dx.$ |
| 6. а) $\int_1^e \frac{\operatorname{tg}(\ln x)}{x} dx;$ | б) $\int_0^1 \operatorname{arcsin} x dx;$ | в) $\int_0^1 \frac{dx}{3+\sqrt{x}};$ | г) $\int_0^{\infty} x \cdot 10^{-x} dx.$ |
| 7. а) $\int_0^{3\pi} x^2 \sin x^3 dx;$ | б) $\int_0^e x^3 \ln x dx;$ | в) $\int_1^{17} \frac{dx}{1+2\sqrt{x-1}};$ | г) $\int_0^{\infty} xe^{-\frac{x}{5}} dx.$ |
| 8. а) $\int_1^e \frac{(2+\ln x)^4}{x} dx;$ | б) $\int_0^1 x^3 \operatorname{arctg} x dx;$ | в) $\int_0^1 \frac{dx}{4+\sqrt{x}};$ | г) $\int_0^{\infty} x \cdot 2^{-\frac{x}{2}} dx.$ |
| 9. а) $\int_0^1 e^x \operatorname{cose}^x dx;$ | б) $\int_0^{\pi/2} x \cos 2x dx;$ | в) $\int_0^2 \frac{dx}{\sqrt{2x+3}};$ | г) $\int_{-\infty}^0 xe^{3x} dx.$ |
| 10. а) $\int_1^{e^2} \frac{dx}{x \cdot \sqrt[3]{1+\ln x}};$ | б) $\int_0^1 x2^{4x} dx;$ | в) $\int_0^1 \frac{dx}{3-\sqrt[3]{x}};$ | г) $\int_0^{\infty} x \cdot 8^{-\frac{x}{2}} dx.$ |
| 11. а) $\int_1^2 x^{-4} e^{x-3} dx;$ | б) $\int_1^e x^2 \ln 5x dx;$ | в) $\int_{-2}^5 \frac{dx}{\sqrt[3]{x+3}+1};$ | г) $\int_{-\infty}^1 xe^{2x} dx.$ |
| 12. а) $\int_3^4 \frac{x^2 dx}{1+x^6};$ | б) $\int_0^{\pi/3} x \cos 3x dx;$ | в) $\int_1^5 \frac{dx}{1+\sqrt{2x-1}};$ | г) $\int_0^{\infty} x \cdot 3^{-\frac{x}{10}} dx.$ |
| 13. а) $\int_{\sqrt{\pi-1}}^{\sqrt{2\pi-1}} x^{-3} \sin x^{-2} dx;$ | б) $\int_1^e x^4 \ln 3x dx;$ | в) $\int_0^3 \frac{dx}{\sqrt{3x+1}};$ | г) $\int_0^{\infty} x \cdot 2^{-\frac{x}{5}} dx.$ |

14. а) $\int_0^1 x^4 e^{x^5} dx;$	б) $\int_1^2 x \operatorname{arccot} x dx;$	в) $\int_1^4 \frac{dx}{\sqrt{x+2}};$	г) $\int_0^{\infty} x \cdot 3^{-\frac{x}{4}} dx.$
15. а) $\int_{\frac{\pi^2}{36}}^{\frac{\pi^2}{16}} \frac{\operatorname{ctg} \sqrt{x}}{\sqrt{x}} dx;$	б) $\int_0^{\frac{\pi}{6}} (x+1) \sin 2x dx;$	в) $\int_1^4 \frac{dx}{x+\sqrt{x}};$	г) $\int_0^{\infty} x \cdot 5^{-x} dx.$
16. а) $\int_0^{\frac{\pi}{3}} \sin x \cdot e^{\cos x} dx;$	б) $\int_0^1 \arccos x dx;$	в) $\int_0^1 \frac{dx}{1+\sqrt[4]{x}};$	г) $\int_{-\infty}^0 x \cdot 4^{\frac{x}{3}} dx.$
17. а) $\int_{-1}^0 x^2 \sqrt[5]{x^3-3} dx;$	б) $\int_0^1 x e^{-x} dx;$	в) $\int_1^{\infty} \frac{dx}{\sqrt[3]{x-1}+2};$	г) $\int_0^{\infty} x \cdot 2^{-\frac{x}{4}} dx.$
18. а) $\int_1^e \frac{\sqrt[3]{1-\ln x}}{x} dx;$	б) $\int_1^e \frac{\ln x}{x^3} dx;$	в) $\int_1^0 \frac{dx}{2+\sqrt{x}};$	г) $\int_0^{\infty} x e^{-\frac{x}{3}} dx.$
19. а) $\int_{\frac{i}{\pi}}^{\frac{2}{\pi}} x^{-2} \sin \frac{1}{x} dx;$	б) $\int_0^1 x \cdot 3^{\frac{x}{2}} dx;$	в) $\int_0^3 \frac{dx}{\sqrt{x+1}+1};$	г) $\int_{-\infty}^0 x e^{2x} dx.$
20. а) $\int_1^9 \sqrt[3]{x^{-2}} e^{\frac{3}{x}} dx;$	б) $\int_1^e x^6 \ln x dx;$	в) $\int_2^8 \frac{dx}{2+\sqrt{2x}};$	г) $\int_0^{\infty} x \cdot 3^{-\frac{x}{3}} dx.$
21. а) $\int_{\frac{\pi^2}{16}}^{\frac{\pi^2}{4}} \frac{\cos \sqrt{x}}{\sqrt{x}} dx;$	б) $\int_0^1 x e^{2x-1} dx;$	в) $\int_{-1}^2 \frac{dx}{\sqrt{x+2}+1};$	г) $\int_0^{\infty} x \cdot 2^{-\frac{x}{3}} dx.$
22. а) $\int_0^{\ln \frac{\pi}{4}} e^x \operatorname{ctg} e^x dx;$	б) $\int_1^e \frac{\ln x}{x^8} dx;$	в) $\int_0^1 \frac{\sqrt{x} dx}{x+1};$	г) $\int_0^{\infty} x e^{-\frac{x}{2}} dx.$
23. а) $\int_0^1 \frac{x dx}{4+x^6};$	б) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \cos 5x dx;$	в) $\int_3^8 \frac{dx}{\sqrt{x+1}+2};$	г) $\int_0^{\infty} x \cdot 4^{-x} dx.$
24. а) $\int_1^2 \frac{2^x dx}{\sqrt{4^x+1}};$	б) $\int_0^{\pi} x \sin 4x dx;$	в) $\int_1^5 \frac{dx}{\sqrt{x-1}+1};$	г) $\int_{-\infty}^{-1} x \cdot 2^x dx.$
25. а) $\int_{-\infty}^{-1} x \cdot 3^x dx;$	б) $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{\operatorname{tg}^3 x}{\cos^2 x} dx;$	в) $\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} x \operatorname{ctg}^2 2x dx;$	г) $\int_0^5 \frac{dx}{5-\sqrt{x+4}}.$

XXVI. Найти площадь фигуры, ограниченной параболой $y = ax^2 + px + q$ и прямой $y = kx + b$.

1. $y = x^2 - 4x + 3, \quad y = -x + 1.$

13. $y = x^2 - 2x + 3, \quad y = x + 1.$

2. $y = -x^2 + 2x + 2, \quad y = -x - 2.$

14. $y = -x^2 - x + 2, \quad y = x - 1.$

3. $y = x^2 - 3, \quad y = x - 1.$
4. $y = -x^2 - 6x - 7, \quad y = -x - 1.$
5. $y = x^2 - 3x + 1, \quad y = x - 2.$
6. $y = -x^2 - 2x, \quad y = x + 2.$
7. $y = x^2 - 3x, \quad y = -x + 3.$
8. $y = -x^2 - 2x - 1, \quad y = -x - 3.$
9. $y = x^2 + 5x + 6, \quad y = x + 3.$
10. $y = -x^2 + 6x + 3, \quad y = x - 3.$
11. $y = x^2 + x + 1, \quad y = -x + 4.$
12. $y = -x^2 - 4x, \quad y = -x - 4.$
15. $y = x^2 - 6x + 7, \quad y = -x + 1.$
16. $y = -x^2 - 5x - 4, \quad y = -x - 1.$
17. $y = x^2 + 2x + 2, \quad y = x + 4.$
18. $y = -x^2 + 3x - 1, \quad y = x - 4.$
19. $y = x^2 + 2x + 6, \quad y = -x + 4.$
20. $y = -x^2 + 3x - 7, \quad y = -x - 4.$
21. $y = x^2 + 6x + 8, \quad y = x + 2.$
22. $y = -x^2 + 2x, \quad y = x - 2.$
23. $y = x^2 - 4x - 2, \quad y = -x + 2.$
24. $y = -x^2 + 2x - 4, \quad y = -x - 2.$
25. $y = x^2 + 4x + 7, \quad y = x + 5.$

XXVII. Найти объем тела вращения относительно горизонтальной асимптоты для кривой $y = f(x)$.

1. $y = \frac{1}{x^2} - \frac{1}{x}, x \geq 1.$
2. $y = \frac{1}{x} + \frac{1}{x^3}, x \geq 2.$
3. $y = u/(x+2), x \geq -1.$
4. $y = \frac{1}{x} + \frac{2}{x^2}, x \geq 1.$
5. $y = \frac{1}{(x-1)^2}, x \geq 2.$
6. $y = \frac{1}{x} - \frac{1}{2x^2}, x \geq \frac{1}{2}.$
7. $y = \frac{1}{x-1} - \frac{1}{(x-1)^2}, x \geq 2.$
8. $y = \frac{4}{x} - \frac{3}{x^2}, x \geq 2.$
9. $y = \frac{2}{(x+1)^3}, x \geq 0.$
13. $y = \frac{1}{x\sqrt{x}} - \frac{1}{x}, x \geq 1.$
14. $y = \frac{2}{x} - \frac{1}{x^2}, x \geq 1.$
15. $y = \frac{1}{2x-1}, x \geq 2.$
16. $y = \frac{2}{x} + \frac{3}{x^2}, x \geq 1.$
17. $y = \frac{2}{x\sqrt{x}} - \frac{1}{x}, x \geq 1.$
18. $y = \frac{1}{\sqrt[3]{(x-1)^2}}, x \geq 2.$
19. $y = \frac{1}{x\sqrt{x+1}}, x \geq 1.$
20. $y = \frac{1}{x^3\sqrt{x}}, x \geq 1.$
21. $y = \frac{1}{x} - \frac{3}{x^2}, x \geq 3.$

$$10. y = \frac{1}{\sqrt{x} \ln x}, x \geq e.$$

$$11. y = \frac{1}{x+1} - \frac{1}{x}, x \geq 1.$$

$$12. y = \frac{1}{(x+1)^2}, x \geq 0.$$

$$22. y = \frac{2}{x} + \frac{1}{x^2}, x \geq 1.$$

$$23. y = \frac{1}{x\sqrt{x-1}}, x \geq 2.$$

$$24. y = \frac{3\sqrt{x}}{x^2+1}, x \geq 0.$$

$$25. y = \frac{1}{(3x+1)^2}, x \geq 0.$$

XXVIII. Найти общее решение дифференциального уравнения $a(x)y' + b(x)y = f(x)$ и частное решение, удовлетворяющее начальному условию $y = y_0$ при $x = x_0$.

$$1. y' - 4xy = xe^{2x^2}, (0; \frac{3}{4});$$

$$2. y' + y \sin x = x^3 e^{\cos x}, (0; -2);$$

$$3. y' - y \sin x = e^{-\cos x}, (\frac{\pi}{2}; 3);$$

$$4. y' \cos x - 2y \sin x = 1, (\pi; -3);$$

$$\checkmark 5. y' + 2xy = 2xe^{-x^2}, (0; 5);$$

$$6. y' + y \cos x = \sin 2x e^{-\sin x}, (\pi; 0);$$

$$7. y' - y = \frac{e^x}{1+x^2}, (0; 2);$$

$$8. (2x+1)y' + 2y = 4x, (0; 3);$$

$$9. xy' - 3y = x^4 e^x, (1; 2);$$

$$10. y' - 3x^2 y = ye^{x^3}, (1; 2);$$

$$11. xy' + 2y = \frac{1}{x}, (3; 1);$$

$$12. x \ln xy' + y = 2 \ln x, (e; 0);$$

$$13. xy' + y = \frac{2x}{1+x^2}, (1; 0);$$

$$14. y' \sin x - y = 2 \sin^2 \frac{x}{2}, (\frac{\pi}{2}; 0);$$

$$15. (1+x^2)y' - 2xy = (1+x^2)^2, (-2; 5);$$

$$16. 2xy' = 6y = -x^2, (0; 0);$$

$$17. xy' + y = e^x, (1; 2);$$

$$18. y' \cos x + y \sin x = 1, (0; 2);$$

$$19. y' + y \cos x = e^{-\sin x}, (\pi; 0);$$

$$20. (x+1)y' + y = \frac{1}{1+x^2}, (0; 10);$$

$$21. y' \cos x - 2y \sin x = 2, (0; 3);$$

$$22. x^2 y' + xy = \ln x, (1; 1);$$

$$23. y' - y \sin x = xe^{-\cos x}, (0; 2);$$

$$24. xy' - y = x^2 + 2, (2; 2);$$

$$25. (x+2)y' + y = \frac{1}{\sqrt{x}}, (4; 3).$$

XXIX. Найти: а) общее решение дифференциального уравнения $y'' + py' + qy = f(x)$.

б) частное решение $x_0 = 0, y_0 = 1, y_0' = -1$.

$$1. y'' - 2y' + y = \sin x;$$

$$\checkmark 2. y'' - 6y' + 13y = \sin 2x;$$

0

3. $y'' + 4y' + 29y = \sin 3x$;
 5. $4y'' - 16y' + 15y = \cos 2x$;
 7. $4y'' + 4y' + y = xe^x$;
 9. $5y'' + 6y' + 5y = e^{2x}$;
11. $y'' + 2y' + 10y = 2x$;
 13. $y'' + 4y' - 5y = e^{-x}$;
 15. $2y'' + 5y' = 2x$;
 17. $16y'' + 8y' + y = e^x$;
 19. $y'' - 4y' + 3y = xe^{-x}$;
 21. $y'' + 6y' + 9y = x^2 - 2x$;
 23. $4y'' - 8y' + 5y = e^x$;
4. $y'' + y = \cos x$;
 6. $y'' - 2y' + y = e^x$;
 8. $y'' - 2y' + 10y = e^{-3x}$;
 10. $5y'' - 6y' + 5y = \sin \frac{4}{5}x$;
 12. $4y'' + 16y' + 15y = 4e^{-\frac{3}{2}x}$;
 14. $y'' - 4y' + 4y = xe^{2x}$;
 16. $2y'' - 5y' = x^2 + 1$;
 18. $y'' - 3y' + 2y = 3x^3$;
 20. $y'' + 4y' - 5y = e^{-x}$;
 22. $y'' - 2y' + 2y = 2x^2$;
 24. $y'' - 4y' - 5y = e^{3x}$;
 25. $y'' + 6y' + 13y = 2$.

XXX. Исследовать сходимость числовых рядов.

1. а) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{\sqrt{n}}{n+1} \right)^3$,
 б) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+1}{\sqrt{5^n}}$.
2. а) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\ln(e^n + 5)}$,
 б) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^3 - 1}{2^{n+1}}$.
3. а) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1 + \sqrt{n}}{3n^2 + 6}$,
 б) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{3^n + 7^n}$.
4. а) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3\sqrt{n} + 2}{40n + 1}$,
 б) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n}{4^n + 2}$.
5. а) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^3 + n \ln n}$,
 б) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{4^n}{(2n-1)!}$.
6. а) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n+1}{n^2 + 1} \right)^2$,
 б) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{e^n}$.
7. а) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n+1}}{n^3 + n}$,
 б) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{(n-1)!}$.
8. а) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt[5]{n^6 + 2}}$,
 б) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+2}{5^n}$.
9. а) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt[3]{n^4 + 7n}}$,
 б) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{(2n+1)!}$.

10. a) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+1}{\sqrt{n^3 + \ln n}}$, б) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1,5^n}{(n+1)!}$.
11. a) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+10}{\sqrt[3]{n^4 + 6n}}$, б) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^{n+1}}{n^2 \sqrt{3^4}}$.
12. a) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n^2 + n + 1}}$, б) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^{2n}}{n!}$.
13. a) $\sum_{n=1}^{\infty} \sqrt{\frac{n}{n^3 + 4}}$, б) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3n+2}{n!}$.
14. a) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{3n^2 + \ln n}$, б) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n(n+1)}{n!}$.
15. a) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2}{5n^2 + 1}$, б) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2 + 2}{n!}$.
16. a) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt[5]{n^3 + 2}}$, б) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{3^n(\sqrt{n+1})}$.
17. a) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2n^2 - \ln n}}$, б) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\ln n}{n!}$.
18. a) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n^3 + 2n}}$, б) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n+5}{\sqrt{n3^4}}$.
19. a) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n+3}}{n^2 + 2n - 1}$, б) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^n}{7^n(n^2 + 1)}$.
20. a) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{3n^3 - 1}$, б) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3n^2}{(n-1)!}$.
21. a) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n^2 + 4n}}$, б) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3n+2}{n!}$.
22. a) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n+3}{n^3 + 4}$, б) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n2^n}{3^n + 4^n}$.
23. a) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{6n}{n^2 + 1}$, б) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{4n}{(2n)!}$.
24. a) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{300n+1}{n^4}$, б) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^{n+i} + n}{(2n+3)!}$.
25. a) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n^3 + 100 \ln n}}$, б) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^3 + 2}{3^{n+1}}$.

XXXI. Найти интервал сходимости, исследовать сходимость на концах интервала.

1. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{\sqrt{n+1}}$;
2. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n x^n}{\sqrt{n}}$;
3. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{8^n \cdot n^2}$;
4. $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n x^n \sqrt{n}$;
5. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n \cdot 4^n}$;
6. $\sum_{n=1}^{\infty} \sqrt[4]{n} \cdot 5^n \cdot x^n$;
7. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{6^n \cdot x^n}{n^2}$;
8. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{12^n \cdot \sqrt[3]{n}}$;
9. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n x^n}{n \cdot 3^n}$;
10. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n \cdot 3^n}{\sqrt{n^3}}$;
11. $\sum_{n=1}^{\infty} 7^n \cdot x^n \cdot n$;
12. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{9^n n^3}$;
13. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n \cdot 5^n}{\sqrt{n+2}}$;
14. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{2^n n^2}$;
15. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{4^n \cdot n^2}$;
16. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{11^n x^n}{n+1}$;
17. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{7^n \sqrt{n^2+1}}$;
18. $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{x^n}{\sqrt{n+2}}$;
19. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{5^n + 3^n}$;
20. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n \cdot x^n}{n^2}$;
21. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n \cdot 2^{n+1}}$;
22. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n x^n}{\sqrt{n+3}}$;
23. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{10^n \cdot \sqrt{n+1}}$;
24. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{9^n \cdot (n+2)}$;
25. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{2^n + 7^n}$.

XXXII. С помощью разложения в ряд подынтегральной функции написать в виде ряда $y = \Phi(x)$.

1. $y = \int_0^x \frac{e^t - 1}{t} dt$;
2. $y = \int_0^x \sqrt{t} \sin t dt$;
3. $y = \int_0^x \frac{\sin \sqrt{t}}{t} dt$;
4. $y = \int_0^x \frac{1 - \cos t}{t} dt$;

5. $y = \int_0^x e^{\sqrt{t}} dt;$
6. $y = \int_0^x \frac{\operatorname{arctgt}}{t} dt;$
7. $y = \int_0^x \sqrt{t} \cos t dt;$
8. $y = \int_0^x \sqrt[3]{1+t} dt;$
9. $y = \int_0^x \frac{1-e^{2t}}{t} dt;$
10. $y = \int_0^x \frac{\sin t^2}{t} dt;$
11. $y = \int_0^x \frac{1-\cos t^2}{t} dt;$
12. $y = \int_0^1 \frac{dt}{\sqrt{1+t^3}};$
13. $y = \int_0^x \frac{1-e^{t^2}}{t} dt;$
14. $y = \int_0^x \frac{\operatorname{arctgt}^2}{t} dt;$
15. $y = \int_0^x e^{t^3} dt;$
16. $y = \int_1^x \frac{\cos t}{t} dt;$
17. $y = \int_0^x \sqrt[3]{t} \sin t dt;$
18. $y = \int_0^x \frac{dt}{\sqrt{1+t^2}};$
19. $y = \int_0^x \frac{1-\cos t}{t^2} dt;$
20. $y = \int_0^x \sqrt[3]{t} \cos t dt;$
21. $y = \int_0^x e^{-t^4} dt;$
22. $y = \int_0^x \frac{\sin t^2}{t^2} dt;$
23. $y = \int_0^x \frac{1-e^{3t}}{t} dt;$
24. $y = \int_0^x \sqrt{t} \operatorname{arctgt} dt;$
25. $y = \int_0^x \sqrt{1+t^4} dt.$

XXXIII. С помощью разложения в ряд Маклорена подынтегральной функции выразить в виде сходящегося ряда определенный интеграл. Найти приближенное значение этого интеграла с точностью до 0,001.

1. $\int_0^{0,2} \frac{\sin 5x}{x} dx;$
2. $\int_0^{0,4} e^{-2x^2} dx;$
3. $\int_0^{0,9} \sin x^3 dx;$
4. $\int_0^{0,6} e^{-0,9x^2} dx;$
5. $\int_0^{0,6} \frac{dx}{\sqrt{1+x^4}};$
6. $\int_0^{0,7} \cos x^2 dx;$
7. $\int_0^{0,5} \frac{\sin 5x}{x} dx;$
8. $\int_0^{0,5} \frac{\ln(1+x^2)}{x} dx;$

$$9. \int_0^{0,7} \frac{\sin x^2}{x} dx;$$

$$11. \int_0^{0,8} \frac{1 - \cos x}{x} dx;$$

$$13. \int_0^{0,8} \frac{\sin 1,25x}{x} dx;$$

$$10. \int_0^{0,4} \sqrt{1+x^3} dx;$$

$$12. \int_0^{0,7} \frac{1 - e^{-x}}{x} dx;$$

$$14. \int_0^{0,6} e^{-0,4x^2} dx.$$

СПИСОК РЕКОМЕНДУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

Карасев А.И., Аксютин З.М., Савельева Т.И. Курс высшей математики для экономических вузов. – М.: Высш. шк., 1982. – Ч. I. – 272 с.

Минорский В.П. Сборник задач по высшей математике. – М.: Наука, 1977. – 352 с.

Данко П.Е., Попов А.Г. Высшая математика в упражнениях и задачах. – М.: Высш. шк., 1974. – Ч. I. – 346 с.

Каплан А.А. Практические занятия по высшей математике. – Изд-во Харьк. ун-та, 1973. – Ч. I. – 204 с.; Ч. II. – 368 с.; Ч. III. – 374 с.; Ч. IV. – 236 с.

Ильин В.А., Поздняк Э.Г. Линейная алгебра. – М.: Наука, 1974. – 302 с.

Кудрявцев В.А., Домирович В.П. Краткий курс высшей математики. – М.: Наука, 1975. – 622 с.

Методические указания и расчетные задания по линейной алгебре. / Т.М.Агапова, Е.Г.Новожилова. – Донецк: ДонГУ, 1987. – 20 с.

Методические указания к изучению раздела “Дифференциальные уравнения” / Т.М.Агапова, Е.Г.Новожилова. – Донецк: ДонГУ, 1987. – 20 с.

Учебное издание
Расчетные и лабораторные задания
по курсу "Высшая математика"
(для студентов экономических специальностей)

Составитель ***Новожилова Елена Геннадиевна***

Редактор ***Е.В.Поляк***

Электронный вариант ***Породникова Виктора Дмитриевича***

Пл. Изд. № 73 1996г.

Подп. в печать *12.97* Усл. печ. л. 2,8 Тираж 250 экз.
Заказ № *210*

Донецкий государственный университет, 340055, Донецк,
ул. Университетская, 24